

非完备杂波先验知识场景下 MIMO-STAP 稳健波形设计

王洪雁 裴炳南

(大连大学信息工程学院, 大连 116622)

摘 要: 本文考虑了色高斯干扰条件下 MIMO-STAP 稳健波形优化问题以提高非完备杂波先验知识条件下多输入多输出 (MIMO) 雷达体制下空时自适应处理 (STAP) 最坏情况下探测性能。由于高斯干扰 (包括杂波、干扰以及热噪声) 场景下最大化系统输出信干噪比 (SINR) 等价于最大化 MIMO-STAP 检测性能, 因而在本文所建立杂波协方差估计误差的模型基础上, 总功率发射以及参数不确定凸集约束下, 经推导可得稳健波形优化问题。为求解得到的复杂非线性问题, 本文提出了一种迭代算法以优化发射波形相关阵 (WCM) 从而最大化凸不确定集上最差情况下的输出 SINR 进而改善最差情况下 MIMO-STAP 的检测性能。通过利用对角加载 (DL) 方法, 所提算法中的每个迭代步骤皆可表示为能获得高效求解的半定规划 (SDP) 问题。与非稳健方法及非相关波形相比, 数值实验验证了本文所提方法的有效性。

关键词: 多输入多输出雷达; 稳健波形设计; 空时自适应处理; 对角加载; 半定规划

中图分类号: TN951 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2015)11-1418-07

Robust Waveform Design for MIMO-STAP in the Case of Imperfect Clutter Prior Knowledge

WANG Hong-yan PEI Bing-nan

(College of Information Engineering, Dalian University, Dalian 116622, China)

Abstract: In this paper, we address the problem of robust waveform optimization with imperfect clutter prior knowledge to improve the worst-case detection performance of multi-input multi-output (MIMO) space-time adaptive processing (STAP) in the presence of colored Gaussian disturbance. Due to the fact that maximization of the output signal-interference-noise-ratio (SINR) is equivalent to maximizing the detection performance of MIMO-STAP in the case of Gaussian disturbance (including clutter, jamming, and thermal noise), based on the model of the estimation error of the clutter covariance matrix built in this paper, with the total transmitted power and parameter uncertainty convex set constraints, the robust waveform optimization problem can be derived. To tackle the resultant complicated and nonlinear issue, an iterative algorithm is proposed to optimize the waveform covariance matrix (WCM) for maximizing the worst-case output SINR over the convex uncertainty set such that the worst-case detection performance of MIMO-STAP can be maximized. By exploiting the diagonal loading (DL) method, each iteration step in the proposed algorithm can be reformulated as a semidefinite programming (SDP) problem, which can be solved very efficiently. Numerical examples verify the effectiveness of the proposed method, as compared to the non-robust method and uncorrelated waveforms.

Key words: multi-input multi-output radar; robust waveform design; space-time adaptive processing; diagonal loading; semidefinite programming

1 引言

近些年来,学术界和工业界对多输入多输出(MIMO)雷达产生了极大兴趣^[1-13]。与只能发送相干波形的相控阵雷达相比,MIMO 雷达中每个发射单元可以发射任意波形。基于阵列天线间距,MIMO 雷达系统可划分为以下两类:(1)分置雷达^[1],(2)共置雷达^[2]。前者采用分置较远的发射单元发射所需信号,同时从不同角度观察目标,从而可利用空间分集以克服由于目标闪烁造成的性能下降^[1]。相反,后者使用距离很近的发射单元以增加接收阵列虚拟孔径,从而使得其性能优于相控阵雷达,比如,参数辨识^[3],灵活的发射波束方向图设计^[4-6]。

为提高 MIMO 雷达检测性能,途径之一为设计检测器^[7-10]。文献[7]中,C. Y. Chong 等人基于球不变随机向量(SIRV)模型,推导了非高斯杂波条件下恒虚警率(CFAR)广义似然比检验的线性二次型(GLRT-LQ)的探测器。文献[8]中,Q. He 等推导了均匀杂波条件下集中式以及分布式 MIMO 雷达的 GRLT 动目标检测器。对于非均匀杂波的情况,Pu Wang 等基于一种新的杂波模型,设计出了一种 CFAR-GRLT 检测器^[9]。文献[10]提出三种类似于时间反演(TR)探测的 MIMO 雷达探测器,同时基于完备的信道质量估计,提出了三种波形设计方案以提高系统探测性能。

提高 MIMO 雷达探测性能的另一途径是波形优化^[11-13]。文献[11]利用基于梯度的方法最大化输出信干噪比(SINR)以改善扩展目标情况下 MIMO 雷达的探测性能。然而,文献[11]所提方法不能保证收敛,针对此问题,文献[12]提出了一个新的迭代算法以联合优化发射波形与接收滤波器以确保收敛。文献[13]基于最大化目标冲激响应和接收回波之间的互信息,提出了一种新的波形设计方法以提高目标探测性能。

众所周知,空时自适应处理(STAP)技术具有较强的抑制杂波和抗干扰能力,从而可改善动目标的探测性能^[14-15]。D. W. Bliss 和 K. W. Forsythe 首次将 STAP 的概念引入 MIMO 雷达体制中^[16]。在一般波形假设条件下,文献[17]对 MIMO-STAP 杂波秩与发射波形之间的关系进行了深入研究。基于扁长椭圆波函数,文献[18]提出了一种基于正交发射波

形的 MIMO-STAP 算法。与时空全自适应方法相比,所提算法可显著降低计算复杂度。

文献[19]中,H. Wang 等通过设计发射波形以最大化输出 SINR 从而提高 MIMO-STAP 的检测性能。明显地,此文献中优化问题的求解须依赖所需参数的确切值,例如,目标位置,杂波信道等。然而,实际工程中,这些参数值必须通过估计得到,因而不可避免地存在估计误差。正如在此文献中数值仿真所示,所得输出 SINR 对所需参数的估计误差和不确定性比较敏感,这种敏感同样存在于通过波形设计提高参数估计性能的方法中^[20]。此现象意味着,基于特定参数估计所得优化波形可能会在另外一组更合理的估计条件下得到较低的探测性能。

为改善杂波条件下最坏情况的探测性能,本文考虑了基于非完备杂波先验知识的稳健波形设计问题,试图通过显式地将参数不确定性模型包含进优化问题中,从而系统地降低上述敏感性。可以证明,高斯噪声条件下,最大化输出 SINR 等价于最大化探测性能^[12]。本文基于凸不确定集,优化发射波形协方差矩阵(WCM)以最大化最坏情况输出 SINR,从而提高最坏情况的探测性能。为了求解所得复杂非线性问题,本文提出了一种基于对角加载(DL)^[21]的迭代算法。需要注意的是,所提算法的每一步都可以重构为一个半定规划(SDP)问题^[22],因此可对稳健波形优化问题进行非常有效的求解。

本文其余部分安排如下:首先在第 2 部分引入 MIMO-STAP 模型,并且构建稳健优化问题。第 3 部分提出一种基于 DL 的迭代算法,将所得非线性优化问题转变为 SDP 问题。第 4 部分对所提算法的有效性进行了验证,最后在第 5 部分给出结论。

2 问题描述

本文采用的 MIMO-STAP 信号模型与文献[19]中的相同。本模型中,MIMO 雷达具有 M 个全向同性且间距为 d_r 的发射单元, N 个间距为 d_n 的接收单元。针对每个发射单元,相干处理间隔(CPI)均由一个具有恒定脉冲重复间隔(PRI) T 的脉冲串组成。对第 n 个接收单元,在第 l 个 PRI 所接收的信号可以表示为

$$\mathbf{y}_{n,l} = \sum_{m=0}^{M-1} \rho_l \mathbf{s}_m^T e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\sin\theta_l(d_n+d_r m+2\nu r l)+2\nu r l l)} +$$

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} \sum_{m=0}^{M-1} \rho(\theta) \mathbf{s}_m^T e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\sin\theta(d_{rn}+d_m+2\nu Tl))} d\theta + \mathbf{z}_{n,l} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{s}_m \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 为第 m 个发射单元在每个 PRI 发射的快拍数为 K 的离散复基带信号。 ρ_i 和 θ_i 分别为所感兴趣距离单元内的目标复振幅和位置。 ν 和 ν_i 分别为雷达载体的速度和目标相对于 MIMO 雷达的速度。 $\rho(\theta)$ 为 θ 处杂波的反射系数, λ 为信号波长。 $\mathbf{z}_{n,l}$ 表示在第 l 个 PRI 内第 n 个接收单元所接收到的干扰加噪声。

如果目标距离单元中的杂波回波可以建模为若干独立杂波块的叠加, 则(1)可改写为

$$\mathbf{y}_{n,l} = \sum_{m=0}^{M-1} \rho_i \mathbf{s}_m^T e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\sin\theta_i(d_{rn}+d_m+2\nu Tl)+2\nu_i Tl)} + \sum_{i=0}^{N_C-1} \sum_{m=0}^{M-1} \rho(\theta_i) \mathbf{s}_m^T e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\sin\theta_i(d_{rn}+d_m+2\nu Tl))} + \mathbf{z}_{n,l} \quad (2)$$

其中, N_C ($N_C \gg NML$) 为杂波环采样数目, 定义 $f_s = \frac{d_R \sin\theta_i}{\lambda}$, $f_D = \frac{2(\nu \sin\theta_i + \nu_i)T}{\lambda}$, $f_{s,i} = \frac{d_R \sin\theta_i}{\lambda}$, $\gamma = \frac{d_T}{d_R}$ 以

及 $\beta = \frac{2\nu T}{d_R}$, 那么(2)可以重新表示为

$$\mathbf{y}_{n,l} = \sum_{m=0}^{M-1} \rho_i \mathbf{s}_m^T e^{j2\pi(nf_s + mf_s \gamma + f_D l)} + \sum_{i=0}^{N_C-1} \sum_{m=0}^{M-1} \rho_i \mathbf{s}_m^T e^{j2\pi(nf_{s,i} + mf_{s,i} \gamma + \beta f_{s,i} l)} + \mathbf{z}_{n,l} = \rho_i e^{j2\pi(nf_s + f_D l)} \mathbf{b}^T \mathbf{S} + \sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i e^{j2\pi(nf_{s,i} + \beta f_{s,i} l)} \mathbf{b}_i^T \mathbf{S} + \mathbf{z}_{n,l} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{b} = [1, e^{j2\pi\gamma f_s}, \dots, e^{j2\pi(M-1)\gamma f_s}]^T$ 和 $\mathbf{b}_i = [1, e^{j2\pi\gamma f_{s,i}}, \dots, e^{j2\pi(M-1)\gamma f_{s,i}}]^T$ 分别为目标及位于 θ_i 杂波的发射导向矢量。 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M]^T$ 表示每个 PRI 中的信号矩阵。对于第 l 个 PRI, 所有接收单元所接收到的数据可以表示为

$$\mathbf{Y}_l = \rho_i e^{j2\pi n l} \mathbf{a} \mathbf{b}^T \mathbf{S} + \sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i e^{j2\pi \beta f_{s,i} l} \mathbf{a}_i \mathbf{b}_i^T \mathbf{S} + \mathbf{Z}_l \quad (4)$$

其中, $\mathbf{Z}_l = [\mathbf{z}_{1,l}, \mathbf{z}_{2,l}, \dots, \mathbf{z}_{N,l}]^T \in \mathbb{C}^{N \times K}$, $\mathbf{a} = [1, e^{j2\pi f_s}, \dots, e^{j2\pi(N-1)f_s}]^T$ 和 $\mathbf{a}_i = [1, e^{j2\pi f_{s,i}}, \dots, e^{j2\pi(N-1)f_{s,i}}]^T$ 分别表示目标及位于 θ_i 杂波的接收导向矢量。类似于文献[20], 可假设 \mathbf{Z}_l 的列是独立同分布的圆对称复高斯随机向量, 其均值为 0, 协方差矩阵为未知矩阵 $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 。

为了获得接收数据的统计特性, 利用 $\mathbf{S}^H (\mathbf{S} \mathbf{S}^H)^{-1/2}$ 作为匹配滤波器组^[20], 滤波输出可表示为

$$\tilde{\mathbf{y}}_l = \rho_i e^{j2\pi n l} \mathbf{a} \mathbf{b}^T \mathbf{R}_s^{-1/2} + \sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i e^{j2\pi \beta f_{s,i} l} \mathbf{a}_i \mathbf{b}_i^T \mathbf{R}_s^{-1/2} + \tilde{\mathbf{Z}}_l \quad (5)$$

其中, $\tilde{\mathbf{Y}}_l = \mathbf{Y}_l \mathbf{S}^H (\mathbf{S} \mathbf{S}^H)^{-1/2}$, $\tilde{\mathbf{Z}}_l = \mathbf{Z}_l \mathbf{S}^H (\mathbf{S} \mathbf{S}^H)^{-1/2}$, $\mathbf{R}_s = \mathbf{S} \mathbf{S}^H$ 表示 WCM, $(\cdot)^{1/2}$ 表示矩阵平方根^[23]。矢量化滤波输出可得

$$\tilde{\mathbf{y}}_l = \rho_i e^{j2\pi n l} (\mathbf{R}_s^{-1/2} \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{b} \otimes \mathbf{a}) +$$

$$\sum_{i=0}^{N_C-1} \rho_i e^{j2\pi \beta f_{s,i} l} (\mathbf{R}_s^{-1/2} \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{b}_i \otimes \mathbf{a}_i) + \text{vec}(\tilde{\mathbf{Z}}_l) \quad (6)$$

其中, $\tilde{\mathbf{y}}_l = \text{vec}(\tilde{\mathbf{Y}}_l)$, \mathbf{I}_N 表示 $N \times N$ 的单位矩阵。至此得到全部空时快拍数为

$$\mathcal{X}_c = [\tilde{\mathbf{y}}_1^T, \tilde{\mathbf{y}}_2^T, \dots, \tilde{\mathbf{y}}_L^T]^T \in \mathbb{C}^{NML \times 1} \quad (7)$$

假设杂波与干扰加噪声不相关, 且 ρ_i 是均值为零, 方差为 σ_i^2 的独立高斯随机变量^[14], 则基于最优 MIMO-STAP 处理器, 最优输出 SINR 可表示如下 (见文献[19]以获得更多的推导细节):

$$\text{SINR} = |\rho_i|^2 \mathbf{v}_i^H (\mathbf{I}_{MNL} + \mathbf{R}_{TS} \mathbf{R}_c)^{-1} \mathbf{R}_{TS} \mathbf{v}_i \quad (8)$$

其中, $\mathbf{R}_{TS} = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{R}_s^T \otimes \mathbf{Q}^{-1}$, $\mathbf{v}_i = (\mathbf{u}_D \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a})$, $\mathbf{R}_c = \mathbf{V} \mathbf{E} \mathbf{V}^H$, $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{N_C}]$, $\mathbf{v}_i = \mathbf{u}_{D,i} \otimes \mathbf{b}_i \otimes \mathbf{a}_i$, $\mathbf{E} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_{N_C}^2)$, $\mathbf{u}_D = [1, e^{j2\pi f_D}, \dots, e^{j2\pi(L-1)f_D}]^T$ 和 $\mathbf{u}_{D,i} = [1, e^{j2\pi f_{D,i}}, \dots, e^{j2\pi(L-1)f_{D,i}}]^T$ 分别表示目标及位于 θ_i 杂波的多普勒导向矢量。需要注意的是, 由于 $\mathbf{Q} > \mathbf{0}$, $\mathbf{R}_s \geq \mathbf{0}$, 故有 $\mathbf{R}_{TS} \geq \mathbf{0}$ ^[23]。

很显然, (8) 中的计算依赖于 \mathbf{v}_i , 杂波协方差矩阵, 以及噪声加干扰, 即 θ_i , f_D , \mathbf{R}_c 与 \mathbf{Q} 。因此, 求解最大化 SINR 的波形优化问题需基于这些参数的确切值。实际上, 这些参数必须经由估计得到, 因而不可避免地存在误差。因此, 经由波形优化所得的最终 MIMO-STAP 探测性能会对这些参数的估计误差比较敏感, 文献[19]中的示例已经说明了此问题。

本文只考虑杂波协方差矩阵的估计误差对输出 SINR 性能的影响。类似于文献[24], 假设 \mathbf{R}_c 不确定, 但属于一已知凸紧支集, 即:

$$\bar{\mathbf{R}}_c = \mathbf{R}_c + \Delta \mathbf{R}_c \quad (9)$$

其中, $\bar{\mathbf{R}}_c$ 和 \mathbf{R}_c 分别为实际及对应的杂波协方差矩阵。 $\Delta \mathbf{R}_c$ 表示 $\bar{\mathbf{R}}_c$ 的误差, 位于如下集合中,

$$\mathcal{U} = \left\{ \Delta \mathbf{R}_c \mid \|\Delta \mathbf{R}_c\|_F \leq \sigma \right\} \quad (10)$$

需要指出的是, σ 应该满足 $\sigma < \|\mathbf{R}_c\|_F$, 换言之, $\Delta \mathbf{R}_c$ 的边界不能太大。否则的话, $\bar{\mathbf{R}}_c$ 可能为零或者不定矩阵。如果为前者, 稳健设计就没有意义, 如

果为后者,则与实际杂波协方差矩阵的半正定性矛盾。再者, σ 的取值会影响到所提方法的性能,本文将在数值实验部分加以验证。

基于上述讨论,改善最坏情况下 MIMO-STAP 探测性能的稳健波形优化问题可描述如下:基于凸集 \mathcal{U} 以及 \mathbf{R}_S 的总功率约束,优化 WCM 以最大化最坏情况下的输出 SINR,即:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{R}_S} \min_{\Delta \mathbf{R}_C} \quad & \mathbf{v}_t^H (\mathbf{I}_{MNL} + \mathbf{R}_{TS} \bar{\mathbf{R}}_C)^{-1} \mathbf{R}_{TS} \mathbf{v}_t \\ \text{s.t.} \quad & \Delta \mathbf{R}_C \in \mathcal{U} \\ & \text{tr}(\mathbf{R}_S) = KP \\ & \mathbf{R}_S \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (11)$$

其中, P 表示总发射功率。

3 基于 DL 的迭代算法

从式(11)可看出,输出 SINR,即目标函数,是关于 \mathbf{R}_S 和 $\Delta \mathbf{R}_C$ 的非线性函数。此外,如前所述, $\mathbf{R}_{TS} \geq \mathbf{0}$ 且 $\bar{\mathbf{R}}_C \geq \mathbf{0}$,则 $\mathbf{R}_{TS} \bar{\mathbf{R}}_C$ 为不定阵^[25],那么 $(\mathbf{I}_{MNL} + \mathbf{R}_{TS} \bar{\mathbf{R}}_C)^{-1} \mathbf{R}_{TS}$ 也为不定阵。因而,最小-最大问题(11)为复杂的非线性规划问题^[22],从而不容易找到有效求解方法。为解决此问题,本文提出了一种基于 DL 的迭代方法。

首先考虑最大-最小问题的内部优化。为解决此问题,可将稳健波束形成(见文献[21])中应用普遍的 DL 方法用于 \mathbf{R}_S ,使得

$$\tilde{\mathbf{R}}_S = \mathbf{R}_S + \varepsilon \mathbf{I} > \mathbf{0} \quad (12)$$

其中, $\varepsilon \ll \lambda_{\max}(\mathbf{R}_S)$ 为加载因子, $\lambda_{\max}(\cdot)$ 为矩阵最大特征值。下面试验中选择 $\varepsilon = \lambda_{\max}(\mathbf{R}_S) / 1000$ 。将式(8)中的 \mathbf{R}_S 替换为 $\tilde{\mathbf{R}}_S$,可得

$$\tilde{\mathbf{R}}_{TS} = \mathbf{I}_L \otimes \tilde{\mathbf{R}}_S^T \otimes \mathbf{Q}^{-1} > \mathbf{0} \quad (13)$$

从而

$$\begin{aligned} (\mathbf{I}_{MNL} + \tilde{\mathbf{R}}_{TS} \bar{\mathbf{R}}_C)^{-1} \tilde{\mathbf{R}}_{TS} &= (\tilde{\mathbf{R}}_{TS}^{-1} + \tilde{\mathbf{R}}_{TS}^{-1} \tilde{\mathbf{R}}_{TS} \bar{\mathbf{R}}_C)^{-1} = \\ &= (\tilde{\mathbf{R}}_{TS}^{-1} + \bar{\mathbf{R}}_C)^{-1} \end{aligned} \quad (14)$$

基于式(14),此问题可重写为:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \mathbf{R}_C, t} \quad & t \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{v}_t^H (\tilde{\mathbf{R}}_{TS}^{-1} + \bar{\mathbf{R}}_C)^{-1} \mathbf{v}_t \leq t \\ & \Delta \mathbf{R}_C \in \mathcal{U} \end{aligned} \quad (15)$$

其中, t 为一个辅助变量。

根据如下引理^[23],上述问题可表示为 SDP 问题。

引理 1 假设厄米矩阵 $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}^H \\ \mathbf{B} & \mathbf{C} \end{bmatrix}$ 中的 $\mathbf{C} > \mathbf{0}$,则当且仅当 $\Delta \mathbf{C} \geq \mathbf{0}$ 时, $\mathbf{Z} \geq \mathbf{0}$,其中, $\Delta \mathbf{C} = \mathbf{A} - \mathbf{B}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}$ 是 \mathbf{Z} 中 \mathbf{C} 的 Schur 补。

基于引理 1,式(15)可重新表示为如下 SDP 问题:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \mathbf{R}_C, t} \quad & t \\ \text{s.t.} \quad & \begin{bmatrix} \sigma^2 & \text{vec}(\Delta \mathbf{R}_C) \\ \text{vec}^H(\Delta \mathbf{R}_C) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \\ & \begin{bmatrix} t & \mathbf{v}_t \\ \mathbf{v}_t^H & \tilde{\mathbf{R}}_{TS}^{-1} + \bar{\mathbf{R}}_C \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (16)$$

将从式(16)获得的 $\Delta \mathbf{R}_C$ 代入式(11)以考虑外部优化。类似于内部优化,可将 DL 方法用于 $\bar{\mathbf{R}}_C$,则

$$\tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C = \bar{\mathbf{R}}_C + \rho \mathbf{I} > \mathbf{0} \quad (17)$$

其中, $\rho \ll \lambda_{\max}(\bar{\mathbf{R}}_C)$ 。试验中选择 $\rho = \lambda_{\max}(\bar{\mathbf{R}}_C) / 1000$ 。用 $\tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C$ 代替式(8)中的 $\bar{\mathbf{R}}_C$,可得:

$$\text{SINR} = |\rho_t|^2 \mathbf{v}_t^H (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C)^{-1} \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C^{-1} \mathbf{v}_t \quad (18)$$

由于

$$(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C)^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C) = \mathbf{I} \quad (19)$$

从而

$$(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C)^{-1} \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C = \mathbf{I} - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C)^{-1} \quad (20)$$

基于式(20),(18)可以重新表示如下

$$\begin{aligned} \text{SINR} &= |\rho_t|^2 \mathbf{v}_t^H (\mathbf{I} - (\mathbf{I} + \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C)^{-1}) \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C^{-1} \mathbf{v}_t = \\ &= |\rho_t|^2 \mathbf{v}_t^H \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C^{-1} \mathbf{v}_t - |\rho_t|^2 \mathbf{v}_t^H (\tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C + \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C)^{-1} \mathbf{v}_t \end{aligned} \quad (21)$$

因为 $\tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C > \mathbf{0}$, $\mathbf{R}_{TS} \geq \mathbf{0}$,故 $\tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C + \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C > \mathbf{0}$ 。此

外, $|\rho_t|^2 \mathbf{v}_t^H \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C^{-1} \mathbf{v}_t$ 是关于 \mathbf{R}_S 的常数。则式(11)所述最大化问题可重新写为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{R}_S} \quad & \mathbf{v}_t^H (\tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C + \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C \mathbf{R}_{TS} \tilde{\tilde{\mathbf{R}}}_C)^{-1} \mathbf{v}_t \\ \text{s.t.} \quad & \text{tr}(\mathbf{R}_S) = KP \\ & \mathbf{R}_S \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (22)$$

类似于内部优化,(22)可以重新表示为如下 SDP 问题:

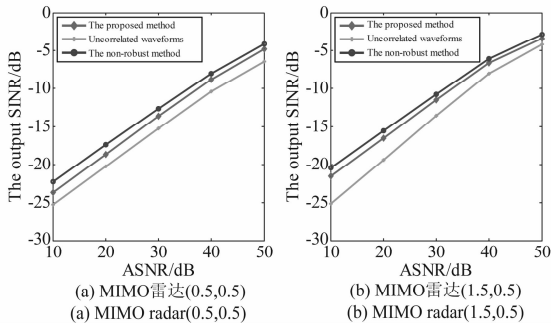


图 2 以 $\bar{\mathbf{R}}_c$ 完备知识的非稳健方法的输出 SINR 为基准, 所提方法与非相关波形得到的最坏情况下的输出 SINR 随 ASNR 的变化情况
Fig.2 The worst-case output SINR obtained by the proposed method as a function of ASNR, and that of uncorrelated waveforms, by using the output SINR acquired by the non-robust

method with perfect knowledge of $\bar{\mathbf{R}}_c$ as a benchmark

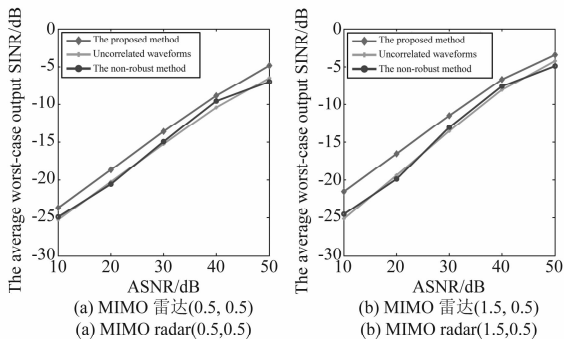


图 3 与非相关波形和非稳健方法相比,所提方法得到的最坏情况的 SINR 均值随 ASNR 的变化
Fig.3 The average worst-case output SINR obtained by the proposed method against ASNR, and that of the non-robust method as well as uncorrelated waveforms

为验证 $\bar{\mathbf{R}}_c$ 误差边界对所提方法性能的影响, ASNR=30 dB 条件下,由所提方法以及非相关波形得到的最坏情况下输出 SINR 随杂波协方差误差边界的变化如图 4 所示。可以看出,两种方法得到的输出 SINR 随着 σ 的增加而减小。并且,无论 σ 取值为何,所提方法得到的输出 SINR 总是大于不相关波形。

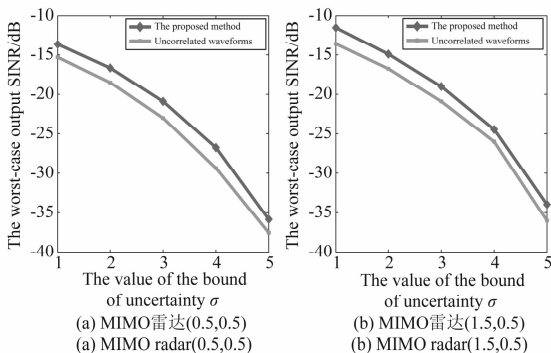


图 4 所提方法得到的最坏情况的 SINR 随不确定边界 σ 的变化
Fig.4 The worst-case output SINR obtained by the proposed method against the bound of uncertainty σ , as well as that of uncorrelated waveforms with ASNR=30 dB

5 结论

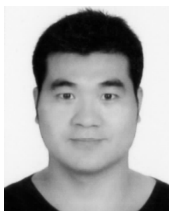
本文研究了基于非完备杂波先验知识的稳健波形优化问题。通过显式地将参数估计不确定性包含进优化模型以提高 MIMO-STAP 最坏情况下的探测性能。针对所得复杂的非线性问题,本文提出了一种新的基于对角加载的迭代算法以求解此问题,从而最大化最坏情况下输出 SINR,进而改善最坏情况下的 MIMO-STAP 探测性能。所提算法中每次迭代可表示为 SDP 问题,故能获得高效求解。基于非稳健方法和非相关波形,数值实验验证了所提方法的有效性。

参考文献

- [1] Haimovich M, Blum R, Cimini L. MIMO radar with widely separated antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(1): 116-129.
- [2] Li J, Stoica P. MIMO radar with colocated antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, Sept. 2007, 24(5): 106-114.
- [3] Li J, Stoica P, Xu L, et al. On parameter identifiability of MIMO radar[J]. IEEE Trans. on Signal Processing Lett., 2007, 14(12): 968-971.
- [4] Cui G, Li H, Rangaswamy M. MIMO Radar Waveform Design With Constant Modulus and Similarity Constraints[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, Jan. 2014, 62(2): 343-353.
- [5] Liu J, Li H, Himed B. Joint Optimization of Transmit and Receive Beamforming in Active Arrays[J]. IEEE Trans. on Signal Processing Lett., Jan. 2014, 21(1): 39-42.
- [6] Ahmed S, Thompson J, Petillot Y, et al. Finite alphabet constant-envelope waveform design for MIMO radar[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2011, 59(11): 5326-5337.
- [7] Chong C, Pascal F, Ovarlez J, et al. MIMO radar detection in non-Gaussian and heterogeneous clutter[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, Feb. 2010, 4(1): 115-126.
- [8] He Q, Lehmann N, Blum R, et al. MIMO radar moving target detection in homogeneous clutter[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Jun. 2010, 46(3): 1290-1301.

- [9] Wang P, Li H, Himed B. Moving target detection using distributed MIMO radar in clutter with nonhomogeneous power[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2011, 59(10): 4809-4820.
- [10] Du C, Thompson J, Petillot Y. Detector and waveform design for mimo radar system with noisy channel estimation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(3): 2332-2348.
- [11] Friedlander B. Waveform design for MIMO radars[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Jul. 2007, 43(3): 1227-1238.
- [12] Chen C, Vaidyanathan P. MIMO radar waveform optimization with prior information of the extended target and clutter[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2009, 57(9): 3533-3544.
- [13] Chen Y, Nijssure Y, Yuen C, et al. Boussakta. Adaptive distributed mimo radar waveform optimization based on mutual information[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1374-1385.
- [14] Ward J. Space-Time Adaptive Processing for Airborne Radar[R]. Rep. 1015, MIT Lincoln Lab., Lexington, MA, Tech. 1994.
- [15] Klemm R. Principles of Space-Time Adaptive Processing [M]. U. K. : IEE Press, London, 2002.
- [16] Bliss D, Forsythe K. Multiple-input multiple-output (MIMO) radar and imaging: degrees of freedom and resolution[C]//Proc. 37th IEEE Asilomar Conf. Signals, Systems, Computers, Nov. 2003: 54-59.
- [17] Wang G, Lu Y. Clutter rank of STAP in MIMO Radar with waveform diversity[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, Feb. 2010, 58(2): 938-943.
- [18] Chen C, Vaidyanathan P. MIMO radar space-time adaptive processing using prolate spheroidal wave functions [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, Feb. 2008, 56(2): 623-635.
- [19] Wang H, Liao G, Li J, et al. Waveform Optimization for MIMO-STAP to Improve the Detection performance[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(11): 2690-2696.
- [20] Li J, Xu L, Stoica P, et al. Range compression and waveform optimization for MIMO radar: a Cramer-Rao bound based study[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, Jan. 2008, 56(1): 218-232.
- [21] Cox H, Zeskind R, Owen M. Robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Oct. 1987, 35: 1365-1376.
- [22] Ben-Tal A, Nemirovski A. Optimization, Lectures on Modern Convex Optimization. PA: MPS-SIAM, Philadelphia, 2001.
- [23] Horn R, Johnson C. Matrix Analysis. U. K. : Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1985.
- [24] Vorobyov S, Gershman A, Luo Z, et al. Adaptive Beamforming With Joint Robustness Against Mismatched Signal Steering Vector and Interference Nonstationarity [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing Lett.*, Feb. 2004, 11(2): 108-111.
- [25] Lütkepohl H. Handbook of Matrices. New York, NY, USA, Wiley, 1996.
- [26] Grant M, Boyd S. CVX: matlab software for disciplined convex programming 2013 [OL]. <http://www.cvxr.com/cvx>, accessed August 2013.
- [27] Stoica P, Li J, Zhu X. Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2593-2598.

作者简介



王洪雁 男,1979年生,河南南阳人。现为大连大学信息学院讲师,主要从事空时自适应的研究工作。
E-mail: gglongs@163.com



裴炳南 男,1956年生,河南洛阳人。现为大连大学信息工程学院教授、博士生导师、IEEE高级会员、院长,主要从事空时自适应、模式识别方面的研究。
E-mail: peibingnan@dlu.edu.cn