

# 盲分离算法和 FRFT 联合抗雷达主瓣干扰技术研究

周青松<sup>1</sup> 王文涛<sup>1</sup> 王 珽<sup>2</sup> 张剑云<sup>1</sup>

(1. 电子工程学院, 合肥 230037; 2. 信息工程大学导航与空天目标工程学院, 郑州 450001)

**摘 要:** 压制干扰信号从天线主瓣进入雷达接收机, 会严重影响雷达的性能, 通常的旁瓣抗干扰技术难以奏效。而基于盲源分离算法(BSS)的抗主瓣干扰技术在低信噪比条件下性能恶化, 因此本文提出了 BSS 和分数阶傅里叶变换(FRFT)联合抗主瓣干扰的技术。文章首先利用经典的 BSS 算法分离接收到的主瓣干扰混合信号, 然后对有线性调频(LFM)信号特征的分隔信号进行 FRFT 变换处理, 并在 FRFT 域滤波去除大部分噪声的能量, 最后 FRFT 逆变换恢复出目标信号。仿真实验表明, 新算法相比 BSS 的抗主瓣干扰算法对脉冲压缩以后的峰值信噪比有较大的改善, 较大地提高了脉冲压缩雷达的检测性能, 具有良好的应用前景。

**关键词:** 抗主瓣干扰; 盲源分离; 分数阶傅里叶变换; FRFT 域滤波; 脉冲压缩

**中图分类号:** TN973 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2015)08-1004-08

## A Study on Radar Mainlobe Jamming Suppression Technique Based on Method of BSS-FRFT Union

ZHOU Qing-song<sup>1</sup> WANG Wen-tao<sup>1</sup> WANG Ting<sup>2</sup> ZHANG Jian-yun<sup>1</sup>

(1. Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China; 2. School of Navigation and Aerospace Target Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** If the suppress jamming pour into the mainlobe of radar antenna, it would severely degenerate the performance of radar. The common ECCM measures of sidelobe have no effect. But the performance of the technique of anti-mainlobe-jamming based on blind source separation algorithm would deteriorate in the condition of low signal to noise ratio. In this paper, we present the technique of anti-mainlobe-jamming based on BSS with the fractional Fourier transform de-noise. The mixed interference and target signal is separated by the classical BSS algorithm in the first of all. Then the signal separated which is a linear frequency modulation signal is dealt with FRFT and filtered to cut away the almost energy of noise in FRFT domain. The target signal is recovered by the FRFT opposite transform at last. The experiment of simulation indicates that it is a superior improvement for the peak SNR after pulse compression for the new algorithm than the process of BSS. Because the detection performance of the pulse compression radar is enhanced preferably, the new algorithm can be applied in practice.

**Key words:** mainlobe jamming suppression; blind source separation; fractional Fourier transform; filtration in FRFT domain; pulse compression

## 1 引言

现代电子战中, 雷达的抗干扰能力受到越来越多的关注。为了提高雷达在复杂电磁干扰环境中的生存能力, 已经采用了超低旁瓣、旁瓣匿影、旁瓣对消等抗干扰措施。压制干扰信号从天线主瓣进入雷达接收机时, 通常会严重影响雷达的性能, 旁瓣抗干扰措施无能为力。

文献[1]利用和差波束的主瓣对消可以抑制近主瓣干扰, 但是必须将主波束对准目标, 这在复杂电磁环境中难以实现; 文献[2]中利用阻塞矩阵对接收数据预处理, 然后自适应波束形成抑制主瓣干扰, 但存在主波束指向偏移的问题; 文献[3]利用天线的“空域极化特性”研究了极化域滤除主瓣干扰的新方法; 文献[4]研究了基于特征矩阵近似联合对角化(JADE)的 BSS 算法抗主瓣干扰技术, 但在

低信噪比环境中其分离效果下降,这使得利用其对抗主瓣干扰时性能恶化。近年来,研究较多的分数阶傅里叶变换技术<sup>[5]</sup>在处理 LFM 信号时在 FRFT 域会出现能量聚集现象,而高斯白噪声的能量则均匀分布在整个时频域内,可以考虑利用这一特性提高 BSS 算法抗主瓣干扰时分离出的目标回波脉压以后的峰值信噪比。文献[6]研究了 LFM 信号在 FRFT 域的频谱特征;文献[7]研究了利用 FRFT 对强弱 LFM 信号的检测和估计算法。

本文提出了基于 FRFT 后置降噪的 BSS 抗主瓣干扰技术。首先利用经典的 JADE 盲分离算法分离接收到的主瓣干扰混合信号,然后对 LFM 信号特征的分隔信号进行 FRFT 处理,并在 FRFT 域滤除大部分噪声的能量,最后 FRFT 逆变换恢复出目标信号。仿真实验表明这种 BSS 和 FRFT 后置降噪的联合抗主瓣干扰算法能较大改善脉压以后的峰值信噪比,提高了脉冲压缩雷达的检测性能。

## 2 信号模型

考虑相控阵雷达,阵列天线有  $N$  个接收传感器;雷达发射 LFM 的脉冲信号。在加性噪声  $\mathbf{n}(k)$  的环境下,一个目标回波和多个压制干扰信号的混合信号,其总数为  $M$ ,经过未知传输信道,在传感器阵列上得到  $N$  路观测信号。由于混合信号分别来自不同的信号源,可以假设各个源信号之间是相互独立的,在线性瞬时混合的条件下,接收的数字化混合信号模型的数学表示为:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

式(1)中  $k$  为采样时刻,  $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_N(k)]^T$ 。  $\mathbf{A}$  是一个  $N \times M$  维混合矩阵,  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_M]$ , 是由  $M$  个  $N$  维列向量组成。  $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_M(k)]^T$ , 那么  $\mathbf{n}(k) = [n_1(k), n_2(k), \dots, n_N(k)]^T$ 。

需要说明的是,盲源分离算法要求混合矩阵  $\mathbf{A}$  是  $N \times M$  维列满秩矩阵,即要求接收通道数目不小于目标和干扰信号数目总和 ( $N \geq M$ )。在下面的内容中,我们均假设接收传感器满足  $N \geq M$  的条件,也可以进一步假设  $\mathbf{y}$  和  $\mathbf{s}$  的维数相同,即假设  $M = N$ ;还需要说明的是目标回波与干扰信号具有不同的统计特性,来自不同的信号源,且以一定的角度差进入雷达天线主瓣,彼此相互独立,所以能够满足盲分离算法的“独立性”要求。

这里以一个目标信号和一个干扰信号为例说明主瓣干扰接收模型。至少需要用两个通道接收信号,

假设目标位于  $30^\circ$  方向,干扰位于  $31^\circ$  方向,通道 1 接收到  $30^\circ$  方向波束信号,通道 2 接收到  $31^\circ$  方向波束信号如图 1 所示,那么  $30^\circ$  方向波束信号可以表示为

$$\mathbf{y}_1(k) = a_{11}s_1(k) + a_{12}s_2(k) + n_1(k) \quad (2)$$

$31^\circ$  方向波束信号可以表示为

$$\mathbf{y}_2(k) = a_{21}s_1(k) + a_{22}s_2(k) + n_2(k) \quad (3)$$

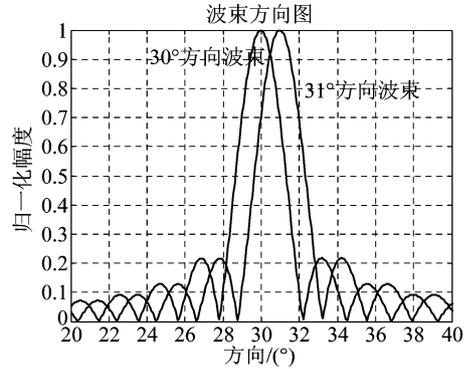


图 1 双波束接收方向图

Fig. 1 Pattern of dual beam reception

BSS 算法在噪声较弱的环境中可以取得较好的抗干扰效果,然而,在低信噪比环境中,分离出来的目标信号受到噪声的严重污染,目标检测时往往达不到一定发现概率对最小信噪比的要求。本文的思路是首先应用 JADE 盲源分离算法确定常量线性变换矩阵  $\mathbf{W}$  得到信源  $\mathbf{s}$  的估计  $\mathbf{x} = \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{w}$  ( $\mathbf{w}$  为残余噪声),然后利用 FRFT 对  $\mathbf{x}$  去噪,滤除大部分噪声能量,最后恢复出目标回波信号。下面图 2 是 BSS 和 FRFT 联合抗主瓣干扰原理图。

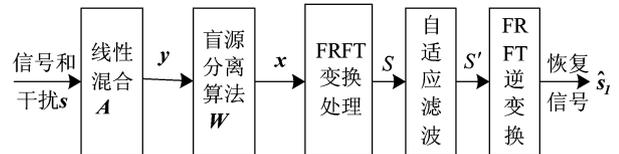


图 2 BSS 和 FRFT 联合抗主瓣干扰原理图

Fig. 2 Schematic of mainlobe jamming suppression based on BSS and FRFT

## 3 基于 JADE 的源信号分离算法

采用经典的 JADE 盲分离算法分离接收到的主瓣干扰混合信号,按照盲源分离的一般做法,通常假设杂波  $\mathbf{n}(k)$  是零均值,协方差矩阵为  $\delta^2 \mathbf{I}$  的高斯信号,  $\mathbf{n}(k)$  和  $\mathbf{s}(k)$  相互独立;信号  $s_i(k)$  是零均值单位功率,信号的能量吸收进系数矩阵  $\mathbf{A}$ , 即  $E\{|s_i(k)|^2\} = 1, i = 1, 2, \dots, M$ 。首先对观测信号进行预白化处理。

### 3.1 观测信号预白化

首先求取白化矩阵  $\mathbf{W}$  使其满足:  $\mathbf{W}\mathbf{A} = \mathbf{U}$  ( $\mathbf{U}$  为酉矩阵)。观测信号的零延迟相关矩阵可以估计为  $\hat{\mathbf{R}} = E(\mathbf{y}\mathbf{y}^H) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L y(l)y^H(l)$ , 其中  $L$  为快拍数。

由此得到下式(4)的预白化矩阵

$$\mathbf{W} = (\mathbf{A}_M - \delta^2 \mathbf{I}_M)^{-1/2} \hat{\mathbf{U}}_M^H = [(\lambda_1 - \delta^2)^{-1/2} \mathbf{e}_1 \cdots (\lambda_M - \delta^2)^{-1/2} \mathbf{e}_M]^H \quad (4)$$

式(4)中,  $\mathbf{A}_M = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_M)$  是协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}$  的  $M$  个最大特征值组成的对角阵,  $\hat{\mathbf{U}}_M = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \cdots, \mathbf{e}_M)$  是这些特征值对应的特征向量组成的矩阵。

$\delta^2$  是噪声的方差估计, 它等于  $\hat{\mathbf{R}}$  余下的  $N-M$  个小特征值的均值。那么得到的预白化信号为

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{W}\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}(\mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k)) = \mathbf{U}\mathbf{s}(k) + \mathbf{W}\mathbf{n}(k) \quad (5)$$

### 3.2 预白化信号的 JADE 盲分离

为了恢复源信号  $\mathbf{s}(k)$ , 必须估计出酉矩阵  $\mathbf{U}$ 。为此给定任意一个非零矩阵  $\mathbf{T} = [\tau_{ij}]_{M \times M}$ , 定义矩阵  $\mathbf{N} = \mathbf{Q}_z(\mathbf{T}) = [n_{ij}]_{M \times M}$ , 而

$$n_{ij} = \sum_{l,m=1}^M \text{cum}(z_i(k), z_j^*(k), z_l(k), z_m^*(k)) \tau_{ml} \quad (6)$$

上式(6)中,  $\text{cum}(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot)$  是求取四阶累积量。特别地, 当  $\mathbf{T} = \mathbf{b}_m \mathbf{b}_l^T$ ,  $\mathbf{b}_m$  和  $\mathbf{b}_l$  分别为单位阵的第  $m$  和第  $l$  列, 则

$$\mathbf{N} = \mathbf{Q}_z(\mathbf{b}_m \mathbf{b}_l^T) = [\text{cum}(z_i(k), z_j^*(k), z_l(k), z_m^*(k))]_{M \times M} \quad (7)$$

根据累积量的多线性性质, 有

$$\mathbf{Q}_z(\mathbf{T}) = \sum_{j=1}^M k_j \mathbf{u}_j^H \mathbf{M} \mathbf{u}_j \mathbf{u}_j^H = \mathbf{U} \mathbf{A}_T \mathbf{U}^H \quad \forall \mathbf{T} \quad (8)$$

式(8)中,  $k_j (j=1, 2, \cdots, M)$  为源信号的四阶累积量(即  $k_j = \text{cum}(s_j(k), s_j^*(k), s_j(k), s_j^*(k))$ ),  $\mathbf{u}_j$  为  $\mathbf{U}$  的第  $j$  列, 对角阵  $\mathbf{A}_T = \text{diag}(k_1 \mathbf{u}_1^H \mathbf{T} \mathbf{u}_1, k_2 \mathbf{u}_2^H \mathbf{T} \mathbf{u}_2, \cdots, k_M \mathbf{u}_M^H \mathbf{T} \mathbf{u}_M)$ 。

那么对得到的预白化后的接收数据的四阶累积量矩阵  $\mathbf{Q}_z(\mathbf{T})$  进行特征分解, 可以求得酉矩阵  $\mathbf{U}$  的估计  $\mathbf{V}$

$$\mathbf{Q}_z(\mathbf{T}) = (\mathbf{U}\mathbf{P})(\mathbf{P}^H \mathbf{A}_T \mathbf{P})(\mathbf{U}\mathbf{P})^H = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (9)$$

式(9)中,  $\mathbf{P}$  为置换矩阵,  $\mathbf{\Sigma} = \mathbf{P}^H \mathbf{A}_T \mathbf{P}$  仍然是对角阵。也就是说式(8)中的累积量矩阵由  $\mathbf{U}$  或  $\mathbf{V} =$

$\mathbf{U}\mathbf{P}$  对角化均可以得到, 这正是高阶累积量的矩阵特征分解的 BSS 算法的基础。

基于以上分析, 可以由酉矩阵的估计矩阵  $\mathbf{V}$  得到下式(10)的接收信号的盲分离结果

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}^H \mathbf{W}\mathbf{y}(k) \quad (10)$$

## 4 分数阶傅里叶变换(FRFT)后置降噪算法

线性调频信号会在 FRFT 域能量高度聚集, 而高斯白噪声的能量则均匀的分布在整个时频域内。利用 LFM 信号的这一特征, 在 FRFT 域对 BSS 分离出的目标信号进行窄带滤波取出尖峰所在区域的信号, 再逆 FRFT 处理, 就能恢复出原始信号, 对目标 LFM 信号实现去噪。下面给出 FRFT 后置降噪技术的具体算法。

### 4.1 FRFT 的基本原理

在时频平面内, 信号函数的 FRFT 可以看成是将信号绕原点从时间轴逆时针旋转一个角度  $\alpha$ , 到  $u$  轴( $u$  轴被称为 FRFT 域)上的表示。信号在 FRFT 域上的表示同时包含了其在时域和频域的信息。定义  $t$  域的信号函数  $x(t)$  的  $p$  阶 FRFT 是一个线性积分运算:

$$X_p(u) = \int_{-\infty}^{\infty} K_p(t, u) x(t) dt \quad (11)$$

式(11)中,  $p$  是 FRFT 的阶数,  $K_p(t, u)$  称为 FRFT 的核函数。其表达式为:

$$K_p(t, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-j\cot\alpha}{2\pi}} \exp\left[j\left(\frac{t^2+u^2}{2}\cot\alpha - tucsc\alpha\right)\right] & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u) & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u) & \alpha = (2n+1)\pi \end{cases} \quad (12)$$

式(12)中旋转角度  $\alpha = p\pi/2$ 。那么角度为  $\alpha = p\pi/2$  的 FRFT 逆变换可以看成是角度为  $-\alpha = -p\pi/2$  的 FRFT 变换, 所以可以得到 FRFT 逆变换为

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X_p(u) K_{-p}(t, u) du \quad (13)$$

那么, 上式(13)中  $x(t)$  可以看成被分解在以  $K_{-p}(t, u)$  为基的函数空间上, 而  $K_{-p}(t, u)$  实质上是 FRFT 域上一组线性调频正交基。所以, 一个给定的 LFM 信号在 FRFT 域某个相应的位置会呈现能

量聚集现象,随着  $p$  值的变化,当有一个合适的旋转角度  $\alpha$ , LFM 信号会出现高度的能量聚集。而高斯白噪声在 FRFT 域能量不会出现聚集现象。利用 LFM 信号在 FRFT 的这一特性,可以实现对其检测和参数估计。

#### 4.2 FRFT 的数值计算

正如快速傅里叶变换(FFT)极大地推动了傅里叶变换的应用发展,离散分数阶傅里叶变换(DFRFT)及其快速算法的研究对 FRFT 的实际应用至关重要。近年来,一些学者提出了多种快速算法,本文 FRFT 的实现选择应用最为普遍的采样型 DFRFT。下面简要介绍 Ozaktas 推导的一种高效精确的 FRFT 数值计算方法<sup>[5]</sup>。

首先需要对原始信号的量纲进行归一化处理。实际应用一般认为信号的时宽带宽是有限的,时域表示限定在区间  $[-\Delta t/2, \Delta t/2]$ , 频域限定在  $[-\Delta f/2, \Delta f/2]$ , 假定信号的绝大部分能量集中在这一区域。引入一个具有时间量纲的参数  $s$ , 定义新的尺度化坐标  $x=t/s$  和  $\nu=f \cdot s$ , 那么  $(x, \nu)$  实现了无量纲化。信号在新坐标中被限定在区间  $[-\Delta t/(2s), \Delta t/(2s)]$  和  $[-\Delta f \cdot s/2, \Delta f \cdot s/2]$  内。若取  $s = \sqrt{\Delta t/\Delta f}$ , 并使  $\Delta x = \sqrt{\Delta t \Delta f}$ , 那么这两个区间归一化为  $[-\Delta x/2, \Delta x/2]$ 。此时,对归一化后的信号进行采样,采样间隔为  $1/\Delta x$ , 采样点数为  $N = \Delta x^2$ 。

假定  $p \in [-1, 1]$ , 经过量纲归一化的信号  $x(t)$  可以通过以下三步实现连续 FRFT 的数值计算:

$$g(t) = e^{-j\pi t^2 \tan(\alpha/2)} x(t) \quad (14)$$

$$g'(u) = A_\alpha \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\pi \beta (u-t)^2} g(t) dt \quad (15)$$

$$X_p(u) = e^{-j\pi u^2 \tan(\alpha/2)} g'(u) \quad (16)$$

其中  $g(t)$  和  $g'(u)$  为中间过程,  $\alpha = p\pi/2$ ,  $\beta = \csc \alpha$ 。上面(14)、(15)和(16)都要经过离散化处理,具体的实现过程需要注意:

第一步,公式(14),当  $p \in [-1, 1]$  时,  $g(t)$  的带宽最高可达到原信号  $x(t)$  的两倍,即  $2\Delta x$ , 所以应当对  $g(t)$  以  $1/(2\Delta x)$  为间隔采样。而前面提到  $x(t)$  采样间隔为  $1/\Delta x$ , 那么就需要先对信号样本进行两倍插值,然后再与 LFM 信号相乘以得到  $g(t)$  的采样;第二步,公式(15),  $g(t)$  与 LFM 信号  $\exp(j\pi \beta t^2)$  作卷积,可以得到公式(15)对应的离散形式为

$$g' \left( \frac{m}{2\Delta x} \right) = \sum_{n=-N}^N h \left( \frac{m-n}{2\Delta x} \right) g \left( \frac{n}{2\Delta x} \right) \quad (17)$$

这一离散卷积可以利用 FFT 快速实现;第三步,公式(16),得到  $X_p(u)$  以  $1/(2\Delta x)$  为采样间隔的样本

$X_p \left( \frac{m}{2\Delta x} \right)$ 。由于假定  $x(t)$  的所有变换的时宽带宽都是有限的,且都位于  $[-\Delta x/2, \Delta x/2]$ , 所以需要对  $X_p \left( \frac{m}{2\Delta x} \right)$  进行两倍抽取,以得到  $X_p \left( \frac{m}{\Delta x} \right)$ 。

归纳起来,上述方法是将时域原始信号的  $N$  个采样点映射到 FRFT 域的  $N$  个离散采样点。需要说明的是本计算方法只适用于  $-1 \leq p \leq 1$ , 当  $p$  在该区间外,可以用 FRFT 性质  $\{F^4 f\}(x) = f(x)$  和  $\{F^2 f\}(x) = f(-x)$  予以转换并实现。

#### 4.3 FRFT 域滤波算法的原理与步骤

公式(1)中的接收的主瓣干扰混合信号经过 JADE 盲分离算法处理以后,得到  $M$  路的源信号,其中有一路是受噪声污染的目标信号,其为混有加性高斯噪声的 LFM 信号,记为:

$$x(t) = s(t) + \omega(t) \quad (18)$$

其中,能量有限线性调频信号  $s(t)$  可表示为

$$s(t) = a_0 \exp(j\varphi_0 + j2\pi f_0 t + j\pi \mu_0 t^2) \quad (19)$$

上式(19)中,  $a_0$ 、 $\varphi_0$ 、 $f_0$ 、 $\mu_0$  分别为信号的幅度、初始相位、初始频率、调频斜率。首先要正确识别信号能量在时频平面上的分布特征,以确定出合适的滤波器的相关参数,所以需要 FRFT 处理以后的时频平面进行峰值搜索。雷达发射信号已知,当混合信号中只有一个 LFM 信号时,容易设计滤波器;而当空间存在多个假目标信号(相互之间有一定的距离)时,需要先对多分量 LFM 回波信号进行参数估计,才能识别出目标回波。文献[8]中提出计算量较小的两级搜索方法,首先,按照下面公式(20)和(21)的原理对  $\alpha_0$  ( $\alpha_0$  为对 LFM 信号做 FRFT 处理时的旋转角度)和  $\mu_0$  进行粗搜索和参数估计,峰值搜索过程中由于离散化 ( $\hat{\alpha}_0, \hat{\mu}_0$ ) 二维平面的分辨率等原因,峰值点会出现偏差,针对这一问题文献[9]提出的插值算法提高了参数估计精度。

$$(\hat{\alpha}_0, \hat{\mu}_0) = \arg \max_{\alpha, \mu} |X_p(u)|^2 \quad (20)$$

$$\begin{cases} \hat{\mu}_0 = -\cot\hat{\alpha}_0 \\ \hat{f}_0 = \hat{u}_0 \csc\hat{\alpha}_0 \\ \hat{\varphi}_0 = \arg\left[\frac{X_{\hat{\alpha}_0}(\hat{u}_0)}{A_{\hat{\alpha}_0} e^{j\pi\hat{u}_0^2 \cot\hat{\alpha}_0}}\right] \\ \hat{a}_0 = \frac{X_{\hat{\alpha}_0}(\hat{u}_0)}{\Delta t |A_{\hat{\alpha}_0}|} \end{cases} \quad (21)$$

其次,以粗估计的值为初始值,利用下面公式(22)的拟牛顿法进行迭代搜索校正,得到峰值的精确搜索。

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{k+1} \\ \hat{u}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_k \\ \hat{u}_k \end{bmatrix} - \lambda_k H_k \left[ \frac{\partial |X_\alpha(u)|^2}{\partial p} \frac{X_\alpha(u)^2}{\partial u} \right] \Bigg|_{\substack{\alpha = \hat{\alpha}_k \\ u = \hat{u}_k}} \quad (22)$$

上式(22)中,  $\hat{\alpha}_k$  及  $\hat{u}_k$  为参数的第  $k$  次搜索的结果,  $\lambda_k$  为第  $k$  次搜索的步长系数,  $H_k$  为  $|X_\alpha(u)|^2$  在  $(\hat{\alpha}_k, \hat{u}_k)$  点的尺度矩阵。取得信号能量在时频平面的分布情况,也就知道了峰的位置。参考文献[10]滤波算法的步骤可以总结如下。

首先,将被噪声污染的 LFM 信号作 FRFT 处理,使其旋转一个合适的角度  $\alpha_0$  后得到

$$X_{\alpha_0}(u) = S_{\alpha_0}(u) + W_{\alpha_0}(u) \quad (23)$$

上式(23)中,  $S_{\alpha_0}(u)$  为能量有限 LFM 信号的 FRFT,其绝大部分能量在  $u$  域上以  $\hat{u}_0$  为中心的一个窄带内聚集;  $W_{\alpha_0}(u)$  为白噪声的 FRFT,其在时频域内能量均匀分布。

其次,在时频域对尖峰作“遮隔”处理,即

$$X'_{\mu_0}(u) = X_{\mu_0}(u)M(u) = S_{\mu_0}(u)M(u) + W_{\mu_0}(u)M(u) \quad (24)$$

上式(24)中,  $M(u)$  可以看成是 FRFT 域一个以  $\hat{u}_0$  为中心的窄带通滤波器,可以实现对 LFM 信号的 FRFT 域滤波,从而达到滤除大部分噪声能量的目的。

最后,应用公式(13)将滤波得到的 FRFT 域的窄带信号反向旋转  $-\alpha_0$  角度,得到滤波后的 LFM 信号,实现对 BSS 分离出的目标回波的降噪。

## 5 性能分析

盲信号分离和 FRFT 的联合抗干扰算法,在实际应用时需要考虑算法复杂度问题。如果注意两

方面的问题,可以降低算法应用复杂度。首先需要考虑的问题是,当源信号数  $M$  较大,即公式(10)分离出多路信号时,由于 FRFT 相比 JADE 算法占用较多资源,如果对每路分离信号都作 FRFT 处理,显然严重影响算法的工作效率。可以利用下面公式(25)中的脉冲压缩原理,找出脉压后会出现尖峰特征的信号,然后只对有 LFM 特征的分离信号进行 FRFT 处理。

$$\mathbf{x}'(k) = \text{conv}(\mathbf{x}(k), s_1^*(-k)) \quad (25)$$

式(25)中  $s_1(k)$  为雷达发射信号,其匹配滤波器为  $s_1^*(k_0 - k)$ ,理论分析时假设  $k_0 = 0$ ,  $\text{conv}(\cdot)$  为卷积运算。也可以对 FRFT 降噪以后得到的恢复信号进行脉冲压缩处理,并通过峰值检测确定目标的位置,下面第5节也将通过仿真实验中 FRFT 处理前后脉压的增益对新算法进行比较评价。

另一个问题是, BSS 算法与 FRFT 两种技术的合理配合也是算法设计过程中考虑的重点。如果将 FRFT 置于 BSS 前,那么将先对  $N$  路接收信号作 FRFT 处理然后分离恢复的阵列信号,这显然不可行。因为直接对  $N$  路接收信号作 FRFT 处理一方面计算速度慢;更重要的是公式(24)中经过 FRFT 滤波恢复的目标信号相比雷达原始目标信号有一定的截断误差;而且公式(20)、(21)和(22)中,对 FRFT 的峰值搜索和参数估计会有一些的偏差,所以 FRFT 恢复出来的信号只是原始信号的估计信号,  $N$  路信号的 FRFT 处理已经将源信号“破坏”。BSS 算法利用阵列信号进行盲分离,所以也就不能继续使用,仿真实验也证明了这一点。

需要说明的是:文章中的输入信噪比指平均信噪比,输入干噪比指平均干噪比;而用输出的峰值信噪比来评价和仿真分析抗干扰性能。峰值信噪比指信号可能的最大功率和影响它的表示精度的破坏性噪声功率的比值,文章的峰值信噪比指信号脉压以后的峰值信号功率与最大噪声功率之比。联合抗干扰算法对主瓣干扰的抑制体现在两方面:一方面是 BSS 算法将干扰和目标回波分离开来并对噪声有一定的压制。我们知道,雷达信号的检测性能受到信噪比(文章抗主瓣干扰的输出信噪比)严重影响,对于 50% 的发现概率所需要的最小信噪比就有 13.1 dB,99.9% 的发现概率所需要的最小信噪比为 16.5 dB。而当信噪比较低时,盲分离算法的分

离效果恶化,分离信号受到噪声的严重污染;另一方面 FRFT 对目标回波中的残余干扰和噪声进一步抑制。公式(18)中的分离信号经过 FRFT 降噪以后得到的输出信号的离散形式表示为

$$x(k) = s(k) + s'(k) + \omega'(k) \quad (0 < k \leq K) \quad (26)$$

上式(26)中, $K$ 为量纲归一化后信号样本的长度。 $s'(k)$ 为滤波产生的信号的截断误差,如果选择合适的滤波带宽,截断误差可以忽略; $\omega'(k)$ 为经过 FRFT 域滤波后最终还残余的噪声。那么后置 FRFT 降噪在 BSS 算法的基础上对于信噪比的提高为

$$G = \frac{\text{SNR}_{\text{out}}}{\text{SNR}_{\text{in}}} = \frac{E\left[\sum_0^K |s(k)|^2\right]}{E\left[\sum_0^K |\omega'(k)|^2\right]} \bigg/ \frac{E\left[\sum_0^K |s(k)|^2\right]}{E\left[\sum_0^K |\omega(k)|^2\right]} \\ = \frac{K \cdot \delta^2}{\Delta n \cdot \delta^2} = \frac{K}{\Delta n} \quad (27)$$

式(27)中  $G$  为 FRFT 降噪算法对信噪比的改善因子,  $\Delta n$  为公式(24)中窄带滤波器  $M(u)$  的通带宽度。

## 6 仿真实验

实验中假设相控阵雷达发射 LFM 脉冲信号,相控阵雷达为均匀线阵,阵元数目为 2 个,阵元间距为波长的一半。接收信号为一个目标回波脉冲和模拟的一个干扰机发射的噪声调频干扰的混合信号。目标 LFM 信号带宽 0.5 MHz,脉宽 850  $\mu\text{s}$ ,采样频率 1 MHz;脉冲信号采样点为 4000 个;仿真中噪声以复信号的形式表示。信源数为 2,为模拟主瓣干扰,假设目标信号位于  $30^\circ$  方向,干扰信号位于  $31^\circ$  方向,采用双波束接收,波束宽度  $2^\circ$ ,主瓣接收模型如第 1 节图 1 所示。

当信噪比(SNR)为  $-10$  dB,干燥比(INR)为  $0$  dB时,对 BSS 分离出的目标信号作 FRFT 降噪处理,图 3 是此时信号能量在 FRFT 域分布图,可以看出目标回波的时频二维分布出现明显的能量聚集;图 4 是恢复出来的目标回波的时域实部波形,可以看出恢复信号已经非常接近纯的 LFM 信号。下图 5 是 JADE 分离出的目标回波的直接脉压波形,图 6 是对分离的目标回波作 FRFT 降噪处理以后的脉压波形。

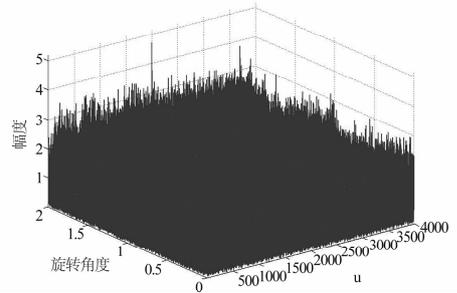


图 3 分离出的目标回波的时频分布图

Fig. 3 Time-frequency distribution of target echo separated

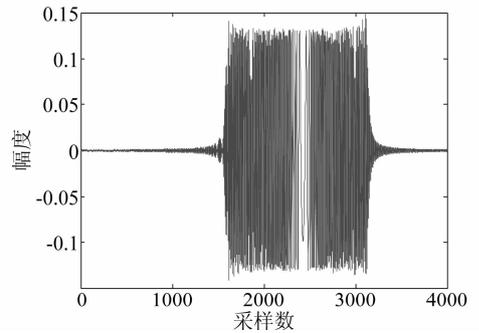


图 4 恢复的目标回波的时域实部波形

Fig. 4 Real part of the waveform of target echo recovered in time domain

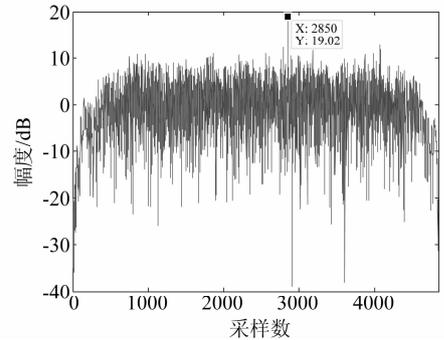


图 5 JADE 分离出的目标回波直接脉压的波形 (SNR= $-10$  dB, INR= $0$  dB)

Fig. 5 Pulse compression waveform of target echo separated by JADE (SNR= $-10$  dB, INR= $0$  dB)

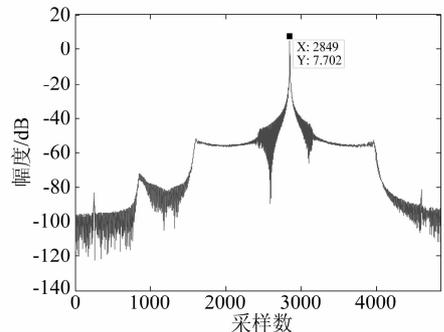


图 6 分离的目标回波作 FRFT 处理后的脉压波形 (SNR= $-10$  dB, INR= $0$  dB)

Fig. 6 Pulse compression waveform of target echo separated by JADE and processed by FRFT (SNR= $-10$  dB, INR= $0$  dB)

由图5和图6可以看出当SNR为-10 dB, INR为0 dB时, JADE盲分离后的目标回波直接脉压处理能取得6.65 dB的峰值信噪比, 此时还远远达不到雷达50%的检测概率时要求的最小信噪比; 而对分离的目标回波信号作FRFT处理的脉压波形可以读出其峰值信噪比为22.73 dB, 相比只做盲分离处理的方法有约16 dB的增益, 已经足够满足雷达检测概率99.9%时对最小信噪比的要求。下图7和图8是当不同仿真条件: SNR为0 dB, INR为15 dB时的仿真结果。

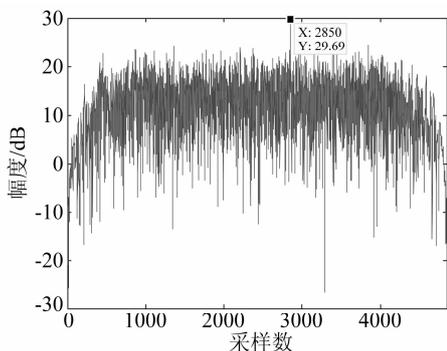


图7 JADE分离出的目标回波直接脉压的波形 (SNR=0 dB, INR=15 dB)

Fig. 7 Pulse compression waveform of target echo separated by JADE (SNR=0 dB, INR=15 dB)

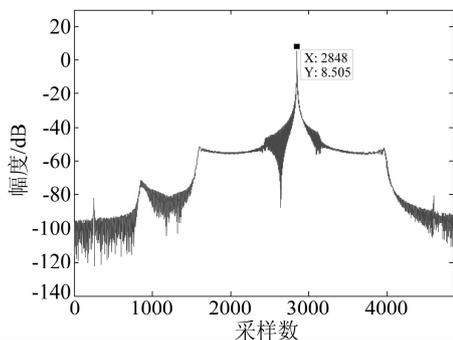


图8 分离的目标回波作FRFT处理后的脉压波形 (SNR=0 dB, INR=15 dB)

Fig. 8 Pulse compression waveform of target echo separated by JADE and processed by FRFT (SNR=0 dB, INR=15 dB)

从图7和图8可以看出当SNR为0 dB, INR为15 dB时, JADE盲分离后的目标回波直接脉压能取得5.13 dB的峰值信噪比, 此时也远远达不到雷达50%的检测概率要求的最小信噪比; 而此时若对分离的目标回波信号作FRFT处理, 其脉压波形的峰值信噪比为17.93 dB, 相比只做盲分离处理的方法有约12.8 dB的增益, 此时也能满足雷达检测概率为99.9%时对最小信噪比的要求。

综上所述, 在FRFT的适用范围内, FRFT后置降噪算法能很好的解决低信噪比的环境中, 盲源分离算法抗主瓣干扰时分离效果恶化, 脉压尖峰达不到检测需要最小信噪比的问题。仿真中选取的两组实验条件中, 相比直接对JADE分离出的目标信号脉压, FRFT处理使得脉压波形的峰值信噪比有了超过15 dB的增益, 这给雷达在复杂电磁环境中生存带来极大的好处。

## 7 结论

主瓣干扰会严重影响雷达的性能, 如突防编队中的随队干扰, 而常规抗干扰技术对其无能为力。而在低信噪比环境中, 盲分离抗主瓣干扰技术性能恶化。本文提出的FRFT后置降噪的盲分离抗主瓣干扰算法相比JADE盲分离抗主瓣干扰的方法, 在SNR为-10 dB, INR为0 dB时, 脉压波形的峰值信噪比有16 dB的增益; 在SNR为0 dB, INR为15 dB时, 脉压波形有12.8 dB的增益。本文的方法较大得提高了脉冲压缩雷达的检测性能, 具有良好的应用前景。

## 参考文献

- [1] Kai B Y, David JM. Adaptive digital beam forming for preserving monopulse target angle estimation accuracy in jamming[C]//Proceedings of the 2000 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop. Cambridge, MA: IEEE Press, 2000:454-458.
- [2] 苏保伟, 王永良, 李荣峰, 等. 阻塞矩阵方法对消主瓣干扰[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(11):1830-1832. Su B W, Wang Y L, Li R F, et al. Mainlobe interference cancelling method via block matrix[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(11): 1830-1832. (in Chinese)
- [3] 戴幻尧, 李永祯, 刘勇, 等. 主瓣干扰极化抑制的新方法[J]. 中国科学:信息科学, 2012, 42(4): 460-468. Dai H Y, Li Y Z, Liu Y, et al. A new approach to Suppress mainlobe interference based on orthogonal virtual polarization[J]. Science China: Information Science, 2012, 42(4): 460-468. (in Chinese)
- [4] 王建国, 伍光新, 周伟光. 盲源分离在雷达抗主瓣干扰中的应用研究[J]. 现代雷达, 2010, 32(10): 46-49. Wang J M, Wu G X, Zhou W G. A Study on Radar Ma-

- inlobe Jamming Suppression Based on Blind Source Separation Algorithm[J]. *Modern Radar*, 2010, 32(10):46-49. (in Chinese)
- [5] Haldun M. Ozaktas, Orhan Arikan, Alper Kutay. Digital computation of the fractional Fourier transform[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(9): 2141-2150.
- [6] 徐会法, 刘峰. 线性调频信号分数阶频谱特征分析[J]. *信号处理*, 2010, 26(12):1896-1901.  
Xu H F, Liu F. Spectrum Characteristic Analysis of Linear Frequency-Modulated Signal in the Fractional Fourier Domain[J]. *Signal Processing*, 2010, 26(12):1896-1901. (in Chinese)
- [7] 徐会法, 刘峰, 张鑫. 分数阶 Fourier 域强弱 LFM 信号检测与参数估计[J]. *信号处理*, 2011, 27(7): 1063-1068.  
Xu H F, Liu F, Zhang X. Detection and Parameter Estimation of Strong and Weak LFM Signals in the Fractional Fourier Domain[J]. *Signal Processing*, 2011, 27(7): 1063-1068. (in Chinese)
- [8] 齐林, 陶然, 周思永, 等. 基于分数阶 Fourier 变换的多分量 LFM 信号的检测和参数估计[J]. *中国科学(E 辑)*, 2003, 33(8): 749-759.  
Qi L, Tao R, Zhou S R, et al. Detection and Parameters Estimation of Multi-component LFM Signal Based on Fractional Fourier transform[J]. *Science in China (Series E)*, 2003, 33(8): 749-759. (in Chinese)
- [9] 宋军, 刘渝, 朱霞. LFM 信号参数估计的插值 FRFT 算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(10): 2188-2193.  
Song J, Liu Y, Zhu X. Parameters Estimation of LFM Signal by interpolation Based on FRFT[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(10): 2188-2193. (in Chinese)
- [10] 齐林, 陶然, 周思永, 等. 基于分数阶傅里叶变换的线性调频信号的自适应时频滤波[J]. *兵工学报*, 2003, 24(4): 500-503.  
Qi L, Tao R, Zhou S R, et al. An Adaptive Time-Frequency Filtering Method Based on Fractional Fourier transform for Linear Frequency Modulation Signals[J]. *Acta Armamentarii*, 2003, 24(4): 500-503. (in Chinese)

### 作者简介



**周青松** 男, 1982 年生, 安徽巢湖人, 合肥电子工程学院, 讲师, 博士, 主要研究领域为雷达信号处理, 阵列信号处理。

E-mail: zhouqingsong1207@gmail.com

**王文涛** 男, 1989 年生, 陕西扶风人, 合肥电子工程学院, 硕士研究生, 主要研究方向为雷达信号处理、雷达抗主瓣干扰技术。

E-mail: wangwentao517@126.com

**王珽** 男, 1988 年生, 河南许昌人, 信息工程大学, 博士研究生, 主要研究方向为雷达信号处理。

**张剑云** 男, 1963 年生, 浙江龙泉人, 合肥电子工程学院, 教授, 博士生导师, 中国电子学会高级会员、雷达分委会委员、IEEE 会员, 主要研究领域为雷达信号处理、雷达及目标环境模拟等。