

观测站存在位置误差条件下基于 MDS 的多站时差定位算法

吴 魏 于宏毅 张 莉

(解放军信息工程大学, 河南郑州 450002)

摘 要: 为了降低无源定位中观测站站址误差对定位精度产生的不良影响, 论文提出了一种基于多维尺度分析的多站无源时差定位解析算法。算法建立了存在站址误差时关于目标位置的线性方程组, 推导了方程误差与时差测量误差和站址误差之间的关系式, 将误差的统计特性融入到新的加权矩阵之中, 使用加权最小二乘方法对目标位置进行了求解。仿真实验表明, 算法对于小测量误差具有无偏性, 其定位精度能够达到克拉美罗下界, 相对于 Ho K C 的解析算法具有更好的稳健性。

关键词: 无源定位; 时差; 观测站站址误差; 多维尺度分析

中图分类号: TN91 文献标识码: A 文章编号: 1003-0530(2015)07-0770-07

Multidimensional Scaling-based Algorithm of Passive Source Localization Using Multiple Receivers from TDOA Measurements with Erroneous Receiver Positions

WU Wei YU Hong-yi ZHANG Li

(Information Engineering University of PLA, Zhengzhou, Henan 450002, China)

Abstract: Receiver position error is known to degrade the passive source localization accuracy significantly. To deal with this problem, a new time difference of arrival based closed-form algorithm using multiple receivers with position errors is introduced, which exploits the multidimensional scaling (MDS) analysis. The linear equations related to the target position are constructed. The relation between the equation errors and the TDOA as well as the receiver position measurement errors is deduced. The weighted LS method is used to solve the target position, in which the weighting matrix includes the statistical character of the measurement errors. Simulation demonstrates that the proposed method has unbiasedness for small measurement errors. It can also achieves an accuracy close to the Cramer-Rao low bound and is more robust to larger errors than the method by Ho K C.

Key words: passive location; time difference of arrival; receiver position error; multidimensional scaling

1 引言

多站无源时差定位具有作用距离远、隐蔽性好等优点, 对于增强系统在现代电子战中的生存能力具有重要作用, 现已得到了较为广泛的应用。考虑

到实时求解目标位置的要求, 解析法具有快速的求解速度和较高的定位精度, 因此得到了许多学者的重视和研究^[1-6]。其中, 文献[6]提出了一种基于多维尺度分析(Multidimensional Scaling, MDS)的解析算法, 相对于其他解析法而言, 它对于较大的观测

误差具有较强的稳健性。然而,文献[6]中假设了所有的观测站位置是精确已知的,这在实际情况中并不一定得到满足,并且观测站位置的准确性对定位精度的影响是不能忽略的^[7],许多考虑存在观测站站址误差情况下的时差定位算法^[7-13]相继被提出。

本文研究了观测站站址误差存在条件下多站无源时差定位的 MDS 算法,将站址误差的统计特性融入到最小二乘方法的加权矩阵之中,降低了站址误差对定位精度的影响,仿真验证了算法的定位性能。

本文的文章结构分为以下四个部分:第 2 节介绍了存在观测站站址误差时多站时差定位场景;第 3 节讨论了本文定位场景下的 MDS 算法;第 4 节是算法性能仿真;第 5 节是全文总结。

2 定位场景

本文的定位场景如图 1 所示,图中静止目标辐射源的位置为 $\mathbf{u} = [x, y, z]^T$, M 个存在站址误差的观测站位置为 $\mathbf{s}_i = [x_i, y_i, z_i]^T = \mathbf{s}_i^o + \boldsymbol{\varphi}_i$, 其中 $\mathbf{s}_i^o = [x_i^o, y_i^o, z_i^o]^T$ 为其未知的真实位置, $\boldsymbol{\varphi}_i$ 为误差值, $[\cdot]^T$ 表示向量转置。令 $\mathbf{s} = [\mathbf{s}_1^T, \mathbf{s}_2^T, \dots, \mathbf{s}_M^T]^T = \mathbf{s}^o + \boldsymbol{\varphi}$, $\mathbf{s}^o = [s_1^{oT}, s_2^{oT}, \dots, s_M^{oT}]^T$, $\boldsymbol{\varphi} = [\boldsymbol{\varphi}_1^T, \boldsymbol{\varphi}_2^T, \dots, \boldsymbol{\varphi}_M^T]^T$, 并假设观测站站址误差 $\boldsymbol{\varphi}$ 服从零均值高斯分布,其协方差矩阵为 \mathbf{Q}_β 。

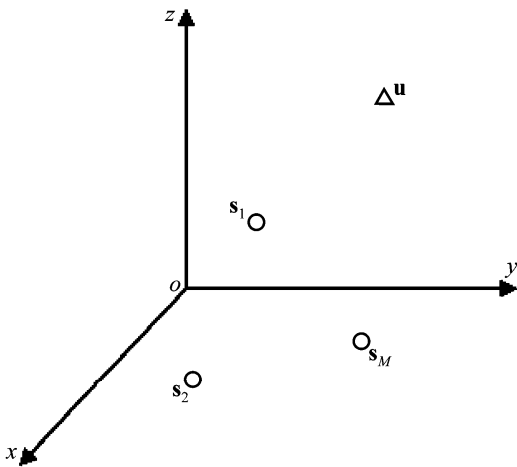


图 1 目标定位场景

Fig. 1 Source localization scenario

定义 t_{i1} 为观测站 i 和观测站 1 接收目标辐射源信号的 TDOA 测量值 ($i=2, 3, \dots, M$), 则到达距离差 (range difference of arrival) RDOA 测量值为

$$r_{i1} = c \cdot t_{i1} = d_{i1} + n_{i1} \quad (1)$$

其中, c 为信号传播速度, d_{i1} 表示 RDOA 真实值, n_{i1} 表示 RDOA 测量误差, 由定义可知 d_{i1} 表示为

$$d_{i1} = d_i - d_1 = \|\mathbf{u} - \mathbf{s}_i^o\| - \|\mathbf{u} - \mathbf{s}_1^o\| \quad (2)$$

式中 $\|\cdot\|$ 代表欧几里得范数, d_i 表示目标辐射源与观测站 i 之间的真实距离。

令 $\mathbf{r} = [r_{21}, r_{31}, \dots, r_{M1}]^T = \mathbf{d} + \mathbf{n}$, $\mathbf{d} = [d_{21}, d_{31}, \dots, d_{M1}]^T$, $\mathbf{n} = [n_{21}, n_{31}, \dots, n_{M1}]^T$, 并假设误差向量 \mathbf{n} 为零均值高斯分布的随机向量, 其协方差矩阵为 \mathbf{Q}_α , 且误差向量 \mathbf{n} 和 $\boldsymbol{\varphi}$ 之间是相互独立的, 其协方差矩阵均为已知的。

3 站址误差存在条件下多站无源时差定位的 MDS 算法

多维尺度分析原是一种心理学上的研究方法, 近年来被用于无线传感器网络节点的自身定位问题上, 已经取得了比较丰硕的成果。文献[6]在这些研究的基础上, 使用观测站位置精确已知的场景, 推导了无需特征值分解情况下关于目标位置的线性方程组。本节算法在其基础上, 研究了存在观测站站址误差的情况下如何对目标位置进行精确估计的问题。

首先, 定义位置坐标矩阵 (position coordinates matrix) 如下

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} x_1^o - x & y_1^o - y & z_1^o - z & id_{11} - id_{01} \\ x_2^o - x & y_2^o - y & z_2^o - z & id_{21} - id_{01} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_M^o - x & y_M^o - y & z_M^o - z & id_{M1} - id_{01} \end{bmatrix} \quad (3)$$

上式中, $d_{11} = 0$, $d_{01} = -d_1$, i 为虚数符号。由此可以得到标量乘积矩阵 (scalar product matrix) 为

$$\mathbf{B} = \mathbf{Z}\mathbf{Z}^T \quad (4)$$

矩阵 \mathbf{B} 的元素 $[\mathbf{B}]_{mn}$ 为

$$[\mathbf{B}]_{mn} = (\mathbf{z}_m - \mathbf{z}_0)^T (\mathbf{z}_n - \mathbf{z}_0) = (\mathbf{s}_m^o - \mathbf{u})^T (\mathbf{s}_n^o - \mathbf{u}) - (d_{m1} - d_{01})(d_{n1} - d_{01}) \quad (5)$$

考虑如下关系式

$$(\mathbf{s}_m^o - \mathbf{u})^T (\mathbf{s}_n^o - \mathbf{u}) = 0.5 [(\mathbf{s}_m^o - \mathbf{u})^T (\mathbf{s}_m^o - \mathbf{u}) +$$

$$(\mathbf{s}_n^o - \mathbf{u})^T(\mathbf{s}_n^o - \mathbf{u}) - (\mathbf{s}_m^o - \mathbf{s}_n^o)^T(\mathbf{s}_m^o - \mathbf{s}_n^o)] \quad (6)$$

可得 $[\mathbf{B}]_{mn}$ 如下

$$[\mathbf{B}]_{mn} = 0.5 [d_m^2 + d_n^2 - 2(d_{m1} - d_{01})(d_{n1} - d_{01}) - (\mathbf{s}_m^o - \mathbf{s}_n^o)^T(\mathbf{s}_m^o - \mathbf{s}_n^o)] = 0.5 [(d_{m1} - d_{n1})^2 - (\mathbf{s}_m^o - \mathbf{s}_n^o)^T(\mathbf{s}_m^o - \mathbf{s}_n^o)] \quad (7)$$

文献[6]在经典 MDS 算法(基于矩阵 \mathbf{B} 的特征值分解)的基础上,利用分解后信号子空间和噪声子空间之间的正交性,巧妙的进行公式推导得到了如下的线性方程组(推导过程参见附录)

$$\mathbf{B}\mathbf{A} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_M \quad (8)$$

其中 $\mathbf{A} \triangleq \mathbf{P}^\dagger = \mathbf{P}^T(\mathbf{P}\mathbf{P}^T)^{-1}$, 对上式进行简单变形可以得到

$$\mathbf{H}\mathbf{z} = \mathbf{h} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{z} = [x, y, z, d_{01}]^T$ 为待估参数, $\mathbf{H} = \mathbf{B}\mathbf{A}_2$, $\mathbf{h} = -\mathbf{B}\mathbf{A}_1$, \mathbf{A}_1 和 \mathbf{A}_2 分别由矩阵 \mathbf{A} 的第一列和其余列向量组成, 即 $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1; \mathbf{A}_2]$, $(\cdot)^\dagger$ 代表求解 Moore-Penrose 广义逆, 矩阵 \mathbf{P} 如下

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & x_1^o & y_1^o & z_1^o & d_{11} \\ 1 & x_2^o & y_2^o & z_2^o & d_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_M^o & y_M^o & z_M^o & d_{M1} \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

实际情况中,我们无法得到矩阵 \mathbf{H} 和向量 \mathbf{h} 的真实值,所以将含有误差的观测值 r_{i1} 和 s_i 代入到公式(9)后得到

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \hat{\mathbf{H}}\mathbf{z} - \hat{\mathbf{h}} \quad (11)$$

上式中, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为方程误差, (\cdot) 为含有误差的表达式, 则待估参数 \mathbf{z} 的加权最小二乘解为

$$\hat{\mathbf{z}} = (\hat{\mathbf{H}}^T \mathbf{W} \hat{\mathbf{H}})^{-1} \hat{\mathbf{H}}^T \mathbf{W} \hat{\mathbf{h}} \quad (12)$$

上式中, 加权矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{E}[\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T]^{-1}$ 。为了降低站址误差对定位精度的影响, 需考虑其统计特性, 并构造包含误差特性的加权矩阵, 接下来将逐步对 \mathbf{W} 的具体形式进行推导。

假设 $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}$ 和 $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}$, 其中 $\Delta\mathbf{B}$ 和 $\Delta\mathbf{A}$ 为误差项, 则将观测值 r_{i1} 和 s_i 代入公式(7), 忽略二次误差项后得到

$$[\Delta\mathbf{B}]_{mn} \approx (d_{m1} - d_{n1})(n_{m1} - n_{n1}) - (\mathbf{s}_m^o - \mathbf{s}_n^o)^T(\boldsymbol{\varphi}_m - \boldsymbol{\varphi}_n) \quad (13)$$

误差项 $\Delta\mathbf{A}$ 的表达式^[6]为

$$\Delta\mathbf{A} \approx -\mathbf{A}\Delta\mathbf{P}\mathbf{A} + (\mathbf{I} - \mathbf{A}\mathbf{P})\Delta\mathbf{P}^T(\mathbf{P}\mathbf{P}^T)^{-1} \quad (14)$$

其中

$$\Delta\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & \varphi_{1x} & \varphi_{1y} & \varphi_{1z} & n_{11} \\ 0 & \varphi_{2x} & \varphi_{2y} & \varphi_{2z} & n_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \varphi_{Mx} & \varphi_{My} & \varphi_{Mz} & n_{M1} \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

由公式(11)和公式(8)可以得到方程误差向量 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \hat{\mathbf{H}}\mathbf{z} - \hat{\mathbf{h}} = \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad (16)$$

将 $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}$ 和 $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}$ 代入上式, 忽略二次误差项, 可得方程误差向量 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 与 RDOA 测量误差向量 \mathbf{n} 和观测站站址误差向量 $\boldsymbol{\varphi}$ 的关系如下

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx (\Delta\mathbf{B}\mathbf{A} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{A}) \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \mathbf{G}_1\mathbf{n} + \mathbf{G}_2\boldsymbol{\varphi} \quad (17)$$

\mathbf{G}_1 和 \mathbf{G}_2 的表达式如下所示

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{T}_1 - \mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{T}_2 + \mathbf{F} \quad (18)$$

$$\mathbf{G}_2 = \mathbf{K}_1 - \mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{K}_2 + \mathbf{R} \quad (19)$$

公式(18)中的矩阵 \mathbf{T}_1 、 \mathbf{T}_2 和矩阵 \mathbf{F} 如下所示

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} -a_2(d_{11} - d_{21}) & \cdots & -a_M(d_{11} - d_{M1}) \\ \sum_{m=1}^M a_m(d_{21} - d_{m1}) & \cdots & -a_M(d_{21} - d_{M1}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_2(d_{M1} - d_{21}) & \cdots & \sum_{m=1}^M a_m(d_{M1} - d_{m1}) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_4^T & a_2 \\ \mathbf{0}_4^T & a_3 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_4^T & a_M \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{v}_5 \cdot \mathbf{C}(2:M) \quad (22)$$

其中, $\mathbf{a} \triangleq \mathbf{A} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \triangleq [a_1, a_2, \dots, a_M]^T$; $\mathbf{0}_N$ 为 $N \times 1$ 的全零

向量; 向量 $\mathbf{v} = (\mathbf{P}\mathbf{P}^T)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix}$, \mathbf{v}_i 为 \mathbf{v} 的第 i 个元素,

$\mathbf{q} = [\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4]$; 矩阵 $\mathbf{C} = \mathbf{B}(\mathbf{I} - \mathbf{A}\mathbf{P})$, $\mathbf{C}(i:j)$ 表示 \mathbf{C} 的第 i 到 j 列组成的矩阵, \mathbf{C}_{ij} 则表示 \mathbf{C} 第 i 行第 j 列的元素。

公式(19)中, 矩阵 \mathbf{K}_1 、 \mathbf{K}_2 和矩阵 \mathbf{R} 的表达式如下

$$\mathbf{K}_1 = -\mathbf{1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^M a_m (\mathbf{s}_1^o - \mathbf{s}_m^o)^T & -a_2 (\mathbf{s}_1^o - \mathbf{s}_2^o)^T & \cdots & -a_M (\mathbf{s}_1^o - \mathbf{s}_M^o)^T \\ -a_1 (\mathbf{s}_2^o - \mathbf{s}_1^o)^T & \sum_{m=1}^M a_m (\mathbf{s}_2^o - \mathbf{s}_m^o)^T & \cdots & -a_M (\mathbf{s}_2^o - \mathbf{s}_M^o)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 (\mathbf{s}_M^o - \mathbf{s}_1^o)^T & -a_2 (\mathbf{s}_M^o - \mathbf{s}_2^o)^T & \cdots & \sum_{m=1}^M a_m (\mathbf{s}_M^o - \mathbf{s}_m^o)^T \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} & \mathbf{0}_{3M}^T & & \\ a_1 \mathbf{I}_3 & a_2 \mathbf{I}_3 & \cdots & a_M \mathbf{I}_3 \\ & \mathbf{0}_{3M}^T & & \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中 \mathbf{I}_3 为单位矩阵。

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} \mathbf{q} & \mathbf{C}_{12} \mathbf{q} & \cdots & \mathbf{C}_{1M} \mathbf{q} \\ \mathbf{C}_{21} \mathbf{q} & \mathbf{C}_{22} \mathbf{q} & \cdots & \mathbf{C}_{2M} \mathbf{q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{C}_{M1} \mathbf{q} & \mathbf{C}_{M2} \mathbf{q} & \cdots & \mathbf{C}_{MM} \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (25)$$

将以上矩阵带入到公式(18)、(19)可以得到矩阵 \mathbf{G}_1 和 \mathbf{G}_2 ,使用公式(17)和 $\mathbf{W} = \mathbf{E}[\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^T]^{-1}$,可以得到加权矩阵 \mathbf{W} 如下

$$\mathbf{W} = [\mathbf{G}_1 \mathbf{Q}_\alpha \mathbf{G}_1^T + \mathbf{G}_2 \mathbf{Q}_\beta \mathbf{G}_2^T]^{-1} \quad (26)$$

其中, \mathbf{Q}_α 和 \mathbf{Q}_β 为误差协方差矩阵。将上式得到的加权矩阵代入到公式(12)得到估计值 $\hat{\mathbf{z}}$,其前三项即为目标位置的估计值 $\hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{z}}(1:3)$ 。

考虑到求解上式时需要知道观测量的真实值,这里可以首先使用 $\mathbf{W} = \mathbf{I}_M$ (\mathbf{I}_M 为单位阵)估计一个粗略的 $\hat{\mathbf{z}}$,再通过上式得到更为精确的 \mathbf{W} ,此步骤可以重复一到两次。此外,估计值 $\hat{\mathbf{z}}$ 的协方差矩阵为

$$\text{cov}(\hat{\mathbf{z}}) = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \quad (27)$$

4 算法性能仿真

本节是对上述算法的仿真,仿真中将对本文算法与 Ho K C 的两步最小二乘算法^[8]、CRLB^[8]以及公式(27)中本文算法的理论值。我们假设 RDOA 测量值 r_{i1} 和观测站位置 \mathbf{s}_i 分别是在其真实值上加上了零均值高斯误差,其协方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}_\alpha = \sigma_r^2 \mathbf{J}_{M-1}$ 和 $\mathbf{Q}_\beta, \mathbf{J}_{M-1}$ 为 $(M-1) \times (M-1)$ 阶矩阵, $\sigma_r^2 = 0.001$ 为 RDOA 噪声方差值, \mathbf{J} 为对角线上的元素为 1,其余均为 0.5 的矩阵^[2]。算法的估计偏差表示为 $\sqrt{(\mathbf{E}[\hat{\mathbf{u}}] - \mathbf{u})^T (\mathbf{E}[\hat{\mathbf{u}}] - \mathbf{u})}$,定位精度 (RMSE) 表示为 $\sqrt{\mathbf{E}[(\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u})^T (\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u})]}$,其中 \mathbf{E}

$[\cdot]$ 表示求数学期望, $N = 10^4$ 为总的运算次数,观测站位置见表 1。

表 1 观测站真实位置(单位:米)

Tab. 1 True positions (in meters) of receivers

观测站编号	x_i^o	y_i^o	z_i^o
1	345	-100	-350
2	400	150	-110
3	-300	500	200
4	350	205	100
5	-100	-100	-100

仿真 1 各观测站站址误差值大小相同的情况,即 $\mathbf{Q}_\beta = \sigma_s^2 \mathbf{I}_{3M}$,其中 \mathbf{I}_{3M} 为 $3M \times 3M$ 单位矩阵。

(1) 目标距离观测站较近的情况,目标位置 $\mathbf{u} = [375, 150, 560]^T$ m。

图 2(a) 为定位偏差,本文算法在站址误差较小时表现了良好的无偏性,随着误差的增大,定位偏差开始增加,但比最小二乘算法仍有明显改善。图 2(b) 为定位精度,图中两步最小二乘算法的定位精度在 $\sigma_s^2 = -5$ dBm² 时开始偏离 CRLB,而本文算法在 $\sigma_s^2 = 5$ dBm² 才开始偏离,门限值推迟了大约 10 dBm²,表现出对较大的站址误差具有较好的稳健性。此外,可以看出本文算法仿真与其理论值基本吻合。

(2) 目标距离观测站较远的情况,目标位置 $\mathbf{u} = [4000, 1200, 3500]^T$ m。

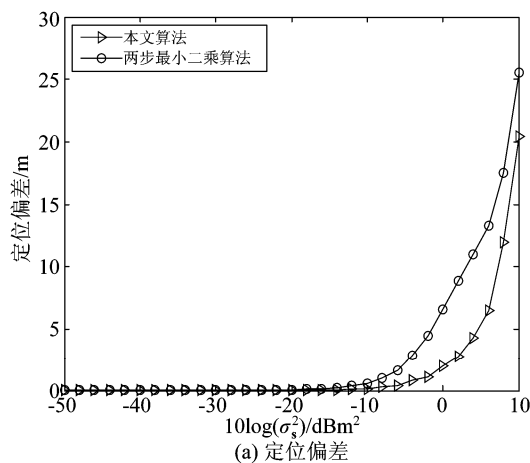
观察图 3(a) 可以发现,本文算法仍是在 $\sigma_s^2 = -10$ dBm² 左右开始产生偏差,表现出与近场目标相同的无偏性。图 3(b) 中两步最小二乘算法在 $\sigma_s^2 = 2$ dBm² 开始偏离 CRLB,而本文算法在 8 dBm² 才开始偏离,门限值推迟了大约 6 dBm²,仍表现出对于大误差的稳健性。同时,本文算法仿真与其理论值仍然基本重合。

仿真 2 各观测站站址误差值大小不同的情况^[10],即:

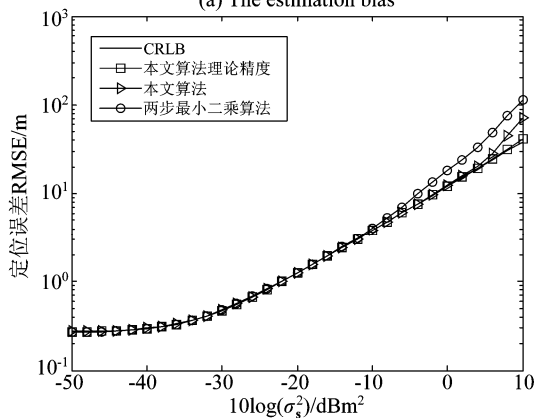
$$\mathbf{Q}_\beta = \sigma_s^2 \text{diag}([2, 2, 2, 2, 2, 2, 10, 10, 10, 20, 20, 20, 3, 3, 3])$$

(1) 目标距离观测站较近的情况, 目标位置

$$\mathbf{u} = [375, 150, 560]^T \text{ m.}$$



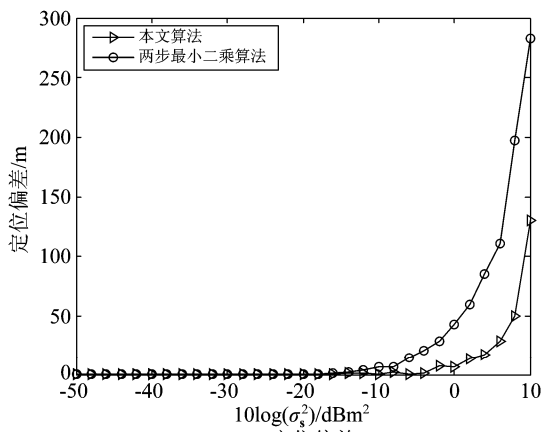
(a) 定位偏差



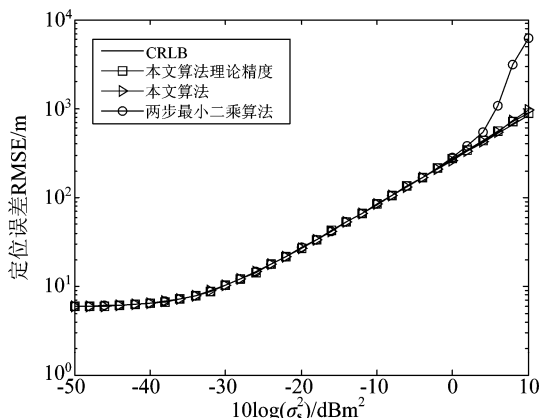
(b) 定位精度

图2 站址误差相同时近场目标的定位性能

Fig. 2 The estimation performance of a near-field target with equal position noise powers



(a) 定位偏差



(b) 定位精度

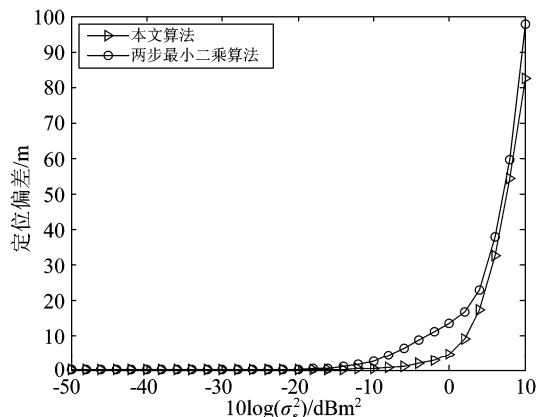
(b) The estimation accuracy

图3 站址误差相同时远场目标的定位性能

Fig. 3 The estimation performance of a far-field target with equal position noise powers

(2) 目标距离观测站较远的情况, 目标位置 $\mathbf{u} = [4000, 1200, 3500]^T \text{ m.}$

仔细观察图4和图5可以看出, 本文算法在站址误差值不同的场景下仍能保持良好的定位性能, 进一步验证了其有效性。从图2~图5的仿真结果可以看出, 本文算法在站址误差较小时具有良好的无偏性, 在较大误差范围内能够达到CRLB, 相比于两步最小二乘法, 本文算法精度偏离理论下限的阈值向后推迟, 对于较大的站址误差具有较强的稳健性, 充分表现了算法良好的定位性能。



(a) 定位偏差

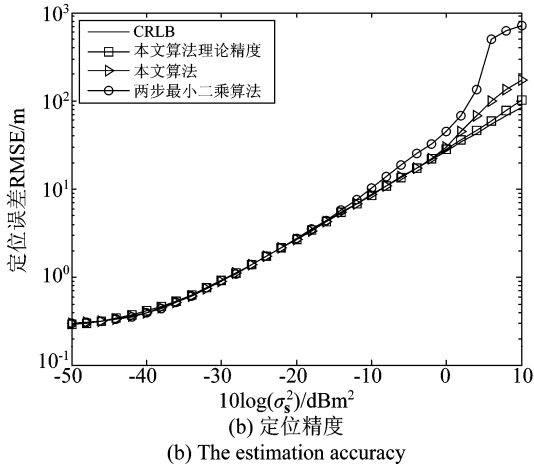


图 4 站址误差不同时近场目标的定位性能

Fig. 4 The estimation performance of a near-field target with unequal position noise powers

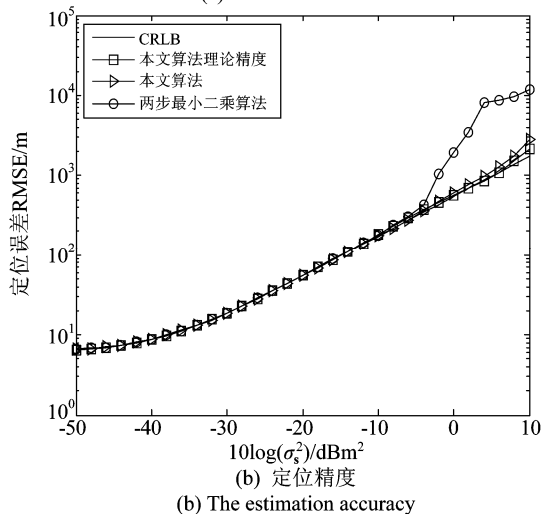
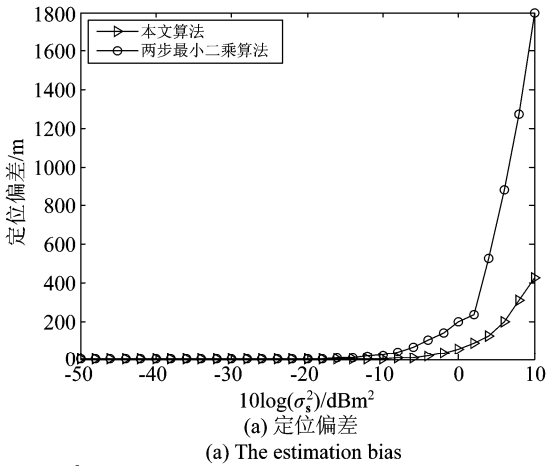


图 5 站址误差不同时远场目标的定位性能

Fig. 5 The estimation performance of a far-field target with unequal position noise powers

5 结论

本文介绍了一种存在观测站站址误差时基于 MDS 的多站无源时差定位解析算法,将站址误差融入到最小二乘方法的加权矩阵之中,分别在各站站址误差相同和不同的场景下对近、远场目标的定位性能进行了对比仿真,表现出良好的无偏性和定位精度,验证了算法对于较大的站址误差的稳健性。

附录

文献[6]中对公式(8)进行了详细推导,这里对其进行简单介绍,首先对矩阵 \mathbf{B} 进行特征值分解得到

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{U}^T \quad (28)$$

其中, \mathbf{A} 为矩阵 \mathbf{B} 的特征值构成的对角矩阵, \mathbf{U} 为矩阵 \mathbf{B} 的特征值所对应的特征向量构成的正交矩阵。由于矩阵 \mathbf{B} 的秩等于 4, 根据特征值分解理论可以得到 $\mathbf{B} = \mathbf{U}_s \mathbf{A}_s \mathbf{U}_s^T$ 和 $\mathbf{U}_n^T \mathbf{B} \mathbf{U}_n = \mathbf{O}_{M-4}$, 其中 \mathbf{U}_s 和 \mathbf{U}_n 分别为矩阵 \mathbf{B} 的信号子空间和噪声子空间, \mathbf{A}_s 为 \mathbf{U}_s 对应的特征值构成的对角矩阵, \mathbf{O}_{M-4} 为 $M-4$ 维全零方阵, 将 $\mathbf{B} = \mathbf{Z}\mathbf{Z}^T$ 代入 $\mathbf{U}_n^T \mathbf{B} \mathbf{U}_n = \mathbf{O}_{M-4}$ 可得

$$\mathbf{Z}^T \mathbf{U}_n = \mathbf{O}_{4 \times (M-4)} \quad (29)$$

由于矩阵 \mathbf{B} 的信号子空间 \mathbf{U}_s 和噪声子空间之间 \mathbf{U}_n 具有正交性, 我们可以得到如下结论

$$\mathbf{U}_s^T \mathbf{P}^\dagger \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_4 \quad (30)$$

其中, $\mathbf{0}_4$ 为 4×1 的全零向量, 矩阵 \mathbf{P} 见公式(10), 上式的推导过程如下:

矩阵 \mathbf{Z} (公式(3)) 可以改写成如下形式

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} x_1^o & y_1^o & z_1^o & id_{11} \\ x_2^o & y_2^o & z_2^o & id_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_M^o & y_M^o & z_M^o & id_{M1} \end{bmatrix} - \mathbf{I}_M \mathbf{z}_0^T \quad (31)$$

其中, \mathbf{I}_M 表示 $M \times 1$ 的全 1 向量, $\mathbf{z}_0 = [x, y, z, id_{01}]^T$ 。将上式代入公式(29)可得

$$\begin{bmatrix} x_1^o & y_1^o & z_1^o & id_{11} \\ x_2^o & y_2^o & z_2^o & id_{21} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_M^o & y_M^o & z_M^o & id_{M1} \end{bmatrix}^T \mathbf{U}_n = \mathbf{z} \mathbf{I}_M^T \mathbf{U}_n \quad (32)$$

其中 $\mathbf{z} = [x, y, z, d_{01}]^T$, 对上式进行变形可得 $\mathbf{P}\mathbf{U}_n =$

$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \mathbf{I}_M^T \mathbf{U}_n$, 接着在其两边分别右乘向量 $\mathbf{U}_n^T \mathbf{I}_M$, 并除

以非零因子 $\mathbf{I}_M^T \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^T \mathbf{I}_M$ 得到 $\mathbf{P} \frac{\mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^T \mathbf{I}_M}{\mathbf{I}_M^T \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^T \mathbf{I}_M} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix}$, 即

$$\frac{\mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^T \mathbf{I}_M}{\mathbf{I}_M^T \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^T \mathbf{I}_M} = \mathbf{P}^\dagger \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad (33)$$

其中, \mathbf{P}^\dagger 为 \mathbf{P} 的 Moore-Penrose 广义逆。考虑到 \mathbf{U}_s 和 \mathbf{U}_n 之间的正交性 ($\mathbf{U}_s^T \mathbf{U}_n = \mathbf{O}_{4 \times (M-4)}$), 在公式 (33) 两边分别左乘 \mathbf{U}_s^T 即可得到公式 (30)。

接下来, 在公式 (30) 两边分别左乘 $\mathbf{U}_s \mathbf{A}_s$, 且由

$\mathbf{B} = \mathbf{U}_s \mathbf{A}_s \mathbf{U}_s^T$ 可得 $\mathbf{B}\mathbf{A} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \mathbf{0}_M$, 即得到公式 (8)。

参考文献

- [1] Smith J O, Abel J S. Closed-form least-squares source location estimation from range-difference measurements [J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, 1987, 35(12): 1661-1669.
- [2] Chan Y T, Ho K C. An efficient closed-form localization solution from time difference of arrival measurements [C] // IEEE ICASSP, Adelaide South Australia, 1994, 2: II/393-II/396.
- [3] Ho K C, Xu Wenwei. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(9): 2453-2463.
- [4] Wei Hewen, Wan Quan, et al. A novel weighted multidimensional scaling analysis for time-of-arrival-based mobile location [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 3018-3022.
- [5] Sun Ming, Yang Le, Ho K C. Efficient joint source and sensor localization in closed-form [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(7): 399-402.
- [6] Wei Hewen, Peng Rong, et al. Multidimensional Scaling Analysis for Passive Moving Target Localization With TDOA and FDOA Measurements [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1677-1688.
- [7] Ho K C, Lu X, Kovavisaruch L. Source localization using

TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors: Analysis and solution [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2): 684-696.

- [8] Ho K C, Kovavisaruch L, Parikh H. Source localization using TDOA with erroneous receiver positions [C] // IEEE ISCAS, Vancouver Canada, 2004, 3: II/453-II/456.
- [9] Yang Le, Ho K C. Alleviating Sensor Position Error in Source Localization Using Calibration Emitters at Inaccurate Locations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(1): 67-83.
- [10] Yang Le, Ho K C. An approximately efficient TDOA localization algorithm in closed-form for locating multiple disjoint sources with erroneous sensor positions [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(12): 4598-4615.
- [11] Sun Ming, Ma Zhenhua, Ho K C. Joint source localization and sensor position refinement for sensor networks [C] // IEEE ICASSP, Vancouver Canada, 2013: 4026-4030.
- [12] Wang Yue, Ho K C. TDOA Source Localization in the Presence of Synchronization Clock Bias and Sensor Position Errors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(18): 4532-4544.
- [13] Sun Ming, Yang Le, Guo Fucheng. Improving noisy sensor positions using accurate inter-sensor range measurements [J]. Signal Processing, 2014, 94: 138-143.
- [14] Tufts D W. The effects of perturbations on matrix-based signal processing [C] // ASSP Workshop on Spectrum Estimation and Modeling, 1990: 159-162.

作者简介

吴 魏 男, 1990 年生, 河南郑州人, 解放军信息工程大学硕士研究生, 主要研究方向为无源定位中观测站站址误差校正技术。

E-mail: goodwuwei18@163.com

于宏毅 男, 1963 年生, 内蒙古呼和浩特人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为通信信号处理、无线通信技术、自组织网络、无线传感器网络。

E-mail: max_cn@126.com

张 莉 女, 1975 年生, 江西吉安人, 硕士, 副教授, 主要研究方向为阵列信号处理、无源定位。

E-mail: neyou1@163.com