

# 改进 SSMUSIC 超分辨多径时延估计算法

王云龙 吴 瑛

(解放军信息工程大学信息与系统工程学院, 郑州 450000)

**摘 要:** 传统的 MUSIC 超分辨时延估计技术是直接基于测量数据, 其性能往往只对宽带且频谱近似平坦的信号较优, 而对窄带信号估计性能较差。针对上述问题, 本文通过利用谐波频率估计模型和 DOA (Direction of Arrival) 估计模型之间的等价性, 将时延估计问题转化为谐波频率估计问题, 提出了一种改进 SSMUSIC (Signal Subspace Scaled Multiple Signal Classification) 超分辨多径时延估计算法。改进后的算法采用平滑的思想和 SSMUSIC 算法的思想构造协方差矩阵和 MUSIC 谱, 实现了对多径时延的超分辨估计。仿真表明, 该算法能够实现窄带信号多径时延超分辨估计且具有 DP (Direct-Path) 不模糊和谱峰陡峭的特点, 估计性能优于传统的超分辨算法。

**关键词:** 超分辨时延估计; 多重信号分类; 信号子空间加权多重信号分类; 特征值分解

**中图分类号:** TN911.7    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1003-0530(2014)08-0979-08

## Improved SSMUSIC Algorithm of Super-Resolution Time Delay Estimation in Multipath Environments

WANG Yun-long    WU Ying

(Institute of Information System Engineering, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou 450000, China)

**Abstract:** Traditional MUSIC super-resolution time delay estimation technology is based on the direct data and its performance always better on the condition of wideband and approximate flat spectrum and bad on the narrowband signal. Aim at these problems, this paper use the equality of model-based sinusoidal parameter estimation and DOA estimation, then propose an improved SSMUSIC algorithm of super-resolution time delay estimation through transform the problem into problem of parameter estimation of sinusoidal signals. The improved algorithm adopts the smoothing technique and SSMUSIC technique to construct the covariance matrix and MUSIC spectrum and realizes the Super-Resolution Time Delay Estimation in Multipath Environments. The simulations show that improved algorithm has the better performance on the traditional super-resolution algorithm which can realize the Super-Resolution Time Delay Estimation in Multipath Environments of narrowband signals and has the features of DP unambiguity and abrupt spectrum.

**Key words:** super-resolution time delay estimation; multiple signal classification; signal subspace scaled multiple signal classification; eigenvalue decomposition

### 1 引言

现代电子战中, 时差定位以实时性强、定位精

度高等优点, 广泛应用于无源定位中。由于时差定位的精度会直接影响无源定位的精度, 因此, 如何提高时差定位的精度成为目前研究的热点<sup>[1]</sup>。传

统的时延估计所基于的互相关法<sup>[2]</sup>的分辨能力往往受限于信号带宽,即当接收信号中多径分量的时延间隔小于发射信号的相关时间(一般为发射信号带宽的倒数)时,互相关法性能就会急剧下降。为了突破相关时间--瑞利限的限制,相应地需要研究超分辨的时延估计算法<sup>[3]</sup>。

Schmid<sup>[4]</sup>于1986年提出了基于特征值分解的多重信号分类算法(MUSIC)并将其应用于波达方向(DOA)估计领域,成功实现了对信号方位信息的超分辨估计。目前很多关于子空间类的算法均是以该方法为基础实现的。Buckstein和Kailath<sup>[5]</sup>于1985年首先引入MUSIC方法并在时域进行多径时延估计,但是由于其对阵列流型的特殊需求,使得其估计性能较之传统的相关估计法并未有较大的改善。Hou和Wu在文献[6]中首次提出将时延估计问题转化为基于正弦频率估计的问题,在频域将用于估计频率的超分辨方法用于估计时延。但由于文中包含频谱相除运算,使得算法仅对宽带且频谱近似平坦的信号有效<sup>[7-8]</sup>。当信号包络具有缓慢变化的特性时,文献[9]显示以上方法的性能均会急剧下降。Ge在文献[10-11]中研究了具有包络缓慢变化特性的信号的频率估计问题并在文献[12]中结合正弦信号频率估计模型,利用测量数据相关结果实现了对包络缓慢变化信号的超分辨时延估计。但是该文中构造协方差矩的方式使得该方法对首达径(DP)估计模糊且估计的MUSIC谱仍为传统的MUSIC谱,存在估计谱峰不够陡峭的问题;文献[13]采用对角加载的方法改进MUSIC算法,该算法能够提高估计谱的陡峭程度,增加估计精度,但是该算法增加了运算量,实时性不强。

文献[14]提出的SSMUSIC算法是在研究阵列互相关矩阵的子空间模型和信号加干扰模型之间关联的基础上发展而来的并用于提高DOA估计的精度,该算法通过子空间特征结构加权来构造SSMUSIC谱,使得SSMUSIC谱具有更强的分辨能力且在低信噪比情况下的估计效果优于传统的MUSIC。

本文首先进行了正弦频率估计模型与DOA估计模型等价性的证明,然后通过分析MUSIC频率检测时延模型说明DOA估计的方法对时延估计的通用性,最后结合文献[14]中构造SSMUSIC谱的方法和文献[15]中平滑的方法构造用于估计的协方差矩阵解决了MUSIC估计时延中谱峰不够陡峭和DP模糊的问题,具有一定的实际意义。

## 2 正弦频率估计模型与DOA估计模型比较

考虑由 $P$ 个复指数正弦信号谐波叠加而成的复正弦信号,其具体形式可以表示如下<sup>[16]</sup>:

$$x(n) = \sum_{i=1}^P A_i e^{-j(2\pi \frac{f_i}{f_s} n + \phi_i)} + w(n) \quad (1)$$

其中,  $\{A_i, \phi_i\}$  分别代表第 $i$ 个复指数分量的幅度和初始相位;  $f_i$  为待估计的频率;  $f_s$  为信号采样频率;  $w(n)$  为均值为0, 方差为 $\sigma^2$ 的循环平稳加性高斯白噪声。若假设相位 $\phi_i$ 为相互独立的随机变量且在 $[0, 2\pi]$ 内服从均匀分布, 则可以实现多次谐波估计。即(1)式可以写为:

$$\begin{aligned} x_h(n) &= \sum_{i=1}^P A_i e^{-j(2\pi \frac{f_i}{f_s} n + \phi_{i,h})} + w_h(n) \\ &= \sum_{i=1}^P A_i e^{-j\phi_{i,h}} e^{-j2\pi n \frac{f_i}{f_s}} + w_h(n) \\ &= \sum_{i=1}^P s_i(h) e^{-j(2\pi n \frac{f_i}{f_s})} + w_h(n) \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $h$  表示谐波估计次数。

在DOA估计模型中, 同样考虑有 $P$ 个远场信号, 天线阵型为具有 $M$ 个阵元的均匀线阵(ULA Uniformity Line Array), 则第 $k$ 个阵元上 $n$ 时刻的接收信号 $x_k(n)$ 可表示为:

$$\begin{aligned} x_k(n) &= \sum_{i=1}^P a_k(\theta_i) s_i(n) + w_k(n) \\ &= \sum_{i=1}^P s_i(n) e^{-j2\pi \frac{d}{\lambda} (k-1) \sin \theta_i} + w_k(n) \\ &\quad (k=1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $d$  表示阵元间距;  $\lambda$  表示信号波长;  $w_k(n)$  表示第 $k$ 个阵元上的观测噪声;  $a_k(\theta_i)$  表示第 $k$ 个阵元上第 $i$ 个信号来向的导向矢量; 将(3)式写成向量形式为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S} + \mathbf{w} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{x} = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_M(n)]^T$ ;

$$\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_p)];$$

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{-j\omega_i}, \dots, e^{-j(M-1)\omega_i}]^T;$$

$$\mathbf{S} = [s_1(n), s_2(n), \dots, s_p(n)]^T;$$

$$\mathbf{w} = [w_1(n), w_2(n), \dots, w_M(n)]^T.$$

对(3)式进行改写,交换  $n$  与  $k$  的位置可得:

$$x_n(k) = \sum_{i=1}^P s_i(k) e^{-j2\pi \frac{d}{\lambda} (n-1) \sin \theta_i} + w_n(k) \quad (5)$$

通过比较(2)式与(5)式可知, DOA 估计模型中的  $d/\lambda \sin \theta_i$  对应于谐波频率估计模型中的  $f_i/f_s$ ; 前者  $x_n(k)$  中的空间位置变量  $k$  对应于后者  $x_n(n)$  中的时间变量  $n$ ;  $s_i(k)$  与  $s_i(h)$  均为包络信号;  $w_n(k)$  与  $w_h(n)$  均为加性高斯白噪声。因此, DOA 估计问题与谐波频率估计问题实际上是等价的, 应用于 DOA 中的估计方位信息的方法同样适用于谐波频率估计问题。这里需要注意一点: 以上讨论的 DOA 估计模型是建立在阵型为 ULA 的基础上的。其他的阵型, 如均匀圆阵, 可以考虑通过模式空间转换成虚拟均匀线阵<sup>[17]</sup>, 使得以上推导具有相同的形式。

### 3 MUSIC 频率检测时延估计模型

通过上一节的推导可知, 如果能够将时延问题转化为谐波频率估计问题, 则可以将 MUSIC 算法应用于多径时延估计当中。一般地, 假设多径信号接收模型如下:

$$\begin{cases} r_1(t) = s(t) + w_1(t) \\ r_2(t) = \sum_{i=1}^D \alpha_i s(t - \tau_i) + w_2(t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (6)$$

其中,  $D$  代表多径的数量;  $s(t)$  代表持续时间为  $T_s$  的传输信号;  $\alpha_i (i=1, 2, \dots, D)$  代表信号在第  $i$  条多径上产生的衰减;  $\tau_i (i=1, 2, \dots, D)$  代表第  $i$  条路径上的多径时延。

对(6)式离散化处理可得:

$$\begin{cases} r_1(n) = s(n) + w_1(n) \\ r_2(n) = \sum_{i=1}^D \alpha_i s(n - \tau_i) + w_2(n) \end{cases} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

其中,  $N$  代表两路信号长度。根据圆周卷积的要求, 分别将  $r_1(n)$  与  $r_2(n)$  补零至  $K_A = 2N - 1$ , 则可利用圆周卷积求得两路信号的相关函数<sup>[18]</sup>:

$$\begin{aligned} R_{r_1 r_2}(m) &= \sum_{n=0}^{K_A-1} r_1(n-m) \cdot r_2^*(n) \\ &= \sum_{n=0}^{K_A-1} [s(n-m) + w_1(n-m)] \cdot r_2^*(n) \end{aligned} \quad (8)$$

将  $s(n-m)$  写成 IDFT 的形式, 如式(9)所示:

$$s(n-m) = \sum_{k=0}^{K_A-1} [S(k) e^{-j2\pi k m / K_A}] e^{j2\pi k n / K_A} \quad (9)$$

其中,  $S(k)$  为  $s(n)$  的 DFT。将(9)式代入(8)式得:

$$\begin{aligned} R_{r_1 r_2}(m) &= \sum_{n=0}^{K_A-1} \sum_{k=0}^{K_A-1} [S(k) e^{-j2\pi k m / K_A}] \cdot r^*(n) e^{j2\pi k n / K_A} \\ &\quad + w_1(n-m) r^*(n) \\ &= \sum_{k=0}^{K_A-1} [S(k) \cdot \Gamma(k) + W_1(k) \Gamma(k)] e^{-j2\pi k m / K_A} \\ &= \sum_{k=0}^{K_A-1} \left\{ \left[ \sum_{i=1}^D \lambda_i^* |S(k)|^2 e^{j2\pi k \tau_i / K_A} + W_A(k) \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[ \sum_{i=1}^D \alpha_i^* W_1(k) S(k) e^{j2\pi k \tau_i / K_A} + V_A(k) \right] \right\} e^{-j2\pi k m / K_A} \\ &= \sum_{k=0}^{K_A-1} \left[ \sum_{i=1}^D \lambda_i^* |S(k)|^2 e^{j2\pi k \tau_i / K_A} + P_A(k) \right] e^{-j2\pi k m / K_A} \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $W_A(k) = S(k) V_2^*(k)$ ;  $V_A(k) = V_1(k) V_2^*(k)$ ;  $W_1(k)$  代表噪声  $w_1(t)$  的 DFT;  $P_A(k)$  表示整个噪声项;  $\Gamma(k)$

$$\begin{aligned} &= \sum_{n=0}^{K_A-1} r^*(n) e^{j2\pi k n / K_A} = \sum_{n=0}^{K_A-1} \left[ \sum_{i=1}^D \lambda_i s(n - \tau_i) + w(n) \right]^* e^{j2\pi k n / K_A} \\ &= \left[ \sum_{i=1}^D \lambda_i S(k) e^{-j2\pi k \tau_i / K_A} + W(k) \right]^* \end{aligned}$$

记  $x_p(k)$  为:

$$x_p(k) = \sum_{i=1}^D \lambda_i^* |S(k)|^2 e^{j2\pi k \tau_i / K_A} + P_A(k) \quad (11)$$

则由(10)分析可知  $R_{r_1 r_2}(m)$  即为  $x_p(k)$  的 DFT, 即:

$$R_{r_1 r_2}(\tau) = \text{DFT}[x_p(k)] \quad (12)$$

此外,  $R_{r_1 r_2}(m)$  包络的平方同样可以视作  $x_p(k)$  的功率谱, 即:

$$|R_{r_1 r_2}(\tau)|^2 = |\text{DFT}[x_p(k)]|^2 \quad (13)$$

将(11)式写成向量形式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_p &= \sum_{i=1}^D \lambda_i^* \Lambda(\tau_i) \mathbf{S} + \mathbf{P}_A \\ &= \Phi_A \boldsymbol{\lambda}_A + \mathbf{P}_A \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{x}_p = [x_p(0), x_p(1), \dots, x_p(K_A-1)]^T$ ;

$$\Lambda(\tau_i) = \text{diag}(1 e^{j2\pi\tau_i/K_A} \dots e^{j2\pi\tau_i(K_A-1)/K_A});$$

$$\boldsymbol{\lambda}_A = [\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_D^*]^T;$$

$$\Phi_A = [\Lambda_A(\tau_1) \mathbf{S} \quad \Lambda_A(\tau_2) \mathbf{S} \quad \dots \quad \Lambda_A(\tau_D) \mathbf{S}];$$

$$\mathbf{S} = [ |S(0)|^2 \quad |S(1)|^2 \quad \dots \quad |S(K_A-1)|^2 ]^T;$$

$$\mathbf{P}_A = [P_A(0) \quad P_A(1) \quad \dots \quad P_A(K_A-1)]^T.$$

由(11)式可知,时延信息  $\tau_i$  与谐波频率关系为  $f_{\tau_i} = \tau_i/K_A$ ,即(11)式证明了时延估计问题可以转化为谐波频率估计问题。另外,注意到(12)式说明信号的互相关函数与互功率谱互为傅氏变换对,对信号的时延估计同样可以认为是对信号互功率谱密度的估计。通过利用(12)式通过求  $R_{r_{12}}(\tau)$  的 IFFT 可得到  $x_p(k)$ ,如果把  $x_p(k)$  看成 DOA 中阵列接收的数据,那么就可以利用 MUSIC 算法对信号的多径时延进行估计。

#### 4 平滑 SSMUSIC 时延估计算法

文献[12]中通过求补零后  $|R_{r_{12}}(\tau)|^2$  的 ID-FT 构造协方差矩阵的方法会导致 DP 估计模糊的问题,其原因是对相关函数取模平方补零后,原有的相关峰已经偏离 DP 位置,从而造成 DP 模糊。为此,本文采用平滑的思想<sup>[15]</sup>来构造用于估计的协方差矩阵,避免 DP 模糊。由第3节的分析可知,DOA 中的  $x_h(n)$  空间位置变量  $k$  对应于时延估计中  $x_h(n)$  的时间变量  $n$ ,文献[15]中的平滑 MUSIC 算法为对空间阵元数据的平滑,故本文对应的对时延估计中的观测数据  $x_h(n)$  进行平滑,即取  $\mathbf{x}_p(q)$  为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_p(q) &= [x(q) \quad x(q+1) \quad \dots \quad x(q+M_A-1)]^T \\ &\quad (q=0, 1, \dots, K_A-M_A) \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $M_A = \lfloor (K_A-1)/2 \rfloor$ ,  $\lfloor x \rfloor$  代表不大于  $x$  的最大整数。则估计的协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}_p}$  可以写为:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}_p} = \frac{1}{K_A - M_A + 1} \sum_{q=0}^{K_A-M_A} \mathbf{x}_p(q) \mathbf{x}_p^H(q) \quad (16)$$

为了保证  $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}_p}$  是非奇异的,需要保证  $K_A - M_A + 1 >$

$M_A$  且  $M_A > D$ 。

可以证明,  $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}_p}$  是正定 Hermitain 矩阵,如果利用酉变换实现对角化,则其相似对角矩阵是由  $N$  个正实数构成,与之对应的  $N$  个特征矢量是线性独立的。因此,对  $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}_p}$  进行特征值分解可得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}_p} &= \hat{\mathbf{U}}_S \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_S \hat{\mathbf{U}}_S^H + \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \\ &= [\hat{\mathbf{U}}_S \quad \hat{\mathbf{U}}_N] \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_S & \\ & \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_N \end{bmatrix} [\hat{\mathbf{U}}_S \quad \hat{\mathbf{U}}_N]^H \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $\hat{\mathbf{U}}_S$  表示由大特征值对应的特征向量张成的子空间即信号子空间;  $\hat{\mathbf{U}}_N$  表示由小特征值对应的特征向量张成的子空间即噪声子空间;  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_S$  与  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_N$  分别表示对应的大特征值与小特征值。如果假设信号的个数  $D$  (对应多径时延估计中多径的条数,在本文的讨论中,假设  $D$  已知,而实际应用中,多径的数目是未知的,需要估计),那么  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_S$  维度为  $D \times D$ ;  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_N$  维度为  $(N-D) \times (N-D)$ 。在理想情况下,信号子空间与噪声子空间是正交的,即满足:

$$\mathbf{a}(\theta)^H \hat{\mathbf{U}}_N = 0 \quad (18)$$

由特征值分解的性质可知估计噪声功率为  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-D} \text{Tr}(\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_N)$ ,即对所有小特征值加和求平均。定义  $\hat{\mathbf{R}}_S^\dagger = \hat{\mathbf{U}}_S (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_S - \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_N)^{-1} \hat{\mathbf{U}}_S^H$ <sup>[13]</sup>,则可得:

$$P(\boldsymbol{\tau})_{\text{SSMUSIC}} = \frac{\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{R}}_S^\dagger \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (19)$$

信号中多个多径分量的时延估计值可通过对  $P(\boldsymbol{\tau})_{\text{SSMUSIC}}$  谱峰搜索获得:

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{SSMUSIC}} = \underset{\boldsymbol{\tau}}{\text{arg}} \{ \max [ P(\boldsymbol{\tau})_{\text{SSMUSIC}} ] \} \quad (20)$$

传统 MUSIC 的估计谱为  $1/\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{a}(\theta)$ ,如果  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H$  能够投影到真实的噪声子空间,则传统的 MUSIC 算法就能得到真实估计峰值,但是由于实际数据有限,导致式(18)不完全正交,相应地,利用  $1/\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{a}(\theta)$  进行估计,特别是在小采样点、低信噪比等情况下就会存在较大误差。SSMUSIC 不能简单的看成是对 MUSIC 估计谱的加权,因为 SSMUSIC 构造了  $\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{R}}_S^\dagger \mathbf{a}(\theta)$  与  $\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{a}(\theta)$  两个正交项的比值,进一步利用协方差矩阵的

结构,解决了子空间失配问题,使得对真实峰值的估计更加准确<sup>[14]</sup>。

综上,本文的算法可以归结如下:

**Step 1** 利用式(8)计算  $r_1(n)$  和  $r_1(n)$  的相关函数  $R_{r_1 r_2}(\tau)$ ;并通过 IFFT 算  $x_p(k)$ ;

**Step 2** 利用式(15)和式(16)构造协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_{x_p}$ ;

**Step 3** 对  $\hat{\mathbf{R}}_{x_p}$  进行特征值分解得到  $\hat{\mathbf{U}}_s$ 、 $\hat{\Sigma}_s$  和  $\hat{\Sigma}_N$  并计算  $\hat{\mathbf{R}}_s^\dagger$ ,然后计算  $P(\tau)_{\text{SSMUSIC}}$  并进行谱峰搜索得到估计时延。

## 5 仿真实验

### 5.1 时延估计性能仿真

本仿真采用的信号为在声呐与雷达领域中常见的 Chirp 信号,其形式如下<sup>[19]</sup>:

$$s(n) = \sin((\beta \cdot n + \alpha) \cdot n + \varphi_0) \quad (n=0, 1, \dots, N-1) \quad (21)$$

其中,  $\beta = \pi(f_2 - f_1)/N$ ,  $f_1$  和  $f_2$  代表信号最低和最高频率;  $\alpha = 2\pi f_1$ ;  $\varphi_0$  代表信号的初始相位。

如果信号  $s(n)$  的带宽定义为  $B_s \triangleq f_2 - f_1$ ,则信号的相关时间为带宽的倒数  $1/B_s = 1/(f_2 - f_1)$ 。为实现超分辨,即要求  $\Delta\tau < 1/B_s$ 。仿真选取  $f_1 = 0.3$ ,  $f_2 = 0.5$ ,则  $B_s \triangleq f_2 - f_1 = 0.2$ ;信号时延  $\tau_1 = 5$ ,  $\tau_2 = 8$ ,即  $\Delta\tau = 3 < 5 = 1/B_s$ 。计算点数  $N = 48$ ,  $K_A = 2N - 1 = 95$ ;信噪比分别选取 15dB 和 0dB,仿真结果如下所示:

图 1 对比了传统的 MUSIC 算法、文献[13]中的 DL-LS-MUSIC 算法和本文算法的性能对比图,从(a)中可以看出,在 15dB 信噪比时,几种算法均能实现对信号时延的估计,但是 MUSIC 算法估计的伪谱比较平滑,本文算法估计的伪谱则相对比较陡峭,估计精度也更好,而 DL-LS-MUSIC 算法的伪谱估计效果介于两者之间。而在(b)低信噪比条件下, MUSIC 算法估计的峰值已经偏离真实的时延,无法得到准确的结果,DL-LS-MUSIC 算法虽然能够估计出时延,但是伪谱的谱峰也出现了一定程度的衰减和偏移,相比之下,本文的算法依然能够准确估计时延,即改进后的算法较之传统的超分辨算法

具有更准确的估计精度。

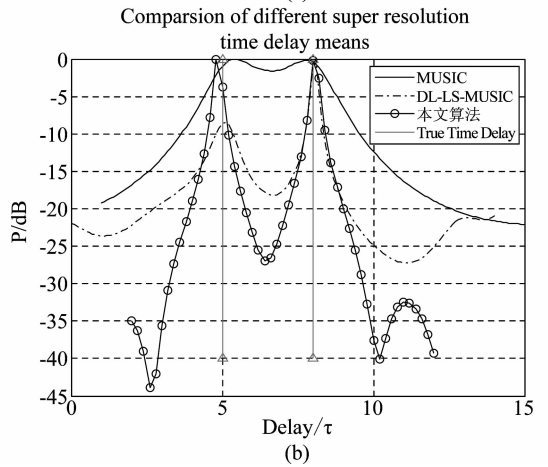
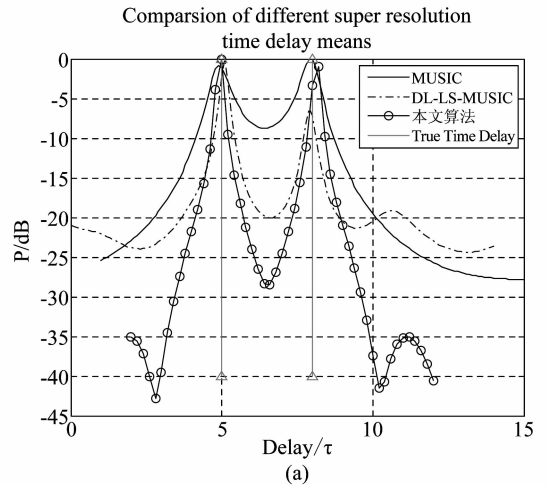


图 1 不同超分辨时延估计算法对比(15dB 与 0dB)

Fig. 1 Compare with different super-resolution time delay estimation algorithm (15dB and 0dB)

图 2 为不同算法在信噪比变化及计算点数变化条件下仿真实验所得的均方根误差曲线图。由(a)可知,随着信噪比的提高,各算法估计性能均有提升,但是 MUSIC 算法即使在较高的信噪比时估计性能也不如本文的算法,这是因为 MUSIC 的估计谱不够陡峭,导致在峰搜索时存在一定的误差,DL-LS-MUSIC 算法是采用对角矩阵加载的方法提高算法的分辨率,较之 MUSIC 算法性能有所提升,在高信噪比的情况下估计与 MUSIC 基本一致。而本文算法即使在较低的信噪比情况下,性能估计误差也较小,性能优于 MUSIC 算法。注意到图中误差随着信噪比的提高并未趋近于零,其原因是由于采用的数据长度有限,特征值分解后的子空间并未完全正

交,存在一定误差,使得估计值趋于一个较小值。

信噪比 15dB,其他条件同 5.1。

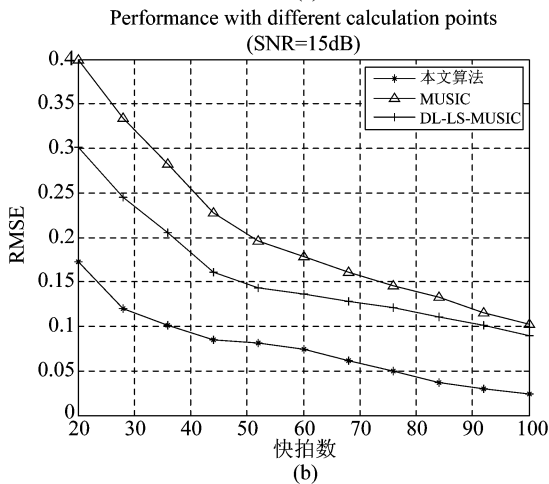
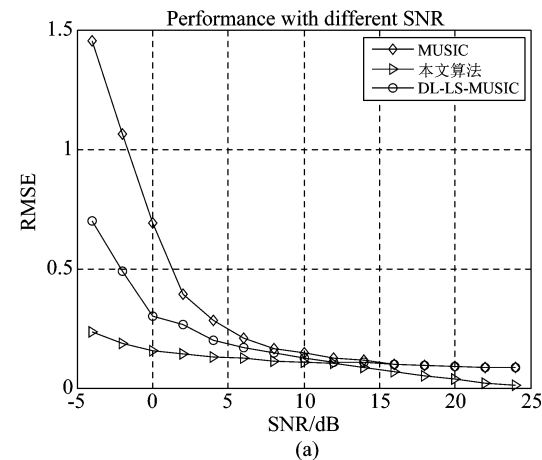


图2 不同信噪比与计算点数条件下的仿真结果

Fig. 2 Simulation result with different SNR and different simulation points

针对计算点数  $N$  对算法性能的影响,给出了在信噪比为 15dB 条件下三种算法随计算点数变化的性能仿真曲线,如(b)所示。从中可以看出随着计算点数的增加,三种算法的性能均有提高。注意到本文的算法在小采样数据条件下其均方根误差也小于另外两种算法,体现了本文算法在小样本条件下的改进。

## 5.2 多径衰落时延估计性能仿真

为了验证算法对多径衰落信号时延的估计性能,分别仿真等功率与带衰减时改进算法与传统 MUSIC 算法的性能比较。设置多径信号数量  $D=4$ , 对应的时延为  $\tau_1=4, \tau_2=7, \tau_3=10, \tau_4=15$ , 对应的归一化衰减幅度为  $\alpha_1=1, \alpha_2=0.7, \alpha_3=0.5, \alpha_4=0.3$ 。

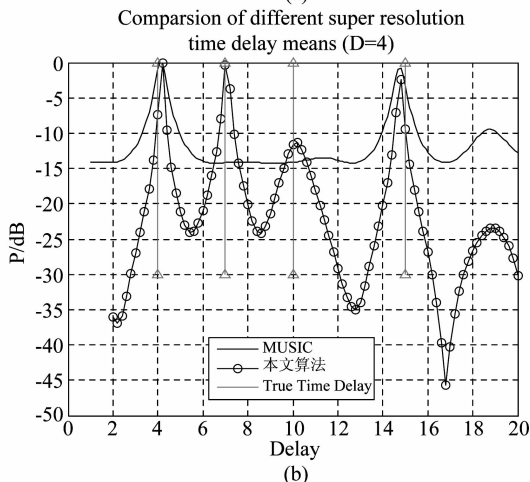
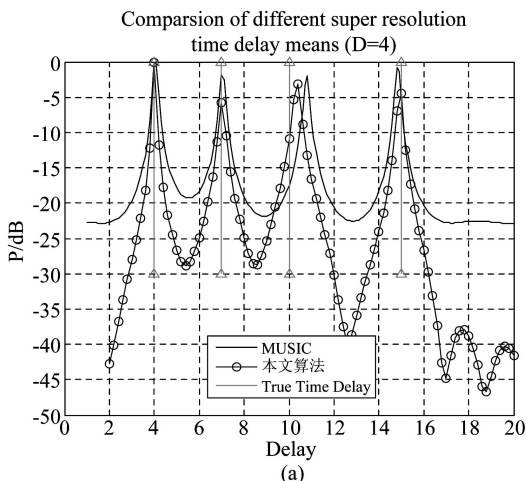


图3 多径衰落条件下性能仿真

Fig. 3 Simulation of performance with multipath decay environments

图3中,(a)图为等功率条件下两种算法对多径信号的仿真结果,图中显示出在等功率条件下,虽然两种算法估计的结果存在一定误差,但均能有效地估计时延。而对于非等功率多径信号,传统的 MUSIC 算法得到的谱峰出现在错误的位置上;而本文算法虽然损失了一定的 dB,但仍能通过谱峰搜索获取多径时延。

## 5.3 不同频谱特性条件下的仿真

传统的 MUSIC 算法对窄带、频谱不平坦的信号估计性能较差,为了与本文算法进行比较,分别选取 FM 信号和 BPSK 信号进行仿真实验。FM 信号为调频信号,频谱不平坦,而 BPSK 信号为调相信号,频谱近似平坦,下面验证算法对两种信号的估计性能。具体仿真条件如下:FM 信号,调制指数  $m_f=3$ , 调制频率  $f_m=10\text{kHz}$ , 采样频率  $F_s=40\text{kHz}$ ;

BPSK 信号,  $R_b = 40\text{kHz}$ ,  $F_s = 50\text{kHz}$ ; 两种信号调制带宽均为  $80\text{kHz}$ , 信噪比  $15\text{dB}$ , 信号时延同  $5.1$ 。

领域得到迅速的发展。考虑到 MUSIC 算法对空域信号的超分辨特性, 将其应用于时延估计, 同样可以极大地提高时延估计的精度; 但传统的 MUSIC 时延估计还存在一些问题, 为此, 本文结合平滑的思想和 SSMUSIC 算法思想对传统 MUSIC 中的协方差矩阵和估计谱进行了改进, 从而更好的实现了对多径信号的时延估计, 具有一定实际意义。

### 参考文献

- [1] 郭妮君. 超分辨多径信号时延估计技术研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2012.  
Guo F J. Super resolution multipath signal time delay estimation[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2012. (in Chinese)
- [2] C H Knapp and G C Carter. The generalized correlation method for estimation of time delay[J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1976, 24(4): 320-327.
- [3] 葛凤祥, 彭应宁. 时延参数估计综述[C]//第八届全国雷达学术年会论文集. 北京: 中国科学技术大学出版社, 2010: 690-695.  
Ge F X, Peng Y N. Review of Time Delay Estimation[C]//The Eighth National Radar Academic Conference. Beijing: China Science Technology University Published, 2010: 690-695. (in Chinese)
- [4] R O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans. On Antennas Propag., 1986, 34(3): 276-280.
- [5] M Bruckstein, T J Shan, and T Kailath. The resolution of overlapping echoes[J]. IEEE Trans. on Acoust, Speech, Signal Process, 1985, 33(6): 1357-1367.
- [6] Z Q Hou, Z D Wu. A new method for resolution estimation of time delay[J]. in Proc. ICASSP, 1982: 420-423.
- [7] Y Bian, D Last. Eigen-decomposition techniques for Loran-C skywave estimation[J]. IEEE Trans. Aerospace and Electronic System, 1997, 33(1): 117-125.
- [8] J P Ianniello. High-resolution multipath time delay estimation for broad-band random signals[J]. IEEE Trans. Acoust Speech Signal Process, 1988, 36(3): 320-327.
- [9] O Besson, P Stoica. Analysis of MUSIC and ESPRIT frequency estimates for sinusoidal signals with lowpass envelopes[J]. IEEE Trans. Signal Process, 1996, 44(9): 2359-2364.
- [10] Ge F X, Q Wan, Wang, X T and Peng Y N. Frequency

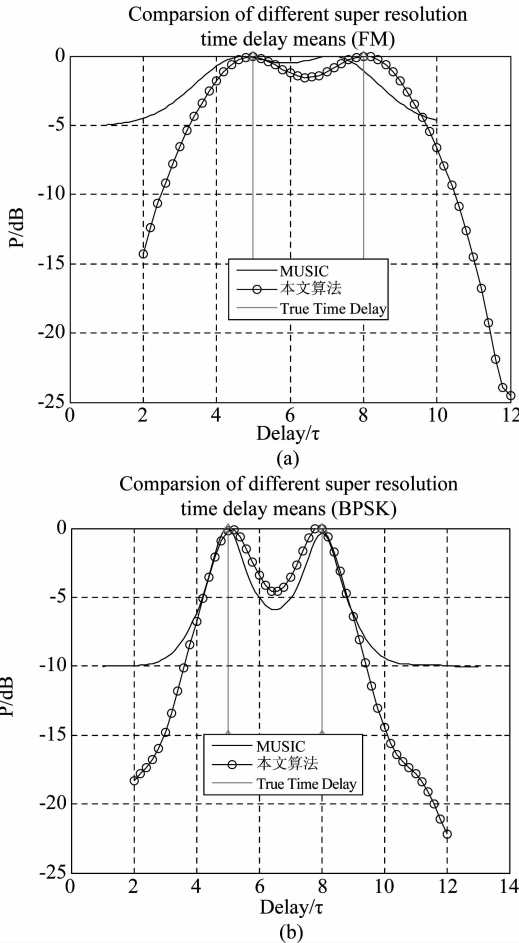


图 4 不同频谱特性条件下时延估计性能 (FM 与 BPSK)

Fig. 4 Performance on the condition of different spectrum features (FM and BPSK)

图 4 仿真了算法针对不同信号频谱特性的时延估计性能。针对频谱近似平坦的信号, 两种算法的估计效果都很好, 但是对 FM 这类频谱不平坦的信号, 传统的 MUSIC 算法估计误差较大, 而本文的算法依然有效, 能够进行准确的时延估计。

## 6 结论

本文首先研究了谐波频率估计模型和基于 ULA 阵型的 DOA 估计模型是等价的, 然后通过将时延估计问题转化成为谐波频率估计问题, 最终实现了利用 DOA 中的估计方法进行多径信号的时延估计。MUSIC 算法是基于子空间的分解的多重信号分类算法, 以其具有良好的估计性能在 DOA 估计

- estimation of the sinusoidal signals with lowpass envelopes based on the eigen analysis [C] // In Proc. IEEE Radar Conf, 2002:453-458.
- [11] Ge F X, H Zhang, Yang J, and Peng Y N, Super-resolution frequency estimation of the sinusoidal signals with unknown lowpass envelopes [C] // In Proc. IEEE Radar Conf, 2003; 273-277.
- [12] Ge F X, H Zhang, Yang J, and Peng Y N, Super-resolution Time Delay Estimation in Multipath Environments [J]. IEEE Trans. On Circuits and Systems I, 2007, 54 (9):1977-1986.
- [13] Li X, Ma X, Yan S Hou C. Super-resolution time delay estimation for narrowband signal [J]. IET Radar Sonar and Navigation, 2012, 6(8):781-787.
- [14] Michael L and McCloud Louis. A New Subspace Identification Algorithm for High Resolution DOA Estimation [J]. IEEE Trans On Antennas and propagation, 2002, 50(10): 1382-1390.
- [15] T J Shan, M Wax and T Kailath. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals [J]. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process, 1985, 33 (4): 806-811.
- [16] Zhou Zhenhua, So H C, Chan F K W. Optimally weight music algorithm for frequency estimation of real harmonic sinusoids [C] // IEEE Conf on ICASSP, 2012; 3537-3540.
- [17] 高书彦, 陈辉, 王永良, 等. 基于均匀圆阵的模式空间矩阵重构算法 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29 (12): 2832-2835.
- Gao S Y, Chen H, Wang Y L, et al. The MODE-TOEP Algorithm Based on Uniform Circular Array [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29 (12): 2832-2835. (in Chinese)
- [18] Feng Y X, Huang H, Ding C. The design and implementation of a processor for code acquisition based on circular correlation [C] // IEEE 3rd International Conf. on Intelligent Networks and Intelligent System (ICINIS), 2010: 630-633.
- [19] Boumard, S Mammela. A Robust and Accurate Frequency and Timing Synchronization Using Chirp Signals [J]. IEEE Trans on, 2009, 55(1): 115-123.

#### 作者简介



**王云龙** 男, 1990 年出生于河南洛阳。解放军信息工程大学硕士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理、外辐射源无源定位中的关键技术研究。  
E-mail: destinywind@126.com

**吴瑛** 女, 1960 年生, 解放军信息工程大学教授, 主要研究方向为阵列信号处理。