

# 引用范数的双曲正切函数变步长 LMS 算法

还秋云<sup>1</sup> 邱晓晖<sup>1</sup> 刘晓飞<sup>2</sup>

(1. 南京邮电大学通信与信息工程学院 南京 210003)

(2. 苏州中科集成电路设计中心 苏州 215000)

**摘要:** 传统 LMS 算法的特点是计算简单,易于实现,但是性能方面存在收敛速度和稳态均方误差的矛盾。为了解决这个矛盾,提出一种引用范数的双曲正切函数变步长最小均方误差(HT-VSS)LMS 算法,通过理论分析和实验仿真,从收敛速度、跟踪性能、稳态均方误差以及抗干扰性能等四个方面展开,其他变步长 LMS 算法进行比较。实验表明,不管在高信噪比还是低信噪比的情况下,本文算法性能优于其他变步长算法,即能同时获得较快的收敛速度、跟踪性能以及较小稳态均方误差。

**关键词:** 最小均方算法; 变步长; 信道均衡; 自适应

**中图分类号:** TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2014)01-0093-07

## Variable Step LMS Algorithm Using Norm of the Hyperbolic Tangent Function

HUAN Qiu-yun<sup>1</sup> QIU Xiao-hui<sup>1</sup> LIU Xiao-fei<sup>2</sup>

(1. College of Communication and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China; 2. Suzhou CAS IC Design Center, Suzhou 215000, China)

**Abstract:** Traditional LMS algorithm not only has simple calculation, but also is easy to implement. But Traditional LMS algorithm has the contradiction between convergence speed and steady-state mean square error in performance. A variable step size least mean square (LMS) algorithm, which is based on hyperbolic tangent function of using norm, has been proposed to solve this problem. During the experiment, the convergence rate, tracking performance, steady-state mean square error and anti-jamming performance has become the four main research aspects, with the help of theoretical analysis and experimental simulation. Also, the novel algorithm is compared with other variable step size LMS algorithm. Simulation results show that the proposed algorithm is superior to other variable step size algorithm during the above aspects, in the case of a high signal-to-noise ratio or low signal-to-noise ratio.

**Key words:** Least mean square algorithm; Variable step size; Channel Equalization; Self-adaptation

## 1 引言

自适应算法的研究是信号处理领域的重要研究方向,应用广泛,尤其是线性自适应滤波器<sup>[1]</sup>。目前,自适应算法主要分为 LMS 算法和 RLS 算法。

LMS 算法是随机梯度算法簇中的一员<sup>[2,3]</sup>,它原理简单,计算量小,应用广泛。收敛速度、跟踪速度、稳态均方误差、稳态失调量以及计算复杂度是决定 LMS 算法性能的重要因素。固定步长 LMS 算法的收敛速度和稳态均方误差存在矛盾:步长越大,收

收敛速度越快,而稳态均方误差越大;步长越小,稳态均方误差越小,而收敛速度越慢。为了解决这一矛盾,LMS算法往往采用变步长方式<sup>[4,5]</sup>。

文献[6]提出了一种基于遗传算法的变步长LMS算法,该算法具有较好的收敛速度和跟踪速度,还可以得到较小的稳态均方误差,但是当算法达到稳态时,改变系统的参数,瞬时误差会增大。文献[7]提出了基于Sigmoid函数的变步长LMS(SVSLMS),能够兼顾收敛速度和稳态均方误差性能,但在误差信号 $e(n)$ 趋于零时,Sigmoid函数变化太快,稳态失调量增大。文献[8]提出了改进的算法,解决了文献[9]的问题。文献[9]提出一种基于箕舌线函数的变步长LMS算法,简化文献[7]的步长公式。这些算法的核心是选取合适的步长函数,好的步长函数能够使自适应初始阶段步长较大,收敛速度快;稳态阶段步长较小,抑制随机噪声的影响,减小稳态误差。

本文中,在原有的变步长LMS算法的基础上,提出了一种引用范数的双曲正切函数的新变步长算法HT-VSS。HT-VSS算法具有以下特点:①步长函数引入了输入信号,能够反映输入信号对步长的影响。②采用 $e(n)e(n-1)$ 来调节步长,提高抗噪声干扰性能。此算法在收敛速度、跟踪速度以及稳态均方误差等方面均优于其他变步长LMS算法。

## 2 HT-VSS算法及分析

### 2.1 HT-VSS算法

固定步长的LMS算法是一种梯度最快下降方法<sup>[10]</sup>,不需要计算相应的相关函数和矩阵运算,算法简单,核心公式为

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + 2\mu(n)e(n)\mathbf{x}(n) \quad (1)$$

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (2)$$

公式(1)中, $\mathbf{x}(n)$ 是在 $n$ 时刻时输入信号的矢量, $\mathbf{w}(n)$ 是第 $n$ 时刻的抽头系数, $d(n)$ 是期望输出响应, $e(n)$ 是误差信号, $\mu(n)$ 为第 $n$ 次迭代的更新步长。

变步长LMS算法中步长调整的核心思想<sup>[11,12]</sup>:在初始阶段,步长大,跟踪性能好和收敛速度快;在稳定阶段,步长小,稳态均方误差小,增强抗干扰性能。

影响算法的重要因素是步长因子的调整原则,可以使步长因子的改变符合某种函数的变化。本文通过建立步长因子 $\mu(n)$ 与误差函数 $e(n)$ 之间关系来研究变步长LMS算法。文献[13]引用了双曲正切函数,即公式(3)为:

$$\mu(n) = \beta \tanh(\alpha \times e(n)) \quad (3)$$

当 $e(n)$ 逐渐变小,趋向于0时, $\mu(n)$ 也趋向于0。建立一条过零点平滑的曲线,符合步长调整的思想。

为了保证步长因子 $\mu(n)$ 的数值为正数,将函数变成偶函数,即

$$\mu(n) = \beta \tanh(\alpha \times |e(n)|) \quad (4)$$

文献[14,15]提出利用 $e(n)e(n-1)$ 代替 $e(n)$ 去调节步长,能够提高算法的抗干扰性能。因此,引入了参数 $\|\mathbf{p}\|^2$ ,再引入参数 $\alpha$ 和 $\beta$ ,就构成了新的步长因子与误差函数之间的关系,即公式(5)为:

$$\mu(n) = \beta \tanh(\alpha \times |e(n)| \times \|\mathbf{p}\|^2) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{p}(n)$ 的关系式主要参考文献[16]中的思想,该文献步长与误差函数的关系为

$$\mu(n) = \beta(1 - \exp(-\alpha \|e(n)\mathbf{X}(n)\|)) \quad (6)$$

为了能够及时反映出输入信号变化对算法的影响,就在步长函数中引入输入信号。因此,在 $\mathbf{p}(n)$ 的表达式中引入参数输入信号 $\mathbf{x}(n)$ ,综上可得, $\mathbf{p}(n)$ 的表达式为

$$\mathbf{p}(n) = b \times \mathbf{p}(n-1) + a \times e(n) \times \mathbf{x}(n) \quad (7)$$

结合公式(5)和(7),将 $\mu(n)$ 和 $e(n)$ 之间的关系曲线来定性的分析。图1为 $\alpha, \beta, b, a$ 分别取不同值时, $\mu(n)$ 和 $e(n)$ 之间的关系图。

根据图1可知,改变 $\alpha, \beta, b, a$ 四个参数的数值,影响 $\mu(n)$ 和 $e(n)$ 之间的关系,当任何一个参数发生变化时, $e(n)$ 减小, $\mu(n)$ 也减小,当 $e(n)$ 的数值为0时, $\mu(n)$ 也为0,且减小的速度较平缓。

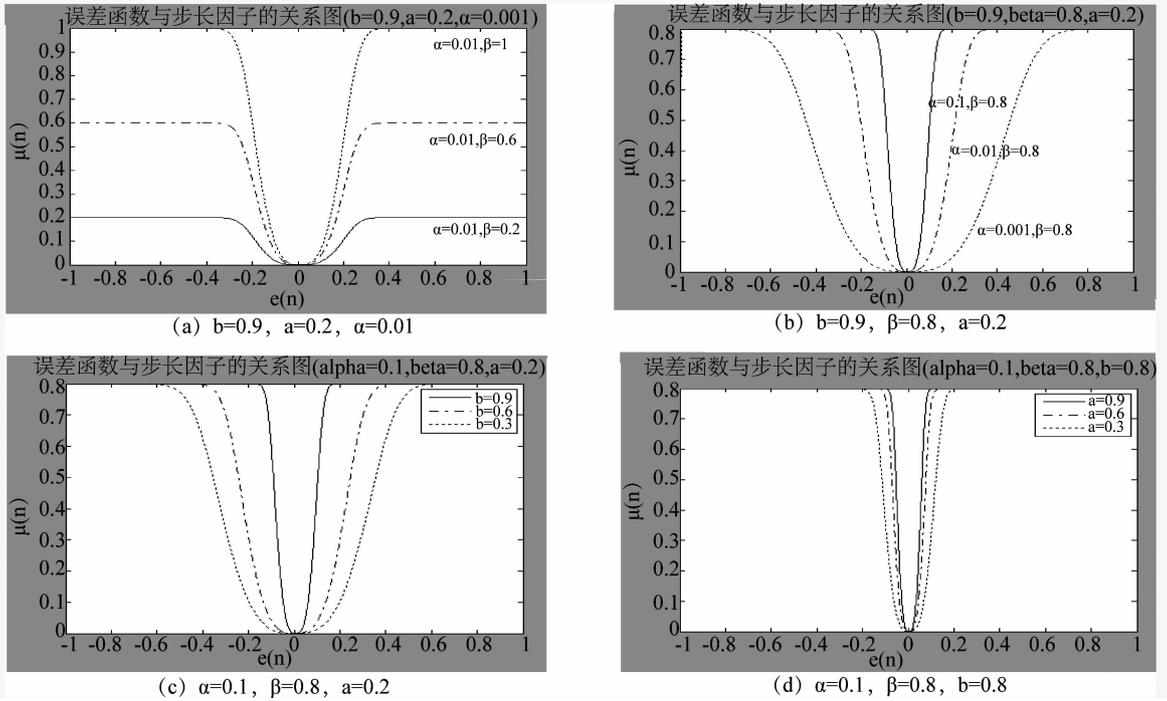
至此,本文得到了一种引入范数的双曲正切函数变步长算法,即HT-VSS算法,公式为:

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (8)$$

$$\mathbf{p}(n) = b \times \mathbf{p}(n-1) + a \times e(n) \times \mathbf{x}(n) \quad (9)$$

$$\mu(n) = \beta \tanh(\alpha \times |e(n)| \times \|\mathbf{p}\|^2) \quad (10)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2 \times \mu(n) \times e(n) \quad (11)$$

图 1  $\mu(n)$  和  $e(n)$  的关系曲线Fig. 1 Relation curves between  $\mu(n)$  and  $e(n)$ 

由公式(9),即  $\mathbf{p}(n) = b \times \mathbf{p}(n-1) + a \times e(n) \times \mathbf{x}(n)$ ,

其中,  $\mathbf{p}(0) = \mathbf{0}$ ,通过计算简化,可得到公式(12),即

$$\mathbf{p}(n) = a \times \sum_{i=1}^n b^{n-i} e(i) \mathbf{x}(i) \quad (12)$$

计算  $E\{e(n) \|\mathbf{p}(n)\|^2\}$  的数值,得到公式(13):

$$\begin{aligned} E\{e(n) \|\mathbf{p}(n)\|^2\} &= E\left\{e(n) a^2 \left\| \sum_{i=1}^n b^{n-i} e(i) \mathbf{x}(i) \right\|^2\right\} \\ &= a^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n E\left\{e(n) b^{n-i} (e(i) \mathbf{x}(i))^T b^{n-j} (e(j) \mathbf{x}(j))\right\} \end{aligned} \quad (13)$$

当  $i \neq j$  时,由于  $b < 1, n \rightarrow \infty$ ,可得到  $E\{e(n) \|\mathbf{p}(n)\|^2\} = 0$ 。当  $i = j$  时,式(13)变换为式(14):

$$\begin{aligned} E\{e(n) \|\mathbf{p}(n)\|^2\} &= E\left\{e(n) a^2 \left\| \sum_{i=1}^n b^{n-i} e(i) \mathbf{x}(i) \right\|^2\right\} \\ &= a^2 \sum_{i=1}^n E\left\{b^{2(n-i)} \mathbf{x}^T(i) \mathbf{x}(i) e^2(i) e(n)\right\} \\ &= a^2 \sum_{i=1}^n b^{2(n-i)} E\left\{\mathbf{x}^T(i) \mathbf{x}(i)\right\} E\left\{e^2(i) e(n)\right\} \end{aligned} \quad (14)$$

所以,引入参数  $e(n) \|\mathbf{p}\|^2$ ,能够提高算法的抗

干扰性能。

由公式(11)可知,抽头系数的更新与固定步长 LMS 算法一致,收敛条件为<sup>[17]</sup>:

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (15)$$

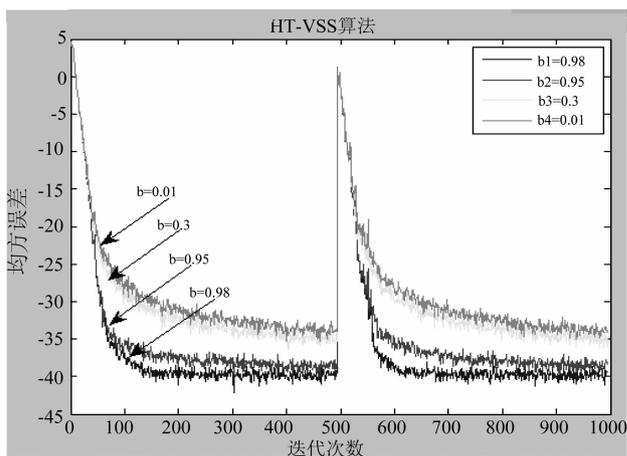
其中,  $\lambda_{\max}$  是抽头输入信号自相关矩阵的最大特征值。由式(10)可知步长  $\mu(n) < \beta$ ,因此,HT-VSS 算法收敛的条件为:

$$0 < \beta < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (16)$$

## 2.2 HT-VSS 算法仿真分析

本文参考文献[4]中的计算机模拟条件:1) 自适应滤波器的阶数  $L=6$ ;2) 未知系统的横向滤波器的抽头系数为  $[0.4, 0.69, 0.85, 0.7, 0.69, 0.88]$ ,在第 500 个采样点时刻未知系统发生时变,系统的抽头系数变为  $[0.4, 0.91, 0.2, 0.55, 0.4, 0.19]$ ;3) 参考输入信号  $x(n)$  零均值,单位方差的高斯白噪声;4)  $v(n)$  是均值为零,方差为 0.0001 的高斯白噪声,且与  $x(n)$  不相关。每次采样点数为 1000,分别做 150 次独立仿真,做学习曲线。

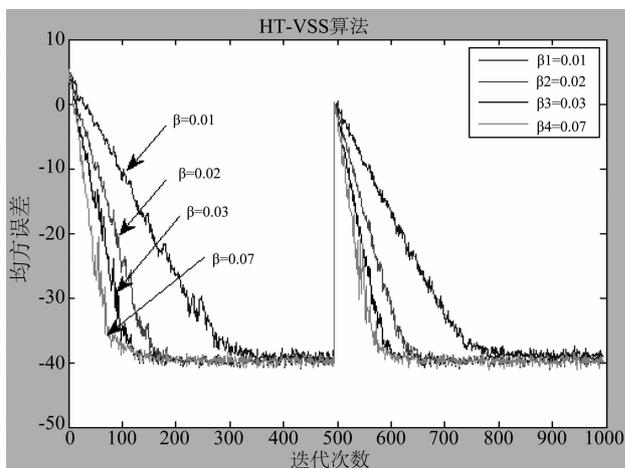
研究参数  $b$  时,仿真条件为: $\alpha=300, \beta=0.07, a=0.2$ 。 $b$  的取值为 0.98、0.95、0.3、0.01。仿真图如所示:



$b=0.98, b=0.95, b=0.3, b=0.01$

分析:根据上图所示, $b$  的数值越大,步长的收敛速度就越快,稳态均方误差的数值就越小。当  $b$  取值为 0.95 和 0.98 时,两者的收敛速度相近,但  $b$  为 0.98 的稳态均方误差数值小于  $b$  为 0.95 的稳态均方误差。改变  $b$  的数值,影响新算法的收敛速度和稳态均方误差的数值。在  $N=500$  的时刻,改变系统的参数,HT-VSS 算法的跟踪性能较好。

研究参数  $\beta$  时,仿真条件为: $\alpha=300, b=0.98, a=0.2$ 。 $\beta$  的取值为 0.01、0.02、0.03、0.07。仿真图如所示:

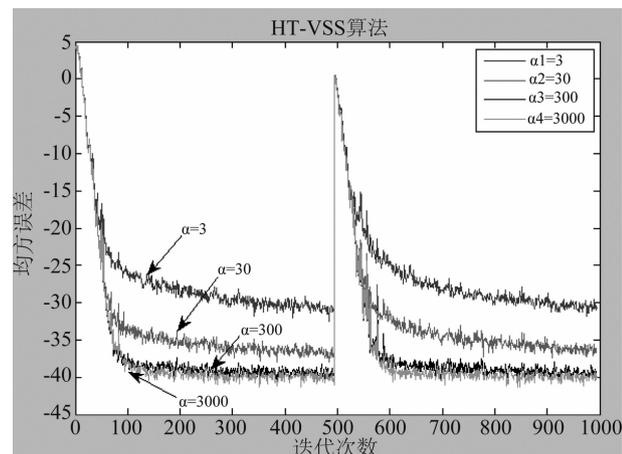


$\beta=0.01, \beta=0.02, \beta=0.03, \beta=0.07$

分析:由上图所示,参数  $\beta$  的数值越大,收敛速度就越快。在  $\beta=0.01$  时, $N=300$  时才达到收敛状

态,而  $\beta=0.07$  时, $N=80$  时就已经达到收敛状态。但是,当  $\beta=0.01, 0.02, 0.03, 0.07$  时,达到稳定状态时的稳态均方误差的数值相等,收敛速度不同。 $\beta$  数值的改变,影响算法的收敛速度。在  $N=500$  时,改变系统的参数,HT-VSS 算法的跟踪性能较好。

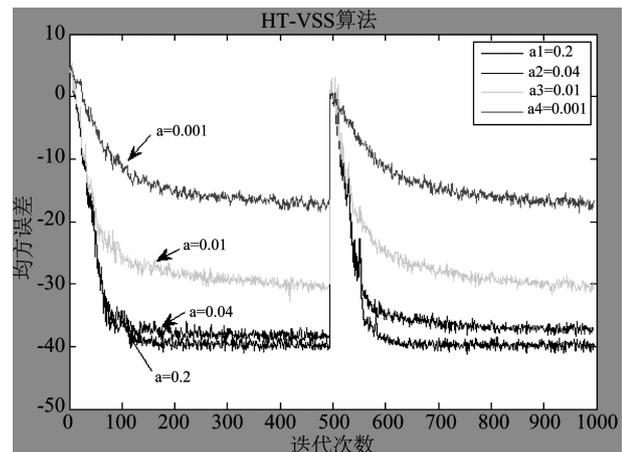
研究参数  $\alpha$  时,仿真条件为: $\beta=0.07, b=0.98, a=0.2$ 。 $\alpha$  的取值为 3、30、300、3000。仿真图如所示:



$\alpha=3, \alpha=30, \alpha=300, \alpha=3000$

分析:根据上图所示,参数  $\alpha$  的数值越大,稳态均方误差越小,收敛速度也较快。当  $\alpha=3$  时, $N=400$  才达到收敛状态,稳态均方误差的数值为  $-28\text{dB}$  左右;在当  $\alpha=3000$  时, $N=80$  就达到收敛状态,稳态均方误差的数值为  $-40\text{dB}$  左右。在  $N=500$  时,改变系统的参数,HT-VSS 算法的跟踪性能较好。

研究参数  $a$  时,仿真条件为: $\beta=0.07, b=0.98, \alpha=3000$ 。 $a$  的取值为 0.2、0.04、0.01、0.001。仿真图如所示:



$a=0.2, a=0.04, a=0.01, a=0.001$

分析:根据上图可知,参数  $a$  的数值越大,收敛速度就越快,稳态均方误差的数值也越小。在  $a$  为 0.001 时,  $N$  为 300 才进入稳态,而  $a$  为 0.2 时,  $N$  为 120 就达到稳态。两者的收敛速度,  $a$  为 0.2 较快。在本次实验中,  $a$  的最佳值为 0.2。

通过对 HT-VSS 算法各参数进行分析,参数  $\alpha$ ,  $\beta$  的改变对算法的性能好坏影响较大。参数  $b$  和  $a$  的取值,通过大量实验测试,当 HT-VSS 算法达到最佳状态时,  $b$  取值一般为 0.98 左右,  $a$  取值为 0.2 左右。

### 3 各变步长 LMS 算法性能比较

本文 HT-VSS 算法与固定步长 FSS-LMS 算法、SVS-LMS 算法、G-SVSLMS 算法、箕舌线 LMS 算法以及 VSS-LMS 算法进行仿真分析,仿真条件:1) 自适应滤波器的阶数  $L=2$ ;2) 未知系统的横向滤波器的抽头系数为  $[0.8, 0.5]$ , 在第 500 个采样点时刻未知系统发生时变,系统的抽头系数变为  $[0.4, 0.2]$ ;3) 参考输入信号  $x(n)$  零均值,单位方差的高斯白噪声;4)  $v(n)$  是均值为零,方差为 0.0001 的高斯白噪声,且与  $x(n)$  不相关。每次采样点数为 1000, 分别做 150 次独立仿真,做学习曲线。在该实验条件对各算法进行大量仿真,测定了各算法最优情况时的各参数的取值情况。各仿真条件如下:

1、固定步长 FSS-LMS 算法中,步长  $\mu$  的固定值取为 0.07。

2、SVS-LMS 算法中公式为

$$\mu(n) = \beta \left( \frac{1}{1 + \exp(-\alpha |e(n)|)} - 0.5 \right) \quad (17)$$

其中,  $\beta=0.07$ ,  $\alpha=300$ 。

3、G-SVSLMS 算法中公式为

$$\mu(n) = \beta (1 - \exp(-\alpha |e(n)|^2)) \quad (18)$$

其中,  $\beta=0.07$ ,  $\alpha=300$ 。

4、箕舌线 LMS 算法中公式为

$$\mu(n) = \beta \left( 1 - \frac{1}{1 + \alpha e^2(n)} \right) \quad (19)$$

其中,  $\beta=0.07$ ,  $\alpha=300$ 。

5、VSS-LMS 算法中公式为

$$\mu'(n+1) = \alpha \mu(n) + r e^2(n), 0 < \alpha < 1, r > 0$$

$$\mu(n+1) = \begin{cases} \mu_{\max} & \text{if } \mu'(n+1) > \mu_{\max} \\ \mu_{\min} & \text{if } \mu'(n+1) < \mu_{\min} \\ \mu'(n+1) & \text{otherwise} \end{cases} \quad 0 < \mu_{\min} < \mu_{\max} \quad (20)$$

其中,  $\beta=0.07$ ,  $\alpha=0.95$ ,  $\gamma=0.05$ ,  $\mu_{\max}=0.07$ ,  $\mu_{\min}=0.0001$ 。

6、本文 HT-VSS 算法中  $\beta=0.07$ ,  $b=0.98$ ,  $\alpha=3000$ ,  $a=0.2$ 。仿真结果如图 2 所示:

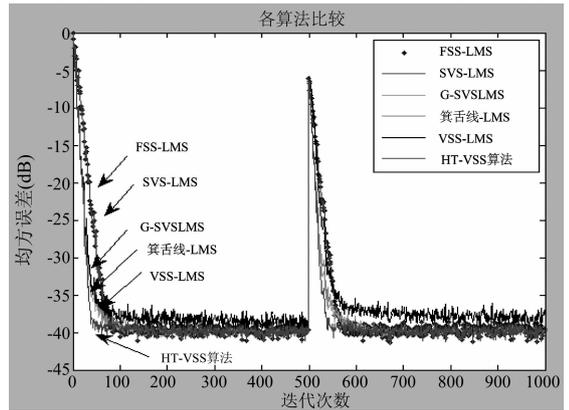


图 2 不同变步长 LMS 算法的学习曲线(噪声方差为 0.0001)

Fig. 2 The learning curve of different variable step size LMS algorithm (noise variance is 0.0001)

将噪声的方差改为 0.04, 其他条件不变, 各仿真条件如下: SVS-LMS 算法中  $\beta=0.02$ ,  $\alpha=300$ , G-SVSLMS 算法中  $\beta=0.02$ ,  $\alpha=300$ , 箕舌线 LMS 算法中  $\beta=0.02$ ,  $\alpha=300$ , VSS-LMS 算法中  $\beta=0.02$ ,  $\alpha=0.95$ ,  $\gamma=0.05$ ,  $\mu_{\max}=0.02$ ,  $\mu_{\min}=0.0001$ , 本文 HT-VSS 算法中  $\beta=0.03$ ,  $b=0.997$ ,  $\alpha=3000$ ,  $a=0.2$ 。仿真结果如图 3 所示:

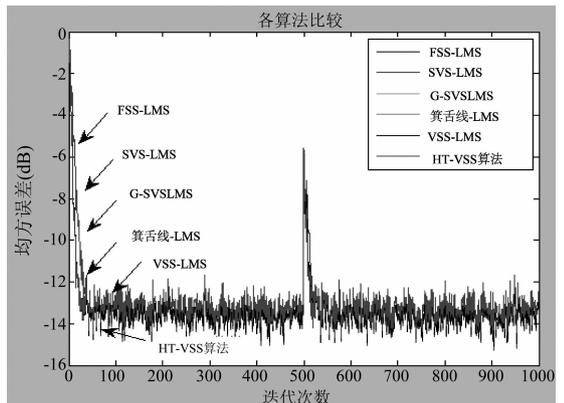


图 3 不同变步长 LMS 算法的学习曲线(噪声方差为 0.04)

Fig. 3 The learning curve of different variable step size LMS algorithm (noise variance is 0.04)

表1 各步长算法数据对比

Tab.1 The data comparison of different variable step size LMS algorithm

步长算法 \ 噪声误差	0.04		0.0001	
	收敛速度(N)	稳态均方误差(dB)	收敛速度(N)	稳态均方误差(dB)
FSS-LMS	50	-13.22	94	-38.66
SVS-LMS	48	-13.42	90	-39.46
G-SVSLMS	33	-13.75	85	-39.69
箕舌线-LMS	32	-13.38	85	-39.27
VSS-LMS	41	-12.27	91	-37.29
HT-VSS	27	-14.21	44	-40.01

由表1可知,本文提出的 HT-VSS 算法,在噪声误差为 0.04 时,  $N=27$  时收敛,稳态均方误差为  $-14.21\text{dB}$ ,在噪声误差为 0.0001 时,  $N=44$  时收敛,稳态均方误差为  $-40.01\text{dB}$ 。与其他算法相比,在收敛速度上均优于固定步长 FSS-LMS 算法、SVS-LMS 算法、G-SVSLMS 算法、箕舌线 LMS 算法以及 VSS-LMS 算法,在稳态均方误差数值上,比 VSS-LMS 算法小,与 SVS-LMS 算法、G-SVSLMS 算法、箕舌线 LMS 算法相当。综上所述,本文 HT-VSS 算法相对于其他四种变步长算法均具有较好的性能。因此,HT-VSS 算法具有良好的抗噪声性能,跟踪性能好,收敛速度快,在综合性能上优于其他四种算法。

#### 4 结论

本文提出了一种引入范数的双曲正切函数的新变步长算法,解决了固定步长 LMS 算法的收敛速度与稳态均方误差之间的矛盾,有效的折中这两个方面的性能,达到最优化。本文算法引入的参数比较多,其中较关键参数为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $b$ 、 $a$ ,与其他变步长算法相比,该算法的计算复杂度较高,但是现阶段解决双曲正切函数计算复杂的方法有很多,如查表法、多项式近似法、基于查表的多项式结合方法、有理数近似和逐位法五类<sup>[18]</sup>。因此,HT-VSS 算法在现有的硬件水平是可以实现的。本文通过修改步长与误差函数之间的关系,引入输入信号对步长的影响,增加算法的抗干扰性能,并且在低信噪比情况下,收敛速度、跟踪性能以及稳态均方误差等方

面均优于其他算法,具有实际意义。

#### 参考文献

- [1] 张玲华,郑宝玉. 随机信号处理[M]. 清华大学出版社有限公司,2003.  
Zhang L H, Zheng B Y. Random signal processing [M]. Co., LTD. Tsinghua university press, 2003. (in Chinese)
- [2] Zhao S, Man Z, Khoo S, et al. Variable step-size LMS algorithm with a quotient form[J]. Signal processing, 2009, 89(1): 67-76.
- [3] Costa M H, Bermudez J C M. A noise resilient variable step-size LMS algorithm[J]. Signal Processing, 2008, 88(3): 733-748.
- [4] Li T T, Shi M, Yi Q M. An improved variable step-size LMS algorithm[C]// Wireless Communications, Networking and Mobile Computing (WiCOM), 2011 7th International Conference on. IEEE, 2011: 1-4.
- [5] Yan Y, Zhao J, Wang Z, et al. An novel variable step size LMS adaptive filtering algorithm based on hyperbolic tangent function[C]// Computer Application and System Modeling (ICCA SM), 2010 International Conference on. IEEE, 2010, 14: V14-233-V14-236.
- [6] Yan L, Xinan W. A modified vs lms algorithm[C]// Advanced Communication Technology, The 9th International Conference on. IEEE, 2007, 1: 615-618.
- [7] 覃景繁, 欧阳景正. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法[J]. 数据采集与处理, 1997, 12(3): 171-174.  
Qin J F, OuYang J Z. A new variable step size LMS a-

- daptive filtering algorithm [J]. Journal of data acquisition and processing, 1997, 12 (3) : 171-174. (in Chinese)
- [8] 高鹰, 谢胜利. 一种变步长 LMS 自适应滤波算法及分析[J]. 电子学报, 2001, 29(8) : 1094-1097.  
Gao Y, Xie S L. A variable step size LMS adaptive filtering algorithm and analysis [J]. Journal of electronics, 2001, 29 (8) : 1094-1097. (in Chinese)
- [9] 邓江波, 侯新国. 一种新的变步长 LMS 自适应算法及其性能分析[J]. 电声技术, 2004, 12: 4-6.  
Deng J B, Hou X G. A new variable step size LMS adaptive algorithm and its performance analysis [J]. Journal of electroacoustic technology, 2004, 12:4-6. (in Chinese)
- [10] 赫金, 郑宝玉. 自适应滤波器原理[M]. 电子工业出版社, 2006.  
Simon S. Haykin, Zheng B Y. Adaptive filter principle [M]. Electronic industry press, 2006. (in Chinese)
- [11] Mayyas K. A variable step-size selective partial update LMS algorithm[J]. Digital Signal Processing, 2012.
- [12] Luo X D, Jia Z, Wang Q. A new variable step size LMS adaptive filtering algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(6) : 1123.
- [13] 钟慧湘, 郑莎莎, 冯月萍. 基于双曲正切函数的智能天线变步长 LMS 算法[J]. 吉林大学学报: 理学版, 2008, 46(5) : 935-939.  
Zhong H X, Zheng S S, Feng Y P. A Variable Step Size LMS Algorithm in Smart Antennas Based on Hyperbolic Tangent Function [J]. Journal of Jilin University: Natural Science Edition, 2008, 46 (5) : 935-939. (in Chinese)
- [14] 徐凯, 纪红, 乐光新. 一种改进的变步长自适应滤波器 LMS 算法[J]. 电路与系统学报, 2004, 9(4) : 115-117.  
Xu K, Ji H, Le G X. An improved variable step size LMS adaptive filter algorithm [J]. Journal of circuits and systems, 2004, 9 (4) : 115-117. (in Chinese)
- [15] Li J, Li J. A novel variable step size LMS algorithm based on decorrelation[C]//Image and Signal Processing (CISP), 2010 3rd International Congress on. IEEE, 2010, 7: 3291-3294.
- [16] 吕振肃, 熊景松. 一种改进的变步长 LMS 自适应算法[J]. 信号处理, 2008, 24(1) : 144-146.  
Lv Z S, Xiong J S. An improved variable step size LMS adaptive algorithm [J]. Signal Processing, 2008, 24 (1) : 144-146. (in Chinese)
- [17] 何振亚, 电子技术. 自适应信号处理[M]. 科学出版社, 2002.  
He Z Y. electronic technology. The adaptive signal processing [M]. Science press, 2002. (in Chinese)
- [18] 陈石平, 李全, 莫丽兰, 等. 基于 CORDIC 的反双曲正切函数的 FPGA 实现[J]. 计算机工程与科学, 2009, 31(5) : 150-152.  
Chen S P, Li Q, Mo L L, etc. Based on the inverse hyperbolic tangent function of the FPGA implementation of CORDIC [J]. Computer engineering and science, 2009, 31 (5) : 150-152. (in Chinese)

#### 作者简介



还秋云 女, 1989 年 10 月生于江苏苏州, 南京邮电大学在读硕士研究生。从事信号分析、处理及应用领域的研究工作。E-mail: rerealiuguang@163.com



邱晓晖 女, 1968 年生于山东, 南京航空航天大学信息获取与处理专业, 博士。现担任南京邮电学院通信学院教授, 一直从事信号分析、处理及应用领域的研究工作。获得江苏省科技进步三等奖 2 项(排名第三); 获得发明专利授权 1 项、公开 1 项, 发表论文 30 余篇。E-mail: qiuxh@njupt.edu.cn



刘晓飞 男, 1978 年 4 月生, 内蒙古赤峰人, 毕业于中国科学院计算技术研究所计算机系统结构专业, 博士, 现担任苏州中科集成电路设计中心(中科院计算所苏州分所)总经理助理, 主要研究方向为 SOC 体系结构和集成电路物理设计技术。E-mail: xfeil@vip.sina.com