

# 非对称 MIMO 双向中继干扰信道的干扰对齐算法

白立平 谢显中 熊泽波 雷维嘉

(重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室, 重庆, 400065)

**摘 要:** 针对非对称的多用户 MIMO 双向中继干扰信道, 本文提出了一种简化的基于最大信干噪比的干扰对齐算法, 给出了信号对齐和干扰抑制可行性条件及其方案, 并分析了系统容量和自由度。本文算法的中继节点不必做复杂的信号处理, 大大降低了整个系统的信号处理复杂度; 同时, 本文算法是基于最大信干噪比方案, 与现有文献的中继迫零方案比较, 大大提高了系统中低信噪比时的容量; 进一步, 分析证明了基于本文算法的  $K$  用户对双向中继干扰网络的自由度可以达到  $2 \sum_{i=1}^K d_i$ 。

**关键词:** 多输入多输出(MIMO); 多用户对; 非对称; 双向中继; 干扰对齐

**中图分类号:** TN911.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2013)07-0880-08

## An Interference Alignment Algorithm for Asymmetric MIMO Two-Way Relaying Interference Channel

BAI Li-ping XIE Xian-zhong XIONG Ze-bo LEI Wei-jia

(Chongqing Key Lab of Mobile Communications Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** In this paper, we propose a simplified interference alignment algorithm based on the maximum signal to interference noise ratio (Max-SINR) algorithm for the asymmetric multi-pair two-way MIMO relaying interference channel. Then, we derive the feasibility conditions of signal alignment and interference suppression scheme in the system, so as to analyze the degree of freedom (DOF) and sum rate of the system. The relay node in this article do not have to do complex signal processing, greatly reduces the signal processing complexity of the entire system. Besides this, the proposed scheme is based on Max-SINR algorithm and provides a considerable performance gain at low and intermediate P compared with existing relay zero forcing programs. Furthermore, the brief theoretical analysis and numerical simulations have shown that the degrees of freedom (DOF) achievable by interference alignment in  $K$  user pair two-way relaying interference networks are

$$2 \sum_{i=1}^K d_i.$$

**Key words:** Multiple-input multiple-output (MIMO); multi-pair; asymmetric; two way relaying; interference alignment

### 1 引言

随着用户终端数的不断增加, 用户之间的同道干扰成为影响无线通信质量的重要瓶颈, 而干扰对齐 (IA, Interference Alignment) 技术就是为了解决上

述问题而提出的。干扰对齐<sup>[1]</sup>是在发送端将用户的非期望(干扰)信号对齐到用户干扰信号接收子空间, 保证用户期望信号子空间(USS)与干扰信号子空间(ISS)间线性独立, 并使用户期望信号子空间(USS)尽可能大。在高信噪比条件下, 干扰对齐

收稿日期: 2013-01-19; 修回日期: 2013-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(61271259); 重庆市自然科学基金(CTSC2011JJA40006, CSTC2010BB2415); 重庆市教委科学技术研究项目(KJ120501, KJ120502, KJ1105300); 重庆市科委重点实验室专项经费

技术可使单天线  $K$  用户 MIMO 干扰信道的总自由度提高到  $K/2$ , 即每个用户获得将近一半没有干扰的频谱。由于干扰对齐在容量和自由度 (DOF) 方面的明显优势, 近几年一直是研究热点<sup>[2-5]</sup>。

最近一些文献开始研究中继辅助的干扰对齐问题。文献 [6] 表明 SISO 系统中进行干扰对齐时使用中继可以较大程度地降低信道的扩展规模。文献 [7] 中给出了含中继的 SISO 系统中干扰对齐的可行性条件, 指出虽然中继不能够增加系统的自由度, 但能够使系统在有限信道符号扩展的情况下更好地实现。文献 [8] 研究了 3 用户 MIMO Y 信道的信号空间对齐方案, 每节点要与另外两个节点进行通信, 而两两节点之间没有直接链路, 通过中继转播完成通信; 在第一个时隙里, 3 个用户将信息发送给中继节点, 同时满足自干扰信号和期望信号空间对齐; 在第二个时隙里, 中继通过干扰零空间预编码矢量发送各用户数据流, 大大提高了系统容量。文献 [9] 给出了  $K$  用户 MIMO Y 信道的信号空间对齐可行性条件, 并结合相应网络编码技术指出在给定系统天线数的情况下, 系统能达到的自由度。

传统的单向中继网络使得没有直接链路的发端和收端之间的通信成为可能, 但由于其半双工特性, 系统的频谱效率低, 双向中继策略被认为是提高协作中继网络频谱效率的有效手段<sup>[10]</sup>。为进一步提高通信系统的覆盖范围以及通信网络容量, 文献 [11] 研究了用户天线数小于中继天线数时的提高多用户对双向中继干扰网络吞吐量的网络编码设计方案。文献 [12] 针对对称双向中继干扰网络提出了提高系统容量的中继迫零 (ZF, Zero Forcing) 方案, 中继迫零后用户只接收到期望信号、自干扰信号和噪声分量, 减去已知自身发送信号, 即可得到期望信号。值得一提的是, 该方案的中继对接收信号进行相应复杂处理, 而且只针对用户的干扰信号部分 (完全抑制干扰信号), 至于噪声部分 (包括两部分, 即中继接收噪声并处理之后发送的噪声部分和用户接收噪声部分), 中继及用户均未进行任何处理, 当噪声分量变大时系统性能逐渐下降。文献 [13] 研究了  $K$  用户对双向中继 X 信道的干扰对齐方案, 中继采用迫零方案, 并分析证明了

系统可达到的自由度为  $2K^2$ 。文献 [12] 只考虑了各用户发送等同数据流时的对称系统 (即所有发端的天线数相同, 所有收端的天线数相同, 每发端的发送数据流个数也相同; 否则为非对称系统) 的情况, 文献 [13] 则只考虑了用户发送单个数据流时的非对称系统情况。而实际的通信网络中用户天线数不一定相同, 发送数据流个数也不一定相同。

各用户发送不同数据流时的非对称双向中继干扰网络, 若中继节点采用传统迫零方案<sup>[12][13]</sup>, 则系统的信号处理过程相当复杂。针对上述问题, 本文提出了一种简化的、基于最大信干噪比的干扰对齐算法, 给出了信号对齐和干扰抑制可行性条件及其方案。在该算法中, 中继节点不必做复杂的信号处理, 只进行简单的功率约束并将接收信号广播出去, 用户端接收信号后抑制干扰, 大大降低了整个系统的信号处理复杂度。同时, 由于本文算法是基于最大信干噪比算法的方案, 相较于中继迫零方案<sup>[12][13]</sup> 大大提高了系统中低信噪比时的容量。进一步, 分析证明了系统参数满足干扰对齐可行性条件时  $K$  用户对双向中继干扰网络的自由度可以

达到  $2 \sum_{i=1}^K d_i$ 。

本文的符号标注: 大小写黑体符号分别表示矩阵及向量。对于任意矩阵  $\mathbf{A}$  来说,  $\mathbf{A}^{-1}$ 、 $\mathbf{A}^H$ 、 $\text{tr}(\mathbf{A})$  分别表示矩阵  $\mathbf{A}$  的逆、共轭转置以及迹。 $E\{\cdot\}$  表示期望值,  $\text{span}(\mathbf{A})$  表示由矩阵  $\mathbf{A}$  的列向量构成的矢量信号空间。 $\|\mathbf{x}\|_F$  表示向量  $\mathbf{x}$  的 F-范数,  $\mathbf{I}_N$  表示  $N$  阶单位矩阵。 $\mathbf{A}_{\cdot d}$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $d$  个列向量。

## 2 系统模型

多用户对 MIMO 双向中继干扰信道的系统模型如图 1 所示, 包括相互通信的两组用户和一个中继节点。假设用户  $i$  ( $i=1, 2, \dots, K$ ) 表示第一组用户, 用户  $j'$  ( $j'=1, 2, \dots, K$ ) 表示第二组用户, 所有用户都通过中继与其对应用户进行相互通信, 如用户  $i$  要通过中继给用户  $i'$  发送数据流, 而用户  $i'$  也要通过中继给用户  $i$  发送数据流; 用户  $i$  及  $j'$  的天线数分别为  $M_i$  及  $M_{j'}$ , 中继节点的天线数为  $N$ , 且第  $i$  对用户的

发送数据流个数为  $d_i (i=1, 2, \dots, K)$ 。为方便, 以下我们用  $[N | M_1, M_2, \dots, M_K; M_1', M_2', \dots, M_{K'}]$  表示图 1 所示的模型。

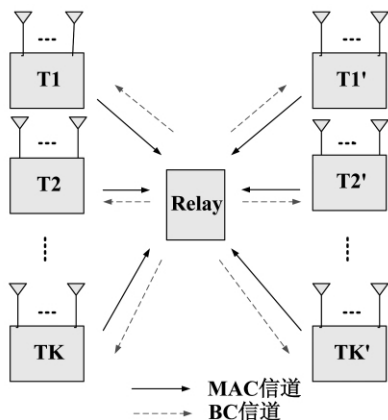


图 1 K 用户对 MIMO 双向中继干扰信道

Fig. 1 K user-pair MIMO two way relaying interference channel

假设每对用户之间的相互通信都需要两个时隙的通信过程, 即用户接入的多址接入 (MAC) 阶段和中继的广播 (BC) 阶段。在用户接入阶段, 即第一个时隙里所有  $2K$  用户将需要发送的信息发送给中继节点。中继节点所接收信号为:

$$\mathbf{y}_R = \sum_{i=1}^K (\mathbf{H}_{R,i} \mathbf{x}_i + \mathbf{H}_{R,i'} \mathbf{x}_{i'}) + \mathbf{n}_R, \forall i \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{y}_R$  表示  $N \times 1$  维的中继接收信号矢量;  $\mathbf{H}_{R,i}$ 、 $\mathbf{H}_{R,i'}$  分别表示第  $i$  及  $i'$  用户至中继的  $N \times M_i$  及  $N \times M_{i'}$  维信道矩阵;  $\mathbf{n}_R$  表示中继所接收的  $N \times 1$  维加性高斯白噪声 (AWGN) 矢量, 服从独立同分布的循环对称复高斯分布, 满足  $\mathbf{n}_R \sim CN(0, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ 。  $M_i \times 1$  维的用户  $i$  发送信号矢量  $\mathbf{x}_i$  为如下所示:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i = \sum_{d=1}^{d_i} \mathbf{V}_{i,d} s_{i,d} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{s}_i$  为用户  $i$  的  $d_i \times 1$  维原始发送信号矢量,  $s_{i,d}$  表示用户  $i$  的发送信号矢量  $\mathbf{s}_i$  的第  $d$  个发送数据流;  $\mathbf{V}_i$  表示用户  $i$  的  $M_i \times d_i$  维预编码矩阵,  $\mathbf{V}_{i,d}$  表示用户  $i$  的第  $d$  个发送数据流  $s_{i,d}$  对应的预编码矢量。同时, 用户  $i$  的发送信号满足功率约束条件:  $E\{\text{tr}(\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^H)\} \leq p_i$ 。

在第二个通信时隙过程中, 中继节点广播信号之前先对接收信号进行简单的线性放大, 再将信号

广播出去。中继节点所广播  $N \times 1$  维信号矢量为:

$$\mathbf{x}_R = \beta \mathbf{y}_R \quad (3)$$

其中  $\beta$  为功率约束因子, 满足约束条件  $E\{\text{tr}[\mathbf{x}_R \mathbf{x}_R^H]\} \leq P_R$ , 即  $\beta = \sqrt{P_R / E\{\text{tr}[\mathbf{y}_R \mathbf{y}_R^H]\}}$ 。从而, 在第二个通信时隙中用户  $i$  的  $M_{i'} \times 1$  维接收信号矢量为:

$$\mathbf{y}_{i'} = \mathbf{H}_{i',R} \mathbf{x}_R + \mathbf{n}_{i'} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{H}_{i',R}$  表示  $M_{i'} \times N$  维的中继至用户  $i'$  的信道矩阵;  $\mathbf{n}_{i'}$  表示用户  $i'$  接收到的  $M_{i'} \times 1$  维加性高斯白噪声 (AWGN) 矢量, 服从分布同  $\mathbf{n}_R$ , 即  $\mathbf{n}_{i'} \sim CN(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{M_{i'}})$ 。

用户接收中继广播信号之后首先消除自干扰信号; 再对其进行干扰抑制。用户  $i'$  经过干扰抑制之后的  $d_{i'} \times 1$  维信号估计矢量表示为:

$$\hat{\mathbf{y}}_{i'} = \mathbf{U}_{i'}^H \tilde{\mathbf{y}}_{i'} \quad (5)$$

其中  $\tilde{\mathbf{y}}_{i'}$  为用户  $i'$  消除自干扰之后的接收信号。

### 3 多用户双向中继干扰信道的干扰对齐算法

本节我们将讨论非对称多用户对 MIMO 双向中继干扰信道的干扰对齐算法, 包括 MAC 阶段的信号对齐算法和 BC 阶段的干扰抑制算法。

#### 3.1 信号对齐

MAC 阶段, 用户  $i$  发送  $d_i$  个独立信息数据流, 因此天线数必满足  $M_i \geq d_i$ 。类似地, 用户  $j$  的天线数也应满足  $M_j \geq d_j (\forall i, j \in \{1, 2, \dots, K\})$ 。当用户发送信号不做任何预编码处理时, 中继将接收到  $2 \sum_{i=1}^K d_i$  独立数据流。为有效利用中继接收信号空间, 我们利用预编码技术将每对  $i$  及  $i'$  用户的发送数据流对齐到同一个  $d_i$  维度的信号空间, 如图 2 所示。

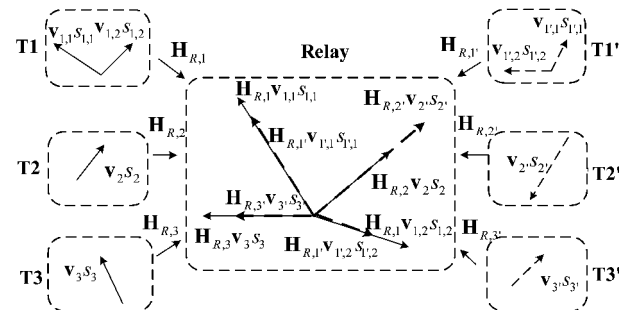


图 2 中继节点的信号对齐 ( $K=3, d_1=2, d_2=d_3=1$ )

Fig. 2 Signal alignment at relay ( $K=3, d_1=2, d_2=d_3=1$ )

在中继节点, 对应用户的信号对齐到相同的信号维度空间。对用户  $i$  及  $i'$  来说, 预编码矩阵满足:

$$\text{span}(\mathbf{H}_{Rj}\mathbf{V}_i) = \text{span}(\mathbf{H}_{Rj'}\mathbf{V}_{i'}), \forall i \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (6)$$

式中,  $\text{span}(\mathbf{A}) = \text{span}(\mathbf{B})$  表示由矩阵  $\mathbf{A}$  的列向量构成的矢量空间和矩阵  $\mathbf{B}$  的列向量构成的矢量空间的交集。从而中继节点将只接收到  $\sum_{i=1}^K d_i$  独立信息数据流, 中继天线数  $N$  应满足  $N \geq \sum_{i=1}^K d_i$ 。为求得预编码矩阵, 我们可设:

$$\mathbf{H}_{Rj}\tilde{\mathbf{V}}_i = \mathbf{H}_{Rj'}\tilde{\mathbf{V}}_{i'} = \mathbf{V}_{(ij)}' \quad (7)$$

其中,  $N \times d_i$  维的  $\mathbf{V}_{(ij)}'$  表示经过 MAC 阶段信号对齐之后的第  $i$  及  $i'$  用户信号在中继所构成的信号空间, 是信道矩阵  $\mathbf{H}_{Rj}$  与  $\mathbf{H}_{Rj'}$  的列矢量所构成信号空间的交集。经过变换上式 (7) 变为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & -\mathbf{H}_{Rj} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0} & -\mathbf{H}_{Rj'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{(ij)}' \\ \tilde{\mathbf{V}}_i \\ \tilde{\mathbf{V}}_{i'} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (8)$$

其中, 系数矩阵的维度为  $2N \times (N + M_i + M_{i'})$ 。要使上式有解必满足  $N + M_i + M_{i'} - 2N \geq d_i$ , 即  $N \leq M_i + M_{i'} - d_i$ 。因此对整个系统来说, 用户天线数还需满足  $\min(M_i + M_{i'} - d_i) \geq N (i = 1, 2, \dots, K)$ 。

因此, 用户天线数和中继天线数满足如下 (9) 式时, 系统即可实现用户 MAC 阶段的信号空间对齐。

$$\begin{cases} M_i \geq d_i, M_{j'} \geq d_j \\ \sum_{i=1}^K d_i \leq N \leq \min(M_i + M_{i'} - d_i) \end{cases} \quad \forall i, j \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (9)$$

### 3.2 干扰抑制

BC 阶段, 中继节点对接收信号进行简单的线性放大再将其广播出去。因此, 所有用户将接收到  $\sum_{i=1}^K d_i$

$$\text{SINR}_{i'} = \frac{\beta^2 \|\mathbf{U}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rj} \mathbf{x}_i\|_2^2}{\beta^2 \sum_{k=1, k \neq i}^K (\|\mathbf{U}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_k\|_2^2 + \|\mathbf{U}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rk'} \mathbf{x}_{k'}\|_2^2) + \|\mathbf{U}_{i'}^H \tilde{\mathbf{n}}_{i'}\|_2^2} \quad (13)$$

为方便讨论, 进一步将 (13) 式转化为

$$\text{SINR}_{i'} = \frac{\text{tr}(\mathbf{U}_{i'}^H \mathbf{A}_{i'} \mathbf{U}_{i'})}{\text{tr}(\mathbf{U}_{i'}^H \mathbf{B}_{i'} \mathbf{U}_{i'})} \quad (14)$$

独立数据流, 经过各自的干扰抑制解调出自身应收到的期望信号。用户  $i$  的接收信号如公式 (4) 所示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{i'} &= \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{x}_R + \mathbf{n}_{i'} \\ &= \beta \mathbf{H}_{i'R} \left( \sum_{k=1}^K (\mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{Rk'} \mathbf{x}_{k'}) + \mathbf{n}_R \right) + \mathbf{n}_{i'} \\ &= \beta \mathbf{H}_{i'R} (\mathbf{H}_{Rj} \mathbf{x}_i + \mathbf{H}_{Rj'} \mathbf{x}_{i'}) + \beta \mathbf{H}_{i'R} \sum_{k=1, k \neq i}^K (\mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{Rk'} \mathbf{x}_{k'}) + \tilde{\mathbf{n}}_{i'} \end{aligned} \quad (10)$$

式中  $\tilde{\mathbf{n}}_{i'} = \beta \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{n}_R + \mathbf{n}_{i'}$ 。用户  $i'$  减去自身发送信号后得到的信号表示为:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{i'} &= \mathbf{y}_{i'} - \beta \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rj'} \mathbf{x}_{i'} \\ &= \beta \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rj} \mathbf{x}_i + \beta \mathbf{H}_{i'R} \sum_{k=1, k \neq i}^K (\mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{Rk'} \mathbf{x}_{k'}) + \tilde{\mathbf{n}}_{i'} \end{aligned} \quad (11)$$

与中继采用传统迫零方案<sup>[12][13]</sup>不同, 我们利用 SINR 准则抑制干扰信号。BC 阶段, 用户 (右边 3 用户) 接收信号并处理信号过程如下图 3 所示 (IUI 为除自干扰以外的用户干扰信号接收空间)。

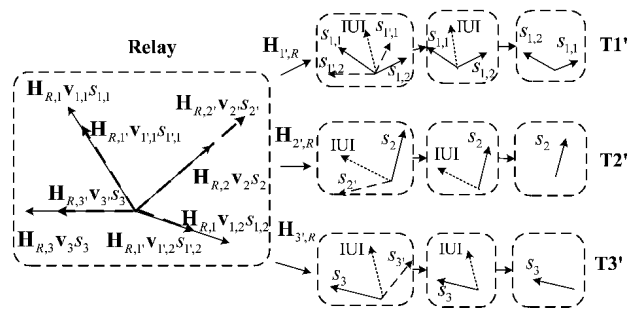


图 3 用户信号处理过程 ( $K=3, d_1=2, d_2=d_3=1$ )

Fig. 3 Signal processing of users ( $K=3, d_1=2, d_2=d_3=1$ )

用户抑制干扰之后的信号估计值表示为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_{i'} &= \mathbf{U}_{i'}^H \tilde{\mathbf{y}}_{i'} \\ &= \beta \mathbf{U}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rj} \mathbf{x}_i + \beta \mathbf{U}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \sum_{k=1, k \neq i}^K (\mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{Rk'} \mathbf{x}_{k'}) + \mathbf{U}_{i'}^H \tilde{\mathbf{n}}_{i'} \end{aligned} \quad (12)$$

用户  $i$  的接收信干噪比为

其中,  $\mathbf{A}_{i'}$  为用户  $i'$  的接收期望信号协方差矩阵;  $\mathbf{B}_{i'}$  为用户  $i'$  的接收干扰加噪声信号协方差矩阵;  $\mathbf{Q}_{N_{i'}}$  为用户  $i'$  的噪声协方差矩阵。

$$\mathbf{A}_{i'} = \beta^2 \frac{p_i}{d_i} \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Ri} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{Ri}^H \mathbf{H}_{i'R}^H \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_{i'} = \beta^2 \sum_{k=1, k \neq i}^K \left( \frac{p_k}{d_k} \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rk} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{Rk}^H \mathbf{H}_{i'R}^H + \frac{p_{k'}}{d_{k'}} \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rk'} \mathbf{V}_{k'} \mathbf{V}_{k'}^H \mathbf{H}_{Rk'}^H \mathbf{H}_{i'R}^H \right) + \mathbf{Q}_{N_{i'}} \quad (16)$$

$$\mathbf{Q}_{N_{i'}} = \beta^2 \sigma^2 \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{i'R}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{M_{i'}} \quad (17)$$

从而,使 SINR<sub>i'</sub>最大化的干扰抑制矩阵 U<sub>i'</sub>即是所求最优的干扰抑制矩阵。U<sub>i'</sub><sup>opt</sup>满足:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{i'}^{opt} &= \arg \max_{\mathbf{U}_{i'} \in \mathcal{C}_{M_{i'} \times d_i}} \text{SINR}_{i'} \\ \text{s. t. } & \mathbf{U}_{i'}^H \mathbf{U}_{i'} = \mathbf{I}_{d_i} \end{aligned} \quad (18)$$

由矩阵理论知,若 A<sub>i'</sub>, B<sub>i'</sub>为 M<sub>i'</sub>阶厄米特(Hermitite)矩阵,且 B<sub>i'</sub>是正定的,则存在 T<sub>i'</sub> ∈ C<sub>M<sub>i'</sub> × M<sub>i'</sub></sub>,使得

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{i'}^H \mathbf{A}_{i'} \mathbf{T}_{i'} = \mathbf{\Lambda}_{i'} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{M_{i'}}) \\ \mathbf{T}_{i'}^H \mathbf{B}_{i'} \mathbf{T}_{i'} = \mathbf{I}_{M_{i'}} \end{cases}, \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{M_{i'}} \geq 0 \quad (19)$$

其中 λ<sub>1</sub>, λ<sub>2</sub>, …, λ<sub>M<sub>i'</sub></sub>是 A<sub>i'</sub>相对于 B<sub>i'</sub>的广义特征值,即 |λB<sub>i'</sub> - A<sub>i'</sub>| = 0 的特征根。矩阵 T<sub>i'</sub>的列向量即是 λ<sub>i</sub> (i ∈ {1, 2, …, M<sub>i'</sub>}) 对应的广义特征向量。

为求得使接收 SINR<sub>i'</sub>最大的干扰抑制矩阵 U<sub>i'</sub>,我们设 U<sub>i'</sub> = T<sub>i'</sub>W<sub>i'</sub>,其中 T<sub>i'</sub>为 M<sub>i'</sub>阶满秩矩阵并满足(19)式, W<sub>i'</sub>为 M<sub>i'</sub> × d<sub>i</sub>维矩阵。将 U<sub>i'</sub> = T<sub>i'</sub>W<sub>i'</sub>代入(14)式得

$$\begin{aligned} \text{SINR}_{i'} &= \frac{\text{tr}(\mathbf{W}_{i'}^H \mathbf{T}_{i'}^H \mathbf{A}_{i'} \mathbf{T}_{i'} \mathbf{W}_{i'})}{\text{tr}(\mathbf{W}_{i'}^H \mathbf{T}_{i'}^H \mathbf{B}_{i'} \mathbf{T}_{i'} \mathbf{W}_{i'})} \\ &= \frac{\text{tr}(\mathbf{W}_{i'}^H \mathbf{\Lambda}_{i'} \mathbf{W}_{i'})}{\text{tr}(\mathbf{W}_{i'}^H \mathbf{W}_{i'})} \end{aligned} \quad (20)$$

继而,我们的问题变为求出使(20)式最大化的 W<sub>i'</sub>,求出 W<sub>i'</sub>即可得到 U<sub>i'</sub>。首先对 W<sub>i'</sub>进行奇异值分解,即 W<sub>i'</sub> = R<sub>i'</sub> [Δ<sub>i'</sub>; 0] S<sub>i'</sub><sup>H</sup>。其中 R<sub>i'</sub>, S<sub>i'</sub>分别为 M<sub>i'</sub>和 d<sub>i</sub>阶酉矩阵; Δ<sub>i'</sub>为 d<sub>i</sub>阶对角阵,即 Δ<sub>i'</sub> = diag(δ<sub>1</sub>, δ<sub>2</sub>, …, δ<sub>d<sub>i</sub></sub>)。从而,上式变为:

$$\frac{\text{tr}(\mathbf{W}_{i'}^H \mathbf{\Lambda}_{i'} \mathbf{W}_{i'})}{\text{tr}(\mathbf{W}_{i'}^H \mathbf{W}_{i'})} = \frac{\text{tr}([\Delta_{i'} \quad \mathbf{0}] \mathbf{R}_{i'}^H \mathbf{\Lambda}_{i'} \mathbf{R}_{i'} \begin{bmatrix} \Delta_{i'} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix})}{\sum_{i=1}^{d_i} \delta_i^2} \quad (21)$$

由文献[14]知,使上式(20)最大化的 W<sub>i'</sub> = [I<sub>d<sub>i</sub></sub>; 0],即 U<sub>i'</sub><sup>opt</sup> = T<sub>i'</sub> [I<sub>d<sub>i</sub></sub>; 0], ∀ i ∈ {1, 2, …, K}。换句话说, U<sub>i'</sub><sup>opt</sup>是由矩阵 T<sub>i'</sub>的 d<sub>i</sub>个列向量构成,而这些列向量对应于矩阵 A<sub>i'</sub>相对于矩阵 B<sub>i'</sub>的前 d<sub>i</sub>个最大广义特征值。

现在,我们来讨论中继 BC 阶段的干扰抑制可行性条件。在中继 BC 阶段里,中继广播 MAC 阶段所接收信号;用户抑制干扰信号并解调各期望信号。因此,我们只要求出能解调出各期望信号的用户干扰抑制矩阵即可。为此对任意用户 i'来说,其干扰抑制矩阵 U<sub>i'</sub>的第 l 列,即用户 i'的接收第 l 个期望数据流的干扰抑制矢量 u<sub>i',l</sub>满足如下子式

$$\begin{aligned} & \mathbf{u}_{i',l}^H \left( \beta \mathbf{H}_{i'R} \left( \sum_{k=1}^K (\mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{Rk'} \mathbf{x}_{k'}) - (\mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_{i,l} + \mathbf{H}_{Rk'} \mathbf{x}_{i',l}) \right) + \tilde{\mathbf{n}}_{i'} \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

即满足

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{i',l}^H (\beta \mathbf{H}_{i'R} (\mathbf{H}_{R1} \mathbf{x}_{1,l} + \mathbf{H}_{R1'} \mathbf{x}_{1',l}) + \tilde{\mathbf{n}}_{i'}) = 0 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{i',l}^H (\beta \mathbf{H}_{i'R} (\mathbf{H}_{R1} \mathbf{x}_{1,d_1} + \mathbf{H}_{R1'} \mathbf{x}_{1',d_1}) + \tilde{\mathbf{n}}_{i'}) = 0 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{i',l}^H (\beta \mathbf{H}_{i'R} (\mathbf{H}_{Ri} \mathbf{x}_{i,l-1} + \mathbf{H}_{Ri'} \mathbf{x}_{i',l-1}) + \tilde{\mathbf{n}}_{i'}) = 0 \\ \mathbf{u}_{i',l}^H (\beta \mathbf{H}_{i'R} (\mathbf{H}_{Ri} \mathbf{x}_{i,l+1} + \mathbf{H}_{Ri'} \mathbf{x}_{i',l+1}) + \tilde{\mathbf{n}}_{i'}) = 0 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{i',l}^H (\beta \mathbf{H}_{i'R} (\mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_{k,d_k} + \mathbf{H}_{Rk'} \mathbf{x}_{k',d_k}) + \tilde{\mathbf{n}}_{i'}) = 0 \end{cases} \quad (23)$$

其中 u<sub>i',l</sub>为 M<sub>i'</sub> × 1 维的矢量。若使上述方程组有解,则矢量 u<sub>i',l</sub>的零空间必有 ∑<sub>i=1</sub><sup>K</sup> d<sub>i</sub> - 1 个线性无关的零矢量,即

$$M_{i'} \geq \sum_{i=1}^K d_i \quad (24)$$

至此,我们已求得所有用户的预编码矩阵和干扰抑制矩阵。

### 3.3 自由度分析

系统的总自由度可以认为是所有链路自由度之和,如下所示

$$D_{tot} = \sum_{i=1}^K (D_{i'} + D_i)$$

$$= \lim_{\rho \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^K \frac{R_i(\rho) + R_i(\rho)}{\log_2(\rho)} \quad (25)$$

式中,  $D_{i'}$ ,  $D_i$  分别表示用户  $i$  接收到的来自用户  $i$  的信息自由度及用户  $i$  接收到的来自用户  $i'$  信息的自由度,  $\rho$  表示发送信噪比 SNR,  $R_i(\rho)$ ,  $R_i(\rho)$  分别表示用户  $i'$  及  $i$  收到的信息速率<sup>[9]</sup>。对于给定的预编码矩阵  $\mathbf{V}_i$  和干扰抑制矩阵  $\mathbf{U}_{i'}$ ,  $R_i(\rho)$  可以表示为  $R_i(\rho) = \log_2(1 + \rho_{i'})$ 。其中  $\rho_{i'}$  为用户  $i$  接收到的来自用户  $i'$  信息的信干噪比, 即为式

$$\rho_{i'} = \frac{\beta^2 \|\mathbf{u}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rj} \mathbf{x}_{i'}\|_2^2}{\beta^2 \left( \sum_{k=1}^K (\|\mathbf{u}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_k\|_2^2 + \|\mathbf{u}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rk} \mathbf{x}_{k'}\|_2^2) - \|\mathbf{u}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rj} \mathbf{x}_{i'}\|_2^2 \right) + \|\mathbf{u}_{i'}^H \tilde{\mathbf{n}}_{i'}\|_2^2} \quad (27)$$

上式又可以转化为

$$\rho_{i'} = \rho M_{i'} \quad (28)$$

式中,  $M_{i'} = \frac{\beta^2 \|\mathbf{u}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R} \mathbf{H}_{Rj} \mathbf{v}_{i'}\|_2^2}{\sigma^2 + \beta^2 \|\mathbf{u}_{i'}^H \mathbf{H}_{i'R}\|_2^2 + \|\mathbf{u}_{i'}^H \tilde{\mathbf{n}}_{i'}\|_2^2}$ ,  $\rho$  为  $\rho$  的无穷小量。当  $\rho \rightarrow \infty$  时,  $M_{i'}$  为有限值。

将式(28)代入(26)式, 则

$$D_{i'} = \sum_{l=1}^{d_i} \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\log_2(1 + \rho M_{i'})}{\log_2(\rho)} = d_i \quad (29)$$

将(29)式代入(25)式, 即可得到  $D_{tot} = 2 \sum_{i=1}^K d_i$ 。

### 4 性能仿真及分析

本节我们将仿真比较基于本文算法 (Po-IA) 和中继采用传统迫零方案 (ZF-IA)<sup>[12][13]</sup> 的非对称 MIMO 双向中继干扰网络的系统性能。假设信道为服从独立同分布的瑞利衰落信道, 其各分量服从零均值单位方差的复高斯分布, 且归一化各节点的发送功率, 即  $P_i = P_j = P_k (\forall i, j \in \{1, 2, \dots, K\})$ , 并用  $d = [d_1, d_2, \dots, d_K]$  表示各用户对发送数据流个数。

为表明本文算法在非对称网络中的广泛适用性, 我们从用户发送数据流个数相同和不同两方面来考证。当用户发送数据流个数相同, 特别地  $d_i = 1 (\forall i \in \{1, 2, \dots, K\})$  时, 图 4 给出了 3 用户对和 5 用户对双向中继干扰网络的系统总速率。由图可以看出, 当系统参数满足干扰对齐可行条件(9)式和(24)式时, 本文算法 (Po-IA) 的系统中低信噪比 (-5 ~ 30dB) 容量明显优于中继传统迫零 (ZF-IA) 方案<sup>[12][13]</sup>。

图 5 给出了在本文干扰对齐方案下 3 用户对双向中继干扰网络的用户发送数据流个数, 即  $d_i (\forall i \in$

(14) 所示。

自由度即是求极限问题。为方便求极限, 我们将单独考虑用户  $i$  的每个数据流, 利用  $D_{i'} = \sum_{l=1}^{d_i} D_{i'l}$  (为用户  $i$  接收第  $l$  数据流的自由度) 则有

$$D_{i'} = \sum_{l=1}^{d_i} \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\log_2(1 + \rho_{i'l})}{\log_2(\rho)} \quad (26)$$

其中  $\rho_{i'l}$  表示用户  $i$  接收第  $l$  个数据流的信干噪比。由(13)式知

(1, 2, 3) 变化时系统容量的变化情况。可以看出, 随着用户发送数据流个数的增加, 系统容量逐渐增大, 且随着发送功率的增加, 容量变化量越大。

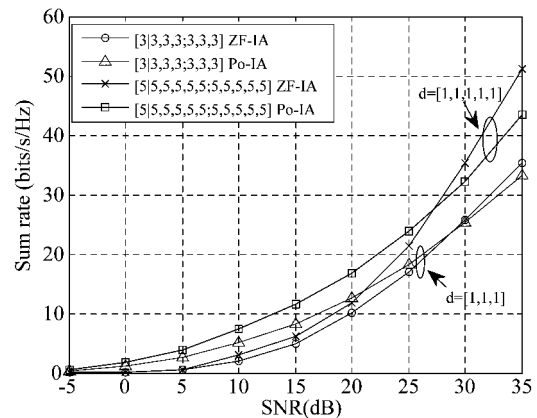


图 4 3 用户对和 5 用户对双向中继干扰网络的系统容量

Fig. 4 Sum rate for 3 and 5 pairs two-way relaying interference networks

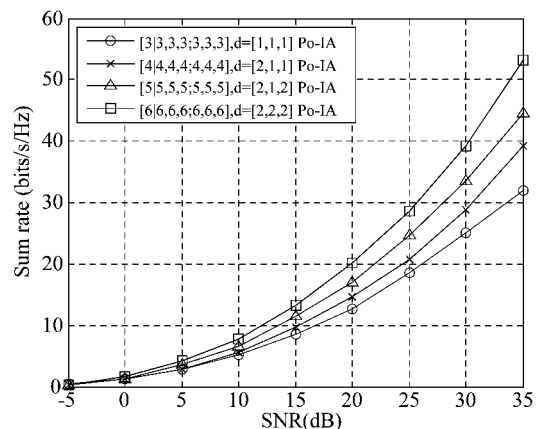


图 5 3 用户对双向中继干扰网络的系统容量

Fig. 5 Sum rate for 3 pairs two-way relaying interference networks

在高信噪比时,自由度可以用来近似描述系统容量<sup>[1][4]</sup>。下面将从自由度的定义角度,即系统总信息速率  $R(SNR)$  及发送信噪比对数  $\log_2(SNR)$  之间的关系进一步验证本文所提算法下非对称双向中继干扰网络的性能。

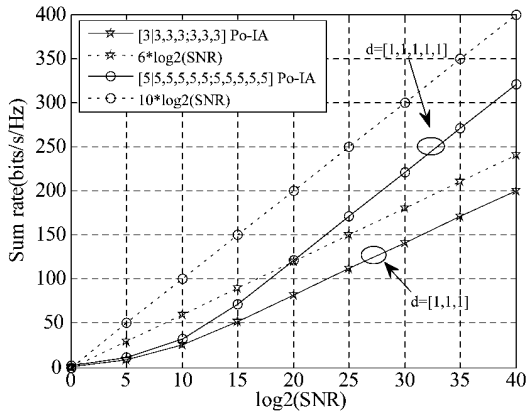


图 6 3 用户对和 5 用户对双向中继干扰网络的自由度及容量  
Fig. 6 DOF and sum rate for 3 and 5 pairs two-way relaying interference networks

图 6 描绘了数据流个数  $d_i = 1 (\forall i \in \{1, 2, \dots, K\})$  时 3 用户对和 5 用户对双向中继干扰网络的自由度曲线;从图 6 可以看出,当用户发送功率逐渐变大时,3 用户对和 5 用户对单数据流双向中继干扰网络的系统容量曲线逐渐与直线  $6 * \log(SNR)$ 、 $10 * \log(SNR)$  相平行。这表明系统的天线数同时满足上述(9)式和(24)式干扰对齐可行性条件时,网络自由度分别可以达到 6 和 10。

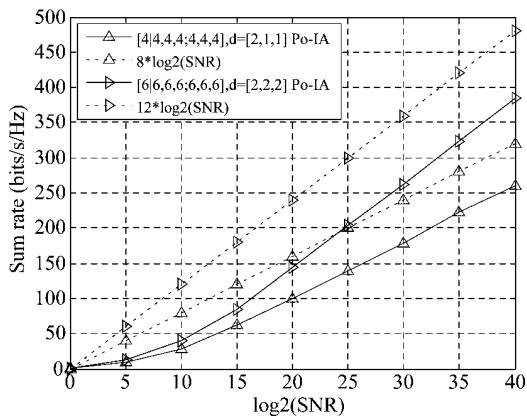


图 7 3 用户对双向中继干扰网络的自由度及容量  
Fig. 7 DOF and sum rate for 3 pairs two-way relaying interference networks

图 7 描绘了用户数据流个数  $d_i (\forall i \in \{1, 2, 3\})$  变化时的 3 用户对双向中继干扰网络的自由度;类

似的,当用户发送功率逐渐变大时,两条容量曲线分别与直线  $8 * \log(SNR)$ 、 $12 * \log(SNR)$  相平行,表明网络自由度可以达到 8 及 12。

对应上述系统容量,图 6 和 7 分别给出了用户发送数据流个数相同和不同时,系统能达到的自由度曲线。根据图 6 和图 7 的仿真结果,本文算法下的  $K$  用户对双向中继干扰网络的自由度可以  $2 \sum_{i=1}^K d_i$ 。

### 5 结论

本文针对非对称的 MIMO 双向中继干扰网络提出了一种基于最大信干噪比算法的干扰对齐方案,该方案在大大降低系统信号处理复杂度的基础上,还提高了系统中低信噪比时的容量;进一步,分析证明了基于本文算法的  $K$  用户对双向中继干扰网络的自由度可以达到  $2 \sum_{i=1}^K d_i$ 。然而,本文方案中低信噪比容量的增加是以适当增加用户天线数为代价的,下一步将研究既增加系统中低信噪比容量又减少用户天线数的非对称 MIMO 双向中继网络的干扰对齐算法。

### 参考文献

- [1] Cadambe V. R and Jafar S. A. Interference alignment and degrees of freedom of the k-user interference channel [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(8): 3425-3441.
- [2] Gomadam K. S, Cadambe V. R and Jafar S. A. Approaching the capacity of wireless networks through distributed interference alignment [C]. in Proc. IEEE Global Telecommunications Conference( GLOBECOM) 2008: 1-6.
- [3] Yeh C, Gou T, Jafar S. A and Kayran A. Feasibility conditions for interference alignment [C]. in Proc. IEEE Global Telecommunications Conference ( GLOBECOM) , 2009: 1-6.
- [4] Jafar S. A. Interference alignment—a new look at signal dimensions in a communication network [J]. Foundations and Trends in Communications and Information Theory, 2010, 7(1): 1-134.
- [5] 卢华兵,谢显中,雷维嘉. 多天线两小区蜂窝系统的低开销线性干扰对齐算法 [J], 信号处理, 2012, 28(8): 1148-1155.

- Lu Hua-bing, Xie Xian-zhong, Lei Wei-jia. Low overhead linear interference alignment algorithm for two-cell MIMO cellular systems [J]. *Signal Processing*, 2012, 28(8): 1148-1155. (in Chinese)
- [6] Gomadam K, Cadambe V. R and Jafar S. A. A distributed numerical approach to interference alignment and applications to wireless interference networks [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(6): 3309-3322.
- [7] Ning H, Ling C and Leung K. K. Relay-aided interference alignment: feasibility conditions and algorithm [C]. in Proc. *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, 2010: 390-394.
- [8] Lee N and Lim J. B. A novel signaling for communication on MIMO Y channel: signal space alignment for network coding [C]. in Proc. *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, 2009: 2892-2896.
- [9] Lee K, Lee N and Lee I. Feasibility conditions of signal space alignment for network coding on k-user MIMO Y channels [C]. in Proc. *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2011: 1-5.
- [10] Liew S. C, Zhang S. L and Lu L. Physical-layer network coding: tutorial, survey, and beyond [EB/OL]. <http://arxiv.org/abs/1105.4261>, 2011.
- [11] Ding Z, Wang T, Peng M, Wang W and Leung K. K. On the design of network coding for multiple two-way relaying channels [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(6): 1820-1832.
- [12] Ganesan R, Weber T and Klein A. Interference alignment in multi-user two way relay networks [C]. in Proc. *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, 2011: 1-5.
- [13] Long W, Lv T. L, Gao H and Lu Y. M. Interference alignment for multi-user multi-way relaying x networks [C]. in Proc. *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, 2012: 1-5.
- [14] Sadek M, Tarighat A and Sayed A. H. A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(5): 1711-1721.

#### 作者简介



白立平 女, 1986 年生, 重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室硕士研究生, 主要研究方向为传输预处理技术。将于 2014 年 6 月获得硕士学位证。  
E-mail: bailiping.happy@163.com



谢显中 男, 1966 年生, 重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室教授, 硕士生导师, 主要从事移动通信技术、通信信号处理和通信应用软件方面的研究、开发与教学工作。  
E-mail: xiexianzhong.cn@gmail.com



熊泽波 男, 1988 年生, 重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室硕士研究生, 主要研究方向为传输预处理技术。将于 2014 年 6 月获得硕士学位证。  
E-mail: xiongzhebo@163.com



雷维嘉 男, 1969 年生, 重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室教授, 硕士生导师, 主要从事无线通信技术、嵌入式系统的研究及开发, 并担任研究生教学工作。E-mail: leiwj@cqupt.edu.cn