信号压缩重构的正交匹配追踪类算法综述

杨真真¹² 杨 震² 孙林慧¹

(1. 南京邮电大学通信与信息工程学院,江苏南京210003;2. "宽带无线通信与传感网技术"教育部重点实验室,江苏南京210003)

摘 要: 压缩感知(Compressed sensing,CS)技术是近几年出现的一种新兴的信号采样和压缩技术,基于该理论所获 得的原始信号采样值,不仅数量大大低于基于传统的 Nyquist 准则的采样值,而且 CS 技术还具有对未知信号边感 知边压缩的特性。重构算法的设计是 CS 技术的核心,成为学者研究的重点。本文在对国内外已经出现的重构算法 进行系统地研究后,在深入地研究了贪婪追踪算法和其重构模型的基础上,给出了正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit,OMP)类算法的基本原理、优缺点及针对各种算法的缺点的改进方案。此外,为了读者更好地 定位 OMP 类算法,本文还简要介绍了其他几种经典的重构算法。最后,把各种算法应用于图像重构,通过仿真 实验分析了各种算法的重构性能、鲁棒性和复杂度,并进一步验证了各种算法的优缺点。 关键词: 压缩感知;稀疏表示/近似;信号重构;正交匹配追踪;鲁棒性 中图分类号:TN912.3 文献标识码:A 文章编号:1003-0530(2013)04-0486-11

A Survey on Orthogonal Matching Pursuit Type Algorithms for Signal Compression and Reconstruction

YANG Zhen-zhen¹² YANG Zhen² SUN Lin-hui¹

(1. College of Communication & Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China;
 2. Key Lab of "Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology" (Nanjing University of Posts and Telecommunications), Ministry of Education, Nanjing 210003, China)

Abstract: Compressed sensing is an emerging compressive sampling technique for the signal sampling and reconstruction. The sampling number of original signal , based on this theory , is much less than that based on Nyquist theory. CS senses unknown signal and compresses it meanwhile , and it will have broad application prospects in many areas. The issue to tailor the reconstruction algorithms has obtained much attention and been intensively studied. The properties of the existing reconstruction algorithms are fistly analyzed , then this paper has reviewed the theory of greedy pursuit type algorithms , done a large number of experiments on them , given the advantages and disadvantages and the improvement programs for the shortcomings of each orthogonal matching pursuit type algorithms and some other classics reconstruction algorithms , finally , applied them to the image reconstruction. The reconstruction performance , robustness and complexity of various algorithms are given by experimental simulations , and the advantages and disadvantages of various algorithms are validated.

Key words: compressed sensing; sparse representation/approximation; signal reconstruction; orthogonal matching pursuit; robustness

1 引言

传统的数字信号处理是以 Nyquist 采样定理为

基础的 在该框架下,数字系统采样的速率必须达 到模拟信号带宽的两倍才能精确重构原始模拟信 号。在这种情况下,宽带模拟信号的模数转换需要

收稿日期: 2012 - 09 - 20; 修回日期: 2013 - 02 - 22 基金项目: 重大基础研究 973 计划(2011CB302903); 国家自然科学基金(60971129,61271335,61070234); 江苏省普通高校研究生科 研创新计划(CXZZ12_0469)资助课题 很高的采样频率,这样对系统信号的处理能力提出 了很高的软硬件要求。另一方面,在实际应用中, 为了节约存储空间,降低计算复杂度和传输成本, 需要对采集到的数据进行压缩,也即采集到的大量 的数据在编码的过程中会被抛弃,在这一过程中浪 费了大量的资源。因而,人们迫切需要去寻求新的 数据采集和处理的方法。在这种情况下,针对具有 稀疏特性信号的采样和处理技术的压缩感知(Compressed Sensing (CS)^[1-5]理论应运而生。

CS 理论是一种新兴的信号压缩采样技术 由 Donoho 等人于 2004 年提出。该理论中的核心问题是信 号的重构问题,常用的重构方法主要有贪婪追踪算 法、凸松弛算法和组合算法这三大类^[5]:(1)贪婪追 踪算法是通过贪婪迭代的方法来更新支撑集 逐步逼 近原始解,例如梯度追踪(Gradient Pursuits, GP)算 法^[6]、MP 算法^[7]、OMP 算法^[8]、分段正交匹配追踪 (Stagewise Orthogonal Matching Pursuit, StOMP)算 法^[9]、正则化正交匹配追踪(Regularized Orthogonal Matching Pursuit, ROMP) 算法^[10]、压缩采样匹配追踪 (Compressive Sampling Matching Pursuit, CoSaMP)算 法^[11]、子空间追踪(Subpuist Pursuit, SP) 算法^[12]、稀 疏度自适应匹配追踪(Sparsity Adaptive Matching Pursuit, SAMP) 算法^[13]等; (2) 凸松弛算法是通过在一 定条件下将非凸的 ℓ_0 范数优化问题转化为凸的 ℓ_1 范数优化问题求解,例如内点法^[14]、基追踪(Basis Pursuit, BP) 算法^[15]、梯度投影(Gradient Projection for Sparse Reconstruction, GPSR) 算法^[16]和迭代阈值 算法^[17,18];(3) 组合算法是通过分组测试来快速重建 原始信号,例如傅立叶采样算法^[19]和 HHS 追踪算 法^[20]。凸松弛算法虽然所需的观测数目少,但计算 复杂度很高 导致算法的收敛速度非常慢; 组合算法 虽然计算复杂度相对较小 但重构精度远不如凸松弛 算法; 贪婪追踪算法无论在运行时间上还是在采样效 率上都位于凸松弛法和组合算法之间。贪婪追踪算 法由于算法结构简单、计算量小等优点备受关注 而 OMP 类算法为其主流,更成为研究者研究的重点,国 内外许多研究者对此类算法进行了研究与改进^[21-28]。

在实际应用中 待处理的信号都会受到噪声的影响。含噪声信号的处理是非常必要与重要的,一些学者对含噪声信号的重构算法进行了研究^[29-32]。在 CS 重构理论中 通常使用误差的 ℓ_2 范数来衡量重构精 度。但是在稀疏性不完全满足的情况下,无法恢复出 真正信号的幅度,因而在含噪声的情况下,重构的误 差必然存在。所以设计鲁棒性的压缩感知重构算法, 对 CS 理论的实际应用,是十分重要和很有意义的。

国内已有学者对 CS 原理及其公开性问题等进 行了梳理与展望^[5,33-34] 但对于重构算法的综述很少, 文献 [35]仅对几种重构算法进行了梳理 但并未给出 各种算法的优缺点以及各种算法可能的改进方案,且 没有讨论各种算法在含有噪声情况下的抗噪性能。

通过对压缩感知理论及国内外现有的重构算 法进行系统的研究后,在深入研究了正交匹配追踪 (Orthogonal Matching Pursuit, OMP) 类算法的基础 上,本文对 OMP 类算法即 OMP 算法、StOMP 算法、 ROMP 算法、CoSaMP 算法、SP 算法、SAMP 算法进行 了梳理,给出了各种算法的原理、优缺点以及针对 各种算法的缺点的改进方案。此外,本文还简要介 绍了其他几种经典的重构算法。并把各种重构算 法用于图像重构,通过仿真实验给出和分析了各种 算法的重构性能、鲁棒性和复杂度,并进一步验证 了各种算法的优缺点。

本文在第2节介绍了CS的基本原理;第3节阐述了OMP 类算法原理、优缺点以及针对各种算法的缺点的改进方案,并简要介绍了其他几种经典的重构算法;第4节进行了仿真实验并给出了实验结果和分析;最后对全文进行了总结。

2 压缩感知基本理论

任意信号 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{N}$,其稀疏表示形式为

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{\Theta}_{i} \mathbf{\Theta}_{i} = \Psi \mathbf{\Theta}$$
(1)

其中, $\Psi = \{ \mathbf{P}_i \mid i = 1, 2, \dots, N \}$ 为正交基矩阵, $\mathbf{\theta}_i = \langle \mathbf{x}, \mathbf{P}_i \rangle$ 为投影系数, $\mathbf{\Theta} = \Psi^T \mathbf{x}$ 为投影系数向量。当 \mathbf{x} 本身是 *K* – 稀疏的时, 令 $\Psi = \mathbf{I}$ 即可。

若信号 x 在 Ψ 域上是 K – 稀疏的,可以用一个 与 Ψ 不相关的矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 对其稀疏系数 Θ 进行 线性测量,得到的观测向量 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^{M}$ 为

y = AO (2) 其中 A 称为观测矩阵 此即为 CS 在无噪声情况下的观 测向量。当观测或信号中含有噪声时其观测向量为

当观测向量 y 的维数 *M* 远远小于信号 x 的维 数 *N* 即该问题是欠定的时,式(2)、(3) 有无穷多个 解 很难直接从观测 y 中重构出稀疏系数 Θ 。然而 当式(2)、(3) 中的 $\Theta \in K - 稀疏的(K < M \ll N)$ 时, 可以通过求解问题(4) -(6) 得到稀疏系数 Θ ,再代 入式(1) 得到原始信号 x。

无噪声情况下,重构的最直接方法是通过求解 如下的最优化问题

$$\min_{\mathbf{\Theta}} \| \mathbf{\Theta} \|_0 \quad s. t. \quad \mathbf{A}\mathbf{\Theta} = \mathbf{y} \tag{4}$$

其中∥⊖∥。表示 Θ的零范数 即其中非零元素的个 数(非零元素的个数最小化意味着信号是最稀疏的)。

若信号含有噪声,当噪声的方差已知时,可以 把通过求解如下的优化问题(5)得到稀疏解

$$\min_{\mathbf{\Theta}} \| \mathbf{\Theta} \|_{0} \quad s. t. \quad \| \mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{\Theta} \|_{2}^{2} \leq \varepsilon$$
 (5)

其中 *ε* 即可取为噪声的方差的大小。当信号的稀疏 度 *K* 已知或可以正确估计出时,可以把通过求解如 下的优化问题(6)得到稀疏解

 $\min_{\mathbf{u}} \| \mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{\Theta} \|_{2}^{2} \quad s. t. \| \mathbf{\Theta} \|_{0} \leq K \tag{6}$

通过 Langrange 乘子法,可以将式(5)或(6)转化为如下的无约束优化问题进行求解

 $\min_{\boldsymbol{\Theta}} \frac{1}{2} \| \mathbf{A} \boldsymbol{\Theta} - \mathbf{y} \|_{2}^{2} + \lambda \| \boldsymbol{\Theta} \|_{0}$ (7)

其中 λ∈ [0,∞)为正则化参数。

3 正交匹配追踪(OMP)类算法

OMP 类算法是通过贪婪思想每次迭代选择一 个局部最优解来逐步逼近原始信号。该类算法均 用 MP 算法中的原子选择原则来选择原子更新支撑 集,并通过最小二乘法来获得最优解,各种算法的 不同之处在于原子的选择方式不同。

OMP 类算法主要有自下而上和自上而下两大 类。自下而上的方法如 OMP 算法、ROMP 算法、 StOMP 算法,它们在迭代寻求最终解之前先假定一 个可能初始解;自上而下的方法如 CoSaMP 算法、SP 算法,它们通过回溯的思想选择原子,确定原子的 真正支撑集,然后通过最小二乘法获得最终解。 SAMP 算法则结合了上述两种思想^[12]。

OMP 类算法通过余量 r 和观测矩阵 A 的每一 列的内积计算

$$\mathbf{g}_n = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{r}_{n-1} \tag{8}$$

初始余量
$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}_0$$
 进而计算相关系数

$$u = \{ u_j \mid u_j = | \mathbf{g}_n(j) | j = 1 \ 2 ; \cdots , N \}$$
(9)

选择原子指标集 J ,更新支撑集 $S_n = S_{n-1} \cup J$ 及 原子 **A**、,并用最小二乘法求得近似解

$$\boldsymbol{\theta}_{n} = \mathbf{A}_{s_{n}}^{+} \mathbf{y}$$
(10)
其中 $\mathbf{A}_{s_{n}}^{+} = (\mathbf{A}_{s_{n}}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_{s_{n}})^{-1} \mathbf{A}_{s_{n}}^{\mathrm{T}}$
以及更新余量
 $\mathbf{r}_{n} = \mathbf{y} - \mathbf{A}_{s_{n}} \boldsymbol{\theta}_{n}$ (11)

3.1 正交匹配追踪(OMP)算法

OMP 算法根据首先采用相关性原则选择和迭 代余量最匹配的原子,然后将已选择的原子进行 Gram-Schmidt 正交化处理,再将信号投影到这些正 交原子构成的空间上,得到信号在已选原子上的分 量和迭代余量,然后用相同的方法分解余量。OMP 算法框图^[13]如图1所示。



图 1 OMP、StOMP 算法框图

Fig. 1 The diagram of OMP , StOMP algorithm

OMP 算法由于进行了 Gram-Schmidt 正交化处 理,保证了每次迭代的最优性,不会重复选择原子, 减少了迭代的次数。但是 OMP 算法也存在两个问 题:(1)每次用最小二乘法迭代,无论是计算量还是 存储量复杂度都很高;(2)在每次迭代中仅选取一 个原子来更新支撑集;这样会付出巨大的重构时间 代价。随着迭代次数的增加,运行时间也会增加, 对于一些数据量很大的信号,OMP 算法甚至无法应 用。因此后续出现了一系列的对 OMP 算法进行改 进的算法,例如针对第一个问题,文献 [13]用方向 追踪迭代代替计算量大的最小二乘迭代 提出了 GP 算法;针对第二个问题,文献 [8-11]分别提出了 ROMP 算法、StOMP 算法、CoSaMP 算法、SP 算法等, 在每次迭代中不止选取一个原子来更新支撑集。 3.2 分段正交匹配追踪(StOMP)算法

StOMP 算法采用分阶段的思想首先根据相关原则来筛选原子 利用阈值的方法从原子集合中选择和 迭代余量匹配的原子 与 OMP 算法不同的是 定并不 是每次固定选择一个匹配原子 而是给定如下的标准

 $J_n = \{j \mid u_j > t_n \sigma_n\}$ (12) 一般取 $\sigma_n = \| \mathbf{r}_{n-1} \|_2 / \sqrt{M} \ 2 \le t_n \le 3$ 。利用此标准 可以一次找到多个原子,减少了匹配的次数,提高 了追踪的效率; 然后更新支撑集和原子,并用最小 二乘法求得近似解,同时完成对余量的更新^[8]。 StOMP 算法框图如图1所示。

StOMP 算法将 OMP 算法进行了一定程度的简 化 提高了计算速度,但是由于其在每次迭代的过 程中寻找的都不是信号的最佳表示,致使重构的精度 降低,导致在实际中其重构的信号的精度远不如 OMP 算法重构的信号的精度。此外,StOMP 算法对 稀疏度 K 的依赖性很大,只有正确估计了信号的稀疏 度,才能精确的重构原始信号。但对于大多的实际信 号(如语音、图像等)在其稀疏域仅是近似稀疏的 K 的正确估计的难度非常大,有时甚至无法正确估计出 给定信号的稀疏度。针对第一个缺点,文献[36]提出 了分段弱正交匹配追踪(Stagewise Weak Orthogonal Matching Pursuit, SWOMP) 算法,其原子选择标准为

 $J_n = \{j \mid u_j \ge \alpha u_i\}$ (13) 其中 $\alpha \in (0, 1]$ 。式(12)原子选择标准的阈值 $t_n \sigma_n$ 是关于余量的函数,而式(13)原子选择标准的阈值 αu_i 是关于原子和余量相关性的函数,所以式(13) 是一个更合适的原子选择标准。针对第二个问题, 本文作者认为 鉴于 StOMP 算法的运行时间很短,可 以采取改变信号的稀疏度,多次运行,使得重构精度 最高的稀疏度即作为信号的稀疏度的思想。理想环 境下,用此方法对本文的实验对象做仿真实验,压缩 比 r = 0.5时,重构图像的 PSNR 为 32.135,比本文仿 真实验结果高出将近 6db;而且呈现随着压缩比 r 的 增大 StOMP 算法重构图像的 PSNR 增大的规律。

3.3 正则化正交匹配追踪(ROMP)算法

当信号的稀疏度 *K* 已知时 ,ROMP 算法首先根 据相关性原则将相关系数 *u* 中最大的 *K* 个对应的 索引值存入 *J*; 其次根据正则化原则将 *J* 中索引值 对应的原子的相关系数进行分组。再次将能量最大 的一组相关系数对应的原子的索引值存入 *J*₀ 中 ,保 证了被选入支撑集的原子的能量远大于未被选入支 撑集的原子的能量。最后更新支撑集及原子 ,并用最 小二乘法求得近似解 ,同时完成对余量的更新^[9]。 ROMP 算法框图^[13] 如图 2 所示。



图 2 ROMP 算法框图 Fig. 2 The diagram of ROMP algorithm

ROMP 算法与 OMP 算法的主要区别在原子的 选择上。OMP 算法仅寻找 u 中最大值对应的索引 值,而 ROMP 算法寻找 u 中 K 个最大值对应的索引 值; 另外,ROMP 算法对原子通过正则化过程进行了 二次选择,使得最多经过 K 次迭代,候选集元素的 数目就小于 2K 并且包含了全部的支撑集,而 OMP 算法则没有对原子进行二次选择。ROMP 算法结合 了贪婪算法的速度和凸优化方法的强有力的理论 保证,给出了不同终止准则下的重构误差的上限。 当 CS 矩阵 A 满足具有参数 $\delta_{2k} \leq 0.03 / \sqrt{\log(K)}$ 的 有限等距条件,ROMP 算法能从观测 y 中精确地恢 复出一个 K-稀疏信号。特别地,ROMP 算法的运行 时间与 OMP 算法的运行时间在理论上是相当的,但 在实际中好于 OMP 算法。

ROMP 算法虽具有贪婪算法的速度以及凸优化 算法的强有力的理论保证,但其与 StOMP 算法一 样,对稀疏度 K 的依赖性太大,稀疏度估计的准确 与否 将会影响到算法的收敛性、收敛速度、鲁棒性 以及重构信号的性能。针对此缺点,文献 [21]提出 了正则化自适应匹配追踪(Regularized adaptive matching pursuit, RAMP)算法,该算法将 ROMP 算 法进行改进,引入回溯的思想,自适应调节候选集 原子的数目。

3.4 压缩采样匹配追踪(CoSaMP)算法

CoSaMP 算法为了提高算法的收敛速度和算法 效率 通过回溯的思想从原子库里选择多个相关原 子同时剔除部分不相关原子。设算法的迭代步长 为 *K* ,候选集中最多有 3*K* 个原子 ,每次最多剔除 *K* 个原子 ,以保证支撑集中有 2*K* 个原子^[10]。CoSaMP 算法框图^[13] 如图 3 所示。



图 3 CoSaMP 算法、SP 算法框图

Fig. 3 The diagram of CoSaMP , SP algorithm

CoSaMP 算法虽结合了组合算法的思想保证了 算法的收敛速度,而且提供了严格的误差界,但其 与 ROMP 算法一样需要已知信号的稀疏度 *K*。然而 实际应用中的信号往往是近似稀疏的,其稀疏度 *K* 需要去估计。如果低估了 *K* 的值,算法精确重构的 能力会下降甚至可能会消除,导致算法不再收敛; 若高估了 K 的值,算法的鲁棒性和重构精度都将会 下降,使得重构的信号的误差增大,导致最终重构 得到的信号失真。此外,CoSaMP 算法每步迭代时 增加与剔除原子所依据的原则不一样,增加原子时 依据的是原子与余量的相关性原则,剔除原子时依 据的是重构信号的大小,标准的不同可能会导致对 支撑集的估计不准确。针对第一个问题,仍可以采 取改变信号的稀疏度,多次运行,使得重构精度最 高的稀疏度即作为信号的稀疏度的思想,也可以引 入回溯思想自适应选择原子。针对第二个问题,可 以改变剔除原子的标准,采用依据原子与余量的相 关性原则,剔除相关性小的原子,使得每步迭代时 增加与剔除原子所依据的标准一样。

3.5 子空间追踪(SP)算法

贪婪类算法虽然复杂度低运行速度快,但其重 构精度却不如 BP 类算法,为了寻求复杂度和精度 更好地折中,SP 算法应运而生。SP 算法与 CoSaMP 算法一样其基本思想也是借用回溯的思想,在每步 迭代过程中重新估计所有候选者的可信赖性。设 算法的迭代步长为 K,与 CoSaMP 算法不同的是,每 次迭代时保证支撑集中有 K 个原子,候选集中最多 不超过 2K 个原子。SP 算法框图如图 3 所示。

SP 算法计算复杂度低重构精度高,且有着严格的理论保证,当观测矩阵 A 满足有限等距常量时, SP 算法能从它的无噪声观测中精确重构出任意 K--稀疏信号^[11]。CoSaMP 算法与 SP 算法有着几乎相同的算法流程 唯一不同之处在于 SP 算法每步迭代时要保证支撑集中有 K 个原子,而 CoSaMP 算法每步 迭代时要保证支撑集中有 2K 个原子。SP 算法与 Co-SaMP 算法有着类似的性质与优缺点。针对 SP 算法 重构信号需要已知信号的稀疏度的问题,文献 [12]引入了回溯的思想自适应选择原子,提出了 SAMP 算 法。文献 [23]提出了稀疏度自适应子空间追踪 (Sparsity Adaptive Subspace Pursuit, SASP)算法,采 用一种基于匹配测试的方法估计信号的稀疏度。

3.6 稀疏度自适应匹配追踪(SAMP)算法

SAMP 算法采用了 StOMP 算法中的分阶段的思 想来逐段扩充真实支撑集,同时也采用了 SP/Co-SAMP 算法中的回溯的思想,将当前选出的原子和 先前迭代得到的支撑集合并,得到候选集,再从候 选集中筛选部分原子得到最终的支撑集。

OMP 算法和 SP 算法均可以看成是 SAMP 算法

的特例。当步长 s = 1 时,SAMP 算法可以看成是在 迭代过程中剔除不可信赖原子选择可信赖原子的 OMP 算法。此时 SAMP 算法比 OMP 算法更精确, 尽管它可能需要更多的迭代次数。当步长 s = K 时, 若观测矩阵 A 满足有限等距常量,则 SAMP 算法即 为 SP 算法。当 1 < s < K 时,SAMP 算法的每一个阶 段采用与 SP 算法类似的原理,确定支撑集上的部 分原子,然后通过迭代精确提炼此估计值。然而, SAMP 算法与 SP 算法的行为不同,在每一个阶段, SAMP 算法期望在支撑集上找到数目更少的原子并 期望有更高的准确度。

SAMP 算法相对于 OMP 类的其他算法最大的 不同点是其不需要已知信号的稀疏度 *K* ,就可以通 过自适应的思想调整步长来逐步逼近原始信号。 SAMP 算法通过将迭代过程分为多个阶段 ,在每个 阶段中重构信号所需的支撑集的大小不变 ,通过选 取观测矩阵和余量的内积中最大的一些值对应的 索引值形成候选集 ,再经过迭代从候选集中选取支 撑集中的原子^[12]。SAMP 算法框图^[13] 如图 4 所示。



图 4 SAMP 算法框图

Fig. 4 The diagram of SAMP algorithm

SAMP 算法提供了严格的误差界且不需已知信 号的稀疏度 K 就可以重构信号,但其在每次迭代时 采用增加固定数目的原子来估计信号的稀疏度 K, 当 K 较大时,SAMP 算法因迭代次数多而导致运算 量大。针对这个问题可以采用增加变数目的原子 来估计信号的稀疏度。此外,SAMP 算法的固定步 长会带来重构精度不够或过度估计的问题。针对此 问题 文献[37]提出了变步长自适应匹配追踪(Variable Step Size Adaptive Matching Pursuit, VSSAMP) 算 法 在信号稀疏度未知的情况下 通过变步长及双阈 值控制信号重构的精度,来实现对信号的精确重构。

3.7 其他几种经典的重构算法

为了使读者更好地认识和定位 OMP 类算法 ,本 节简要介绍其他几种经典的重构算法。

著名的 BP 算法解决的是 ℓ_1 优化问题,在满足 一定条件时与 ℓ_0 优化问题是等价的,其思想是用 ℓ_1 范数最小的系数作为最稀疏的系数来重构信号。 BP 算法虽然一般能找到全局最优解 ,重构的信号的 精度较高。但当信号含有噪声时 ,BP 算法的重构性 能大大降低 ,针对此缺点 ,文献 [15]提出了基追踪 去噪(Basis Pursuit De-noising , BPDN) 算法 ,其基本 思想是在残差的平方和小于一个常数的约束条件 下 ,使信号的稀疏度最小化。首先通过拉格朗日乘 子法转化为二次规划问题 ,然后将其转化为扰动线 性规划问题 ,可以通过求解线性规划的方法进行求 解。文献 [38]提出了自适应基追踪去噪方法 ,该方 法根据原含噪声信号的信噪比自适应选择重构最 佳参数 ,从而在重构信号的同时提高了原信号的信 噪比。

梯度投影(GPSR) 算法是将 CS 理论中求解含 噪声信号的稀疏解的 ℓ₁-正则化非线性凸优化问题, 转化为有边界约束的二次规划问题,它解决的是一 个受约束的二次规划问题。它的主要策略是从可 行点出发,沿着下降的可行方向进行搜索,求出使 目标函数值下降的新的可行点。当迭代出发点在 可行域内部时,沿负梯度方向进行搜索,当迭代出 发点在某些约束的边界上时,将该点处的负梯度投 影到矩阵的零空间,该空间是以起作用约束或部分 起作用约束的梯度为行所构造成的。GPSR 算法虽 对信号的重构精度较高,但收敛速度较慢。针对该 算法收敛速度慢的问题, 文献 [39] 提出了自适应共 轭梯度投影(Adaptive Conjugate Gradient Projection, ACGP) 算法对含噪声信号进行压缩与重构。该算 法将共轭性与 GPSR 算法相结合 ,避免了其搜索路 径成"锯齿"状,使得其收敛速度更快。

迭代阈值算法包括迭代软阈值(Iterative Soft Thresholding, IST)算法和迭代硬阈值(Iterative Hard Thresholding, IHT)算法两种。IST算法因实现简 单,成为重构算法的主流算法,但其收敛速度比较 慢。针对这个问题,后来陆续出现了一些对其进行 改进的算法,例如利用变量的前两步信息的两步迭 代收缩阈值(Two-step Iterative Shrinkage/Thresholding,TwIST)算法^[40],利用持续思想更新罚参数对 其进行加速的不动点持续(Fixed-point Continuation, FPC)算法^[41],以及利用快速思想实现加速的快速 迭代收缩阈值算法(Fast Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm,FISTA)^[42]。IHT算法因实现简单, 近年来备受研究者关注。文献[17]为迭代硬阈值 (IHT) 算法用于压缩感知重构问题提供了一系列的 理论保证,证明 IHT 算法可以利用较少的观测逼近 最优的信号重构。IHT 算法以其较好理论保证和实 现简单等优点被广泛用来重构信号。但其迭代步 长取固定值,导致其收敛速度过慢或出现过收敛的 情况,针对这个问题,文献[43]提出了采用自适应 步长的思想。此外,其收敛速度较慢,针对这个问 题,文献[44]提出了利用变量的前两步信息迭代变 量的加速思想。文献[45]提出了信号重构的 DCT 域加速 Landweber 迭代硬阈值(Accelerated Landweber IHT, ALIHT)算法。该算法对原始信号做 DCT 变换,然后在 DCT 域将每一步 Landweber 迭代 分解为矩阵计算和求解两步,通过修改其中的矩阵 计算部分实现对 Landweber 迭代加速,从而加快了 IHT 算法的收敛速度。

4 实验结果及分析

为了验证上述的分析,并且使得读者更直观的 对压缩感知的 OMP 类算法的重构效果有清晰的认 识,本文进行了一些仿真实验。

定义图像的压缩比 r,重构图像的峰值信噪比 PSNR 的表达式分别如下所示:

$$r = \frac{M}{N} \tag{14}$$

$$PSNR = 10\log_{10} \frac{255^2}{MSE}$$
(15)

其中 MSE = $\frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} (x_i - \hat{x}_i)^{\mathrm{T}} (x_i - \hat{x}_i) x_i$ 为每段信 号 \hat{x}_i 为重构的每段信号 L 为原始信号的总段数。

稀疏度 $K = \prod M/2\log(N) M/2\log(N)$ 。正交基矩 阵 Ψ 为小波基 db3 观测矩阵 A 为服从高斯分布的 随机矩阵。因 CoSaMP 算法与 SP 算法有着相似的 性能,下文仿真实验仅以 SP 算法为例。

采用客观评价标准 PSNR(单位为 dB) 来评价各 种算法重构图像的质量,采用运行时间 t(单位为 S) 来评价各种算法重构算法的复杂度。重复进行 10 次 实验 各种算法的峰值信噪比 PSNR 和运行时间 t 均 为 10 次实验的平均结果。

4.1 理想环境

压缩比 r = 0.5 ,理想环境下 ,Lena 图像(大小为 256 × 256) 的原图像及各种重构算法重构的图像分 别如图 5 所示:

原图像



(a) Original image StOMP重构图像



(c) Reconstructed image of StOMP (d) Reconstructed image of ROMP



(e) Reconstructed image of SP



(g) Reconstructed image of BP

IHT重构图像



(h) Reconstructed image of IHT

图 5 理想环境原图像及重构图像

Fig. 5 Original image and reconstructed image in ideal environment

由图 5 可以看出,当压缩比r=0.5 时,除 StOMP 算法外,其他各种重构算法重构的图像均较 好的接近于原始图像。

各种重构算法在不同压缩比条件下重构图像 的 PSNR 如表1 所示:

OMP重构图像



ROMP重构图像



SAMP重构图像



(f) Reconstructed image of SAMP



表1 理想环境各种重构算法的 PSNR

Tab. 1 The PSNR of the image in ideal environment

算法	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
OMP	28.939	29.085	30.143	31.108	32.357
StOMP	28.843	27.787	27.052	26.370	26.383
ROMP	29.976	30.914	31.952	33.184	34.372
SP	30.913	31.412	32.514	33.603	34.896
SAMP	30.816	30.886	31.257	32.635	32.887
BP	30.985	31.934	33.106	34.353	35.342
IHT	30.129	30.851	31.818	32.845	33.872

由表1可以看出 随着压缩比r 的增大,各种重 构算法(除 StOMP 算法) 重构图像的 PSNR 增大 故 通过增加观测数目可以提高重构图像的 PSNR。此 外相同压缩比条件下,OMP 类算法中的 SP 算法重 构图像的 PSNR 最大, StOMP 算法重构的图像的 PSNR 最小,且均小于 BP 算法重构图像的 PSNR。 而 PSNR 在一定程度上反应算法的重建质量,同等 条件下 PSNR 越大 算法重建质量越高。所以在相同 压缩比条件下 SP 算法重构图像的质量高于除 BP 算 法以外的其他算法(即 SAMP 算法、ROMP 算法、 StOMP 算法、OMP 算法、IHT 算法) 重构图像的质量。 StOMP 算法重构信号性能差的原因是由于其在每次 迭代的过程中寻找的都不是信号的最佳表示 降低了 重构的精度 且稀疏度选取的也不是很合适。

各种重构算法在不同压缩比条件下的重构图 像的运行时间如表2所示:

表 2 理想环境各种重构算法的运行时间

Tab. 2 The run times of the image in ideal environment

算法	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
OMP	4.187	4.991	7.954	13.502	21.986
StOMP	0.217	0.281	0.487	0.658	0.847
ROMP	2.486	2.75	3.093	3.221	3.739
SP	1.686	2.422	3.472	5.783	6.256
SAMP	1.483	4.264	10.436	32.635	55.338
BP	40.107	51.054	50.989	54.698	60.671
IHT	7.373	8.856	10.459	11.202	12.154

由表 2 可以看出 随着压缩比 r 的增大 OMP 类 算法中各种重构算法重构图像的运行时间增大,且 SAMP 算法的运行时间增加的最快, StOMP 算法、 ROMP 算法、SP 算法的运行时间增加的较慢。此外, 相同压缩比条件下,OMP 类算法中 StOMP 算法因将 OMP 算法进行了一定程度的简化 提高了计算速度, 所以其运行时间远快于 OMP 类算法的其他的算法。 OMP 类算法中 StOMP 算法的运行时间最短 ,SAMP 算法的运行时间最长 ,且均小于 BP 算法的运行时间。

为了更好地验证 OMP 类算法在理想环境下的 性能 将其分别用来重构 Lena 图像(大小为 256 × 256)、Fruits 图像(大小为 256 × 256)、Cameraman 图 像(大小为 256 × 256)、Peppers 图像(大小为 256 × 256) 压缩比 *r* = 0.5,理想环境下,不同图像在各种 重构算法下的 PSNR 如表 3 所示:

表 3 理想环境不同图像在各种重构算法下的 PSNR Tab. 3 The PSNR of the different images in ideal environment

算法	Lena	Fruits	Cameraman	Peppers
OMP	32.357	33.951	32.169	34.133
StOMP	26.383	27.076	23.869	27.256
ROMP	34.372	35.013	33.146	35.843
SP	34.896	35.574	33.355	35.968
SAMP	32.887	34.012	32.625	34.685
BP	35.342	35.877	35.091	36.753
IHT	33.872	35.042	32.016	35.077

由表 3 可以看出,在相同压缩比条件下,对于不同的图像,同种算法条件下,重构 Peppers 的 PSNR 大于重构 Fruits 的 PSNR,大于重构 Lena 的 PSNR,大于 重构 Cameraman 的 PSNR 即在同种算法条件下重构不同图像的 PSNR 不同。对于同一个图像 SP 算法重构 图像的质量高于除 BP 算法以外的其他算法(即 SAMP 算法、ROMP 算法、StOMP 算法、OMP 算法、IHT 算法) 重构图像的质量 StOMP 算法重构图像的性能最差。

不同图像在各种重构算法下的运行时间如表 4 所示:

			0	
算法	Lena	Fruits	Cameraman	Peppers
OMP	21.986	20.848	21.204	20.985
StOMP	0.847	0.831	0.843	0.831
ROMP	3.739	3.256	3.471	3.389
SP	6.256	5.513	6.041	5.721
SAMP	55.338	53.996	54.399	54.283
BP	60.671	58.657	59.273	58.890
IHT	12.154	12.714	12.597	12.816

表 4 理想环境不同图像在各种重构算法下的运行时间 Tab. 4 The run times of the different images in ideal environment

由表4可以看出 在相同压缩比条件下,对于不同的图像,同种算法条件下,重构所需的运行时间 不相同。对于同一个图像,OMP 类算法中 StOMP 算 法的运行时间最短 *SAMP* 算法的运行时间最长 ,且 均小于 BP 算法的运行时间。

当压缩比 r = 0.1 0.2 0.3 0.4 时,也得到类似于表 3、表 4 的结论。

4.2 含噪环境

压缩比 r = 0.5 ,使用 imnoise 函数对原图像加入 均值为 0 ,方差为 0.001 的高斯噪声,实验对象的含 噪图像及 OMP 类算法重构的图像分别如图 6 所示。





Fig. 6 Original image and reconstructed image in noisy environment

由图 6 可以看出,当压缩比 r = 0.5 时,对原图像 加入均值为 0,方差 $\sigma^2 = 0.001$ 的高斯噪声 除 StOMP 算法外,其他各种重构算法重构的图像效果均较好。

压缩比 r = 0.5 时,对原图像加入均值为 0,方差 σ^2 不同的高斯噪声,各种重构算法重构图像的峰值 信噪比 PSNR 如表 5 所示:

	表 5	不同	噪声科	呈度各	种重构	勾算法	去的 PSN	R比较	2	
Tab. 5	The	PSNR	of the	noisy	image	with	different	levels	of	noise

算法	0.001	0.01	0.1
OMP	28.025	20.642	12.489
StOMP	23.749	17.165	9.211
ROMP	30.628	22.117	13.928
SP	31.507	23.012	14.671
SAMP	28.648	20.789	12.983
GPSR	32.038	25.646	17.537
IHT	29.736	22.641	14.354

由表 5 可以看出,含噪声情况下 r = 0.5 时,噪声 程度越大,重构图像的 PSNR 越小;同等噪声程度下, GPSR 算法的重构图像的 PSNR 最大,但其算法复杂度 较高。OMP 类算法中的 SP 算法重构的图像的 PSNR 最大 即 SP 算法的抗噪性能最好。StOMP 算法重构的 图像的 PSNR 最小,即其抗噪性能最差。当压缩比 r = 0.1 0.2 0.3 0.4 时,也得到类似于表 5 的结论。

为了更好地验证 OMP 类算法在含噪环境下的性能 对 Lena 图像(大小为 256 × 256)、Fruits 图像(大小为 256 × 256)、Cameraman 图像(大小为 256 × 256)、Peppers 图像(大小为 256 × 256)、Peppers 图像(大小为 256 × 256)分别加入均值为 0, 方差 $\sigma^2 = 0.001$ 的高斯噪声,压缩比 r = 0.5时,不同图像在各种重构算法下的 PSNR 如表 6 所示:

算法	Lena	Fruits	Cameraman	Peppers
OMP	28.025	28.664	27.358	29.136
StOMP	23.749	24.065	23.224	24.968
ROMP	30.628	31.127	29.997	31.853
SP	31.507	32.086	30.845	32.269
SAMP	28.648	29.013	28.035	29.862
GPSR	32.038	32.32	30.954	32.946
IHT	29.736	30.016	29.074	30.019

表 6 含噪环境不同图像在各种重构算法下的 PSNR Tab. 6 The PSNR of the different images in noisy environment

由表 5 可以看出 r = 0.5 时,同等噪声程度,不同图像,各种重构算法重构的 PSNR 不同;对于同一

个图像 ,GPSR 算法的重构图像的 PSNR 最大 ,但其 算法复杂度较高。OMP 类算法中的 SP 算法重构的 图像的 PSNR 最大 ,即 SP 算法的抗噪性能最好。 StOMP 算法重构的图像的 PSNR 最小 ,即其抗噪性 能最差。当压缩比 $r = 0.1 \ p.2 \ p.3 \ p.4 \ \sigma^2 = 0.01$, 0.1 时 ,也得到类似于表 6 的结论。

在信号稀疏度已知的条件下,综合考虑算法的 重构性能、复杂度、抗噪性,OMP 类算法中 SP 算法 的性能最好。SAMP 算法的优点在于不需已知信号 的稀疏度,即可以重构信号。

5 结束语

本文对 OMP 类算法即 OMP 算法、StOMP 算法、 ROMP 算法、CoSaMP 算法、SP 算法、SAMP 算法进行 了梳理 给出了各种算法的原理、优缺点以及针对 各种算法的缺点的改进方案。此外,为了读者更好 地定位 OMP 类算法,本文还简要介绍了其他几种经 典的重构算法。通过仿真实验给出并分析了各种 算法的重构性能、鲁棒性和复杂度,进一步验证了 各种算法的优缺点。在实际的应用中,噪声难以避 免,研究重构算法的鲁棒性很必要也很有意义。下 一步我们将根据噪声特性设计更具鲁棒性的重构 算法,以提出一种更有效、复杂度更低、更有鲁棒性 的压缩感知重构算法,以此来改善重构信号的质 量,增强系统的实用性。

参考文献

- Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] Baraniuk R G. Compressive sensing [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4): 118–121.
- [3] Candes E J , Wakin M B. An introduction to compressive sampling [J]. IEEE Signal Processing Magazine , 2008 , 25(2): 21-30.
- [4] Donoho D L , Tsaig Y. Extensions of compressed sensing[J]. Signal Processing , 2006 , 86(3) : 533-548.
- [5] 石光明, 刘丹化, 高大化等. 压缩感知理论及其研究发展[J]. 电子学报 2009 37(5): 1070-1081.
 SHIGM, LIUDH, GAODH, etc. Advance in theory and application of compressed sensing [J]. Acta Electronicas Sinica, 2009, 37(5): 1070-1081. (in Chinese)
- [6] Blumeusath T , Davies M E. Gradient pursuits [J]. IEEE Transactions on Signal Processing , 2008 56(6):2370-2382.
- [7] Mallat S , Zhang Z. Matching pursuit with time-frequency

dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing ,1993 A1(12): 3397-3415.

- [8] Tropp J, Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53 (12): 4655-4666.
- [9] Donoho D L , Tsaig Y , Drori I , etc. Sparse solution of underdetermined linear equations by stagewise rthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory , 2012 , 58(2): 1094–1121.
- [10] Needell D , Vershynin R. Signal recovery from incomplete and inaccurate measurements via regularized orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing , 2010 , 4(2): 310–316.
- [11] Needell D , Tropp J A. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. Applied and Computation Harmonic Analysis 2009 26: 301–321.
- [12] Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [13] Do T T , Gan L , Nguyen N , etc. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing [C]. Asilomar Conference on Signals , Systems , and Computers , Pacific Grove , California , 2008 , 10: 581–587.
- [14] Kim S , Koh K , Lustig M. An interior-point method for large-scale 1-regularized least squares [J]. IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing , 2007 , 1 (4): 606–617.
- [15] Chen S S , Donoho D L , Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Review , 2001 , 43 (1): 129-159.
- [16] Figueiredo A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems [J]. IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1 (4): 586-597.
- [17] Daubechies I, Mefrise M, Mol C. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparse constraint [J]. Communication on Pure and Applied Mathematics , 2004 , 57(11): 1413-1457.
- [18] Blumensath T, Davies M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 27(3): 265-274.
- [19] Gilbert A C , Guha S , Indyk P , etc. Near optimal sparse Fourier representations via sampling [A]. Proc. of the 2002 ACM Sympo sium on Theory of Computing STOC [C]. Montreal , Quebec , Canada , 2002. 152-161.

- [20] Gilbert A , Strauss M , Tropp J , Vershynin R. One sketch for all: Fast algorithms for compressed sensing [A]. Proc. 39th ACM Symp. Theory of Computing [C]. San Diego , USA , 2007: 237-246.
- [21] 刘亚新 赵瑞珍 胡绍海等.用于压缩感知信号重建的 正则化自适应匹配追踪算法[J]. 电子与信息学报, 2010,32(11):2713-2717.
 LIUYX,ZHAORZ,HUSH,etc. Regularized adaptive matching pursuit algorithm for signal reconstruction based on compressive sensing[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(11):2713-2717. (in Chinese)
- [22] Sermwuthisarn P , Auethavekiat S , Patanavijit V. High frequency preserving fast compressive sensing based on wavelet block orthogonal matching pursuit [J]. ISCIT 2010-2010 10th International Symposium on Communications and Information Technologies 2010: 1164-1169.
- [23] 杨成 冯巍 冯辉等. 一种压缩采样中的稀疏度自适应子空间追踪算法[J]. 电子学报 2010 38(4):1914-1917.
 YANG C, FENG W, FENG H, etc. A sparsity adaptive subspace pursuit algorithm for compressive sample [J]. Acta Electronicas Sinica, 2010, 38(4):1914-1917. (in Chinese)
- [24] Karahanoglu N B , Erdogan H. A^{*} orthogonal matching pursuit: Best-first search for compressed sensing signal recovery [J]. Digital Signal Processing: A Review Journal , 2012 , 22(4): 555-568.
- [25] ZHAO S , ZHANG Q Y , YANG H. Orthogonal matching pursuit based on tree-structure redundant dictionary [J]. Communications in Computer and Information Science , 2011 2: 310-315.
- [26] Lozano A C , Swirszcz G , Abe N. Group orthogonal matching pursuit for variable selection and prediction [C]. Advances in Neural Information Processing Systems 22– Proceedings of the 2009 Conference , 2009: 1150–1158.
- [27] Baraniuk R G , Cevher V , Duarte M F , etc. Model-based compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory 2010 56(4): 1982-2001.
- [28] Simon Foucart. Hard thresholding pursuit: An algorithm for compressive sensing [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 2011 49(6): 2543-2563.
- [29] Chen S S , Donoho D L , Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Review , 2001 , 43 (1) : 129–159.
- [30] Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems [J]. Journal

of Selected Topics in Signal Processing: Special Issue on Convex Optimization Methods for Signal Processing, 2007, 1(4): 586-598.

- [31] Gemmeke J F , Cranen B. Noise reduction through compressed sensing [C]. Interspeech 2008 , Brisbane , Australia , September 2008: 1–4.
- [32] Gemmeke J F , Cranen B. Using sparse representations for missing data imputation in noise robust speech recognition [A]. European Signal Processing Conf. [C], Lausanne, Switzerland, August 2008: 1–5.
- [33] 李树涛 魏丹. 压缩传感综述 [J]. 自动化学报 2009, 35(11): 1-7.
 LIST, WEID. A survey on compressive sensing [J]. Acta

Automatica Sinica , 2009 , 35(11) : 1–7. (in Chinese)

- [34] 焦李成,杨淑媛,刘芳,侯彪. 压缩感知回顾与展望
 [J]. 电子学报 2011 39(7):1651-1662.
 JIAOLC, YANGSY, LIUF, HOUB. Development and prospect of compressive sensing [J]. Acta Electronicas Sinica, 2011, 39(7):1651-1662. (in Chinese)
- [35] 杨海蓉 涨成,丁大为,韦穗.压缩传感理论与重构算法[J].电子学报201139(1):142-148.
 YANG H R, ZHANG C, DING D W, WEI S. The theory of compressed sensing and reconstruction algorithm [J]. Acta Electronicas Sinica, 2011, 39(1):142-148. (in Chinese)
- [36] Blumensath T , Davies M E. Stagewise weak gradient pursuits [J]. IEEE Transactions on Signal Processing ,2009 , 57(11): 4333-4346.
- [37] 高睿 赵瑞珍 胡绍海.基于压缩感知的变步长自适应 匹配追踪重建算法 [J].光学学报 ,2010 , 30(6): 1639-1644.

GAO R , ZHAO R Z , HU S H. Variable step size adaptive matching pursuit algorithm for image reconstruction based on compressive sensing [J]. Acta Optica Sinica , 2010 , 30(6) : 1639-1644. (in Chinese)

[38] 孙林慧 杨震. 基于自适应基追踪去噪的含噪语音压缩感知[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2011, 31(6):1-6.
 SUN L H, YANG Z. Compressed Sensing of Noisy Speech

Signal Based on Adaptive Basis Pursuit De-noising [J]. Journal of Nanjing University Posts and Telecommunications (Natural Science) ,2011 31(6):1-6. (in Chinese)

[39] 杨真真 杨震. 含噪语音压缩与重构的自适应共轭梯度 投影算法[J]. 仪器仪表学报 2012 33(10):2200-2207. YANG Z Z, YANG Z. Adaptive conjudate gradient projection algorithm for noisy speech compression and reconstruction [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(10): 2200-2207. (in Chinese)

- [40] Bioucas-Dias J , Figueiredo M. A new TwIST: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing , 2007 , 16(12): 2992-3004.
- [41] Hale E T , Yin W , Zhang Y. Fixed-point continuation for ℓ₁-minimization: methodology and convergence [J]. SI-AM Journal on Optimization , 2008 , 19: 1107-1130.
- [42] Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage/thresholding algorithm for linear inverse problems [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1):183-202.
- [43] Blumensath T , Davies M E. Normalized iterative hard thresholding: guaranteed stability and performance [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing , 2010 , 4(2): 298-309.
- [44] Blumensath T. Accelerated iterative hard thresholding [J]. Signal Processing 2012 92(3):752-756.
- [45] 杨真真,杨震,李雷.语音重构的 DCT 域加速 Land-weber 迭代硬阈值算法 [J]. 信号处理,2012,28(2): 172-178.

YANG Z Z , YANG Z , LI L. Accelerated Landweber iterative hard thresholding algorithm in the DCT domain for speech reconstruction [J]. Signal Processing , 2012 , 28 (2): 172–178. (in Chinese)

作者简介



杨真真 女,1984 年生,山东临沂 人,南京邮电大学通信与信息工程学 院博士研究生。研究方向为信号处 理、压缩感知。E-mail: 2011010101@ njupt.edu.cn



杨 震 男,1961 年生,江苏苏州 人,南京邮电大学教授、博士生导师。 研究方向为语音处理与现代语音通信 及网络通信技术。E-mail: yangz@njupt.edu.cn



孙林慧 女,1979 年生,山西临汾 人 南京邮电大学通信与信息工程学院 信号与信息处理专业讲师,博士。研究 方向为信号处理。E-mail: sunlh@njupt.edu.cn