

PN 序列分布的空子载波 OFDM 频偏估计算法研究

李 琦¹ 李宏伟¹ 蔡 斌¹ 张建忠² 耿 耿³ 吕 燕⁴

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 陕西西安 710077; 2. 中国人民解放军 94159 部队 52 分队, 甘肃兰州 730070;
3. 空军装备研究院通信所, 北京 100085; 4. 中国人民解放军 94032 部队, 河南夏邑 476400)

摘 要: 频偏同步是正交频分复用系统中的一项关键技术。论文提出了一种通过计算 PN 序列分布的空子载波功率值进行频偏估计的方法, 克服了在传统空子载波法中, 受信道频域响应的零点影响所导致的频偏估计错误。该方法利用了 PN 序列良好的相关性, 整数倍频偏部分采取子载波位置序列互相关计算, 小数倍频偏采用最陡下降法迭代计算。所计算的代价函数不会产生多个最小值, 同时不会在全频域内搜索, 大幅降低了运算量。仿真实验表明: 与基于循环前缀的最大似然估计相比, 提高了同步精度和频偏估计范围, 验证了所提方法的有效性。

关键词: 正交频分复用; 空子载波; 频偏同步; 伪随机序列; 最陡下降法

中图分类号: TN 911.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2013)01-0060-08

Approach to frequency offset estimation of OFDM based on PN sequences distributed null subcarriers

LI Qi¹ LI Hong-wei¹ CAI Bin¹ ZHANG Jian-zhong² GENG Geng³ LV Yan⁴

(1. School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an, Shanxi 710077, China;
2. 52 Unit of 94159 Army of PLA, Lanzhou, Gansu 730070, China; 3. Communication Institute of Air Force Equipment Research Academy, Beijing 100085, China; 4. 94032 Army of PLA, Xiayi, Henan 476400, China)

Abstract: Frequency offset synchronization is one of key apartment of orthogonal frequency division multiplexing technology. This paper analyzed the relationship between single channel frequency response zeros and null-subcarriers. A novel frequency offset estimation algorithm was proposed. It is based on null subcarriers distributed as Pseudo Noise (PN) sequences and overcomes the error induced by channel frequency response zeros in traditional null-subcarriers methods. This method makes great use of good correlation properties of PN sequences. Integer offset estimation is achieved by subcarriers position sequence cross-correlation calculation; meanwhile fraction offset estimation computation implemented by iterative steepest descent algorithm. Cost function calculated by this method will not produce more than the minimum, not the whole frequency domain search, dramatically reducing the amount of computation. According to the simulation results, this method improved estimation accuracy and estimation scope compared with maximum likelihood estimation algorithms based on cycle prefix, to verify its validity.

Key words: Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM); null-subcarriers; frequency offset synchronization; Pseudo Noise sequences; steepest descent algorithm

1 引言

正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)技术作为一种多载波调制方式, 凭借其抗频率选择性衰落能力强、频谱利用率高等优点, 已经发展为通信领域的关键技术^[1]。然而, 在高速移动

环境下, 多径信道和多普勒效应等原因会造成载波频率偏移。载波频偏会破坏 OFDM 系统子载波间的正交性, 导致子载波间干扰(Inter-Carrier Interference, ICI)。因此, OFDM 系统对载波频偏的敏感性使得频偏同步在 OFDM 同步技术中具有重要位置^{[1][2]}。

目前的频偏同步或称频偏估计算法可分为非盲估

计方法和盲估计方法两类。非盲估计算法主要有 J. J. van Beek 提出的基于循环前缀(Cycle Prefix, CP)的最大似然估计(Maximum Likelihood Estimation, MLE)^[3]和 T. M. Schmidl 和 D. C. Cox 提出的基于训练序列的频偏估计法以及基于这两种方法的各种改进方法^[4]。其中,循环前缀最大似然估计法(CP-ML 法)频谱估计范围有限,且易受多径效应影响^[5];训练序列方法估计精度较高,但是利用了辅助数据,降低了频谱利用率。盲估计方法包括信号子空间分解法、基于信号循环平稳特性的估计算法和高阶累计量算法等。盲估计方法不需要发送训练序列,可以在对 OFDM 信号先验知识未知的情况下采用,但是其计算复杂度高,估计精度较低。而采用空子载波进行频偏估计的方法可以利用 OFDM 信号先验知识,同时不需发送训练序列,是一种有效可行的方法。

在 OFDM 系统中,数据子载波数目通常要小于子载波总数,余下的未被用来进行数据调制的子载波就成为空子载波,也被称为空载波、虚载波或虚子载波^[6]。一般地,空子载波作为保护间隔频段放置在频带两侧,以避免过采样和滤波器等因素造成的子载波频谱混叠现象。

那么频偏同步如何利用空子载波呢?当信号没有发生频率偏移时,空子载波上只有噪声功率,而当频域信号发生偏移,相邻的数据子载波的功率会泄露到空子载波频点上。根据这个原理,可以通过对信号进行频偏纠正,当纠正的相对频偏达到实际发生的频偏时,空子载波频点位置的功率达到最小,从而实现了频偏的估计。

使用空子载波进行同步的方法可看作半盲估计算法^[6]。因为接收端已知空子载波的位置,但不知道数据子载波上传送的数据信息。这种方法最早用在基于子空间的盲同步估计中,如文献[7]的方法,其本质属

于类多重信号分类算法(multiple signal classification, MUSIC),之后在类 ESPRIT 算法中也利用了空子载波^[8]。这些方法利用到的空子载波都是连续分布或等间隔分布的,在加性高斯白噪声信道下性能良好,而对频率选择性信道,当信道在某些频点具有零点或深衰落点时,就会导致频偏估计错误^[9]。

文献[6][10]指出了信道特性是影响估计性能的主要因素,通过比较特定情况下的频率同步方法,对空子载波的分布结构进行了分析,总结出了多个有效的定理,提出空子载波等间隔分布会使代价函数产生多值的结论。此外,文献[6]还对基于数据子载波能量最大化的最大似然比估计进行了研究,指出采用基于等间隔分布的空子载波同步算法原理同采用周期性重复训练序列的方法(如 Schmidl & Cox 算法^[4])具有一致性,这样就没有充分利用空子载波的特性。依据以上分析,为了克服信道频域响应的零点影响和空子载波等间隔分布的不足,论文按照 PN 序列的分布顺序排列空子载波进行频偏估计。

论文结构如下:第 1 节引言部分介绍了空子载波频偏同步法的发展和不足;第 2 节对运用空子载波估计频偏的方法进行了理论推导;第 3 节对空子载波位置分布和信道频域响应零点的关系进行了讨论;给出了基于 PN 序列分布的空子载波频偏同步方法;第 4 节针对该方法进行了仿真验证分析。下面首先对系统模型进行介绍。

2 系统模型

OFDM 系统基带模型如图 1 所示。设一个 OFDM 符号发送 N_p ($N_p < N$) 长度的经过星座映射后的串行复数 PN 训练序列 $C_i = [C_i(0), C_i(1), \dots, C_i(N_p-1)]^T$,

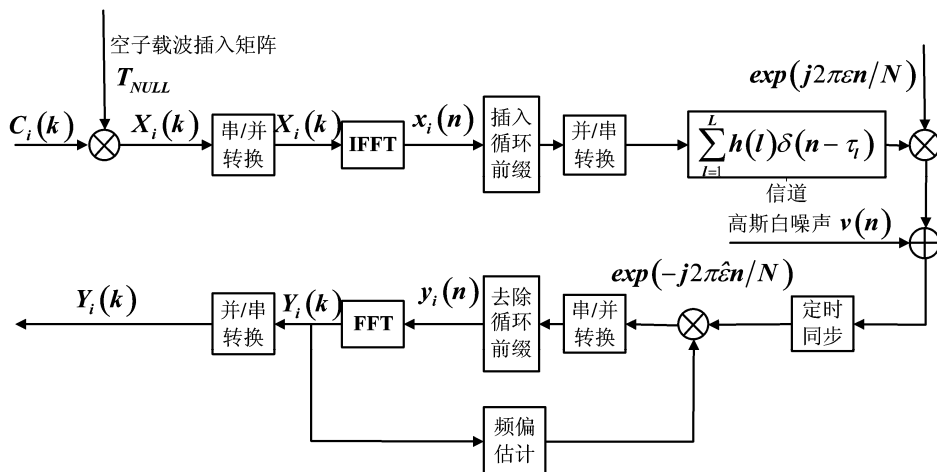


图 1 OFDM 系统基带传输模型

Fig. 1 Baseband Communication Model for OFDM system

首先进行串/并转换,接着完成空子载波插入,这一过程可以看作序列向量乘以一个 $N \times N_p$ 的空子载波插入矩阵 \mathbf{T}_{NULL} 的运算, $\mathbf{T}_{NULL} = \mathbf{T}_Z \cdot \mathbf{I}_{1 \times N}$, 其中 $\mathbf{T}_Z = [t_0, t_1, \dots, t_{N-1}]$, $t_i \in \{0, 1\}$, 是长度为 N 的由 0, 1 组成的子载波位置向量, 0 代表空子载波位置, 1 代表训练序列或数据序列位置; $\mathbf{I}_{1 \times N}$ 是长度为 N 的单位行向量。经过这一过程后, 得到按照 PN 序列分布的训练序列和空子载波叠加向量:

$$\mathbf{X}_i = [X_i(0), X_i(1), \dots, X_i(N-1)]^T = \mathbf{T}_{NULL} \mathbf{C}_i \quad (1)$$

\mathbf{X}_i 通过 N 点的快速逆傅里叶变换 (IFFT) 调制到 N 个正交的子载波上, 之后把 N 点的 OFDM 信号后面 N_g 个点作为循环前缀添加到基带信号前, 以抵抗多径效应造成的符号间干扰, 再经过数/模转换和上变频以后由发射机发送出去。接收端对接收的时域信号进行定时同步和载波频偏同步。然后再进行傅里叶变换, 最终得到频域的有用数据信号。经串并转换后, 第 i 个 OFDM 基带信号经 IFFT 后可以表示为下式:

$$x_i(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_i(k) \exp(j2\pi kn/N) \quad (2)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

其中 N 为 IFFT 点数, $X_i(k)$ 为频域第 k 个频点的基带信号, 即 \mathbf{X}_i 中的各元素。设 S_A 为空子载波集合, S_U 为数据子载波集合, 二者满足关系式: $S_A \cup S_U = \{0, 1, \dots, N-1\}$, $S_A \cap S_U = \emptyset$ 。当 $k \in S_A$ 时, $X_i(k) = 0$ 。

$x_i(n)$ 通过多径衰落信道, 频率偏移和高斯白噪声, 经理想定时同步, 去除循环前缀后的输出信号表示为:

$$y_i(n) = \exp(j2\pi\varepsilon(i-1)(N+N_g)/N) \sum_{l=0}^{L-1} h(l) x_i(n-\tau_l) \exp(j2\pi\varepsilon n/N) + \nu(n)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{N}} \exp(j2\pi\varepsilon(i-1)(N+N_g)/N) \sum_{k=0}^{N-1} X_i(k) \exp(j2\pi kn/N) \sum_{l=0}^{L-1} h(l) \exp(-j2\pi\tau_l k) + \nu(n)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{N}} \exp(j2\pi\varepsilon(i-1)(N+N_g)/N) \sum_{k=0}^{N-1} H_k X_i(k) \exp(j2\pi kn/N) + \nu(n) \quad (3)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

其中, $\nu(n)$ 是均值为 0, 方差为 σ_N^2 的复高斯白噪声信号, N_g 为循环前缀长度, 一般要求循环前缀长度要大

于最大多径时延; $\varepsilon = \Delta f \cdot N/f_s$, 是与子载波间隔归一化以后的频偏。 Δf 是实际频偏值, f_s 为采样频率。其信道冲激响应函数可以表示为 $\sum_{l=1}^L h(l) \delta(n-\tau_l)$, 第 k 个频点的频域响应 H_k 可以表示为: $H_k = \sum_{l=0}^{L-1} h(l) \exp(-j2\pi\tau_l k)$ $k = 0, 1, \dots, N-1$ 。用 L 表示最大多径数。

对接收信号进行快速傅里叶变换 (FFT) 后, 得到频域信号:

$$Y_i(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} y_i(n) \exp(-j2\pi kn/N) \quad (4)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1$$

对时域信号 $y_i(n)$ 进行频偏补偿 $\hat{\varepsilon}$, 再进行 FFT 得到的补偿频域信号为:

$$Y'_i(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} y_i(n) \exp(-j2\pi\hat{\varepsilon} n/N) \exp(-j2\pi kn/N) \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (5)$$

计算 $k \in S_A$ 的空子载波功率和, 从而得到代价函数:

$$J(\hat{\varepsilon}) = \sum_{k \in S_A} Y'_i(k) Y'_i(k)^* \quad (6)$$

定义 $\mathbf{y}_i = [y_i(0), y_i(1), \dots, y_i(N-1)]^T$,

$$\mathbf{f}_N(k) = [1, \exp(j2\pi k/N), \dots, \exp(j2\pi k(N-1)/N)]^T, \quad k=0, 1, \dots, N-1$$

$\mathbf{D}(\varepsilon) = \text{diag}(1, \exp(j2\pi\varepsilon/N), \dots, \exp(j2\pi\varepsilon(N-1)/N))$ 。
 $\mathbf{D}_H = \text{diag}(H_0, H_1, \dots, H_{N-1})$ 表示信道频域响应, \mathbf{W}_N 是 $N \times N$ 的 IFFT 变换矩阵, 可表示为 $\mathbf{W}_N = [1/\sqrt{N} \exp(j2\pi mn/N)]_{N \times N}$, $m, n = 0, \dots, N-1$, ν 是高斯白噪声向量。

用矩阵和向量形式表示式(6), 可得:

$$J(\hat{\varepsilon}) = \sum_{k \in S_A} \mathbf{f}_N^H(k) \mathbf{D}^{-1}(\hat{\varepsilon}) \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H \mathbf{D}(\hat{\varepsilon}) \mathbf{f}_N(k) \quad (7)$$

同样, 时域信号向量 \mathbf{y}_i 也用矩阵表示, 得到:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{D}(\varepsilon) \mathbf{W}_N \mathbf{D}_H \mathbf{X}_i + \nu \quad (8)$$

将式(8)代入式(7), 得到最终的代价函数形式:

$$J(\hat{\varepsilon}) = \sum_{k \in S_A} \mathbf{f}_N^H(k) \mathbf{D}^{-1}(\hat{\varepsilon}) \mathbf{D}(\varepsilon) \mathbf{W}_N \mathbf{D}_H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{D}_H^H \mathbf{W}_N^H \mathbf{D}^H(\varepsilon) \mathbf{D}(\hat{\varepsilon}) \mathbf{f}_N(k) + (N_z/N) \sigma_N^2$$

$$= \sum_{k \in S_A} \mathbf{f}_N^H(k) \mathbf{D}(\varepsilon - \hat{\varepsilon}) \mathbf{W}_N \mathbf{D}_H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{D}_H^H \mathbf{W}_N^H \mathbf{D}^H(\varepsilon - \hat{\varepsilon}) \mathbf{f}_N(k) + (N_z/N) \sigma_N^2 \quad (9)$$

其中 σ_N^2 为高斯白噪声信号方差, N_z 为空子载波个数, $\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^H = \mathbf{T}_{NULL} \mathbf{C}_i \mathbf{C}_i^H \mathbf{T}_{NULL}^T$ 。

通过不断代入估计的频偏值, 找到使代价函数最

小的 $\hat{\varepsilon}$ 即为最终估计的频偏值。

$$\hat{\varepsilon} = \arg \min_{\varepsilon} \{ J(\varepsilon) \} \quad (10)$$

通过式(9)可以看出,当频偏估计值 $\hat{\varepsilon}$ 等于实际频偏时, $D(\varepsilon - \hat{\varepsilon})$ 化为单位阵,代价函数转化为 $J(\hat{\varepsilon}) = \sum_{k \in S_A} f_N^H(k) \mathbf{W}_N \mathbf{D}_H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{D}_H^H \mathbf{W}_N^H f_N(k) + (N_z/N) \sigma_N^2$, 根据子载波间的正交性,等式第一项变为 0,理论上最小值为 $(N_z/N) \sigma_N^2$ 。但是文献[7]指出 \mathbf{D}_H 不满秩时,对于特殊位置分布的空子载波,代价函数会出现多个最小值,第 3 节就这一问题详细分析,并对空子载波序列的分布进行改进。

3 频偏同步算法分析

3.1 空子载波位置分布分析

下面讨论空子载波和信道零点的位置关系:假设只有一个信道零点和多个空子载波,当空子载波位置和信道零点位置满足等间隔关系时,代价函数就会出现多值现象。其证明过程在文献[10]中已经给出,本文通过图 2 来说明:假设存在两个空子载波和一个信道零点,它们之间保持着一个子载波间隔,当频偏为 0 时,空子载波位置上的功率为 0;当发生 2 个子载波间隔偏移时,信道零点影响后的数据子载波移到了空子载波位置上,此时两个空子载波位置上的功率也为 0,出现了多个最小值现象^{[6][10]},如图 2 所示。

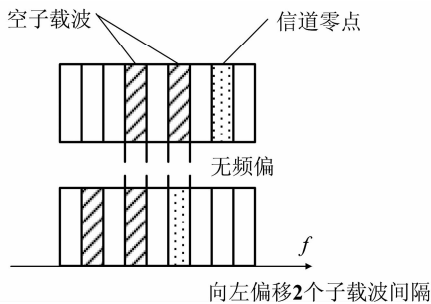


图 2 空子载波和信道零点的位置关系示意图

Fig. 2 the position between null subcarriers and channel frequency response zeros

根据定理 1^[10]:当存在 P 个信道零点和 $N_z (P < N_z)$ 个空子载波时,满足以下条件时,不会出现多个最小值的情况:

- 1、空子载波位置与信道零点不满足等间隔关系;
- 2、空子载波位置不满足差为 $N/2$;

3、空子载波位置间隔的关系与信道零点位置间隔的关系不一致。(注:这里等间隔与差运算均为取模 N)。

该定理指出当存在多个信道零点和多个空子载波时,只要空子载波之间的间隔与信道零点间的间隔不相等,代价函数的最小值就是唯一的。

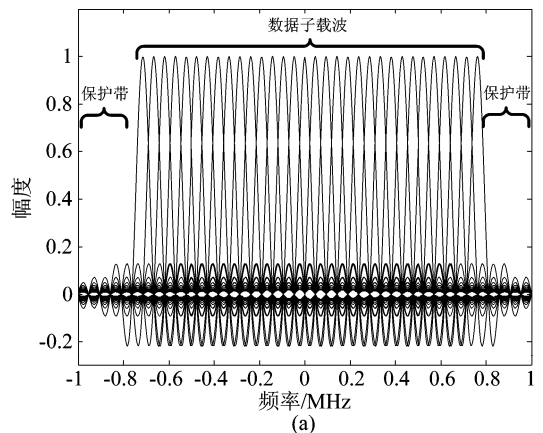
根据定理 2^[6]:在空子载波间隔互不相等的情况下,代价函数 $J(\varepsilon)$ 有唯一解的充分条件是: $L+1 < N_z < N-L$,且归一化频偏满足 $|\varepsilon| < N/2$ 。其中 N_z 为空子载波个数, L 为最大多径时延。

由上述两个定理看出,代价函数式(9)不会出现多重零点(最小值点)的条件是:

- 1、各空子载波满足间隔不等关系;
- 2、空子载波数目大于最大多径时延;

3、空子载波数目和最大多径时延的和小于子载波总数。即信道零点个数要小于空子载波个数,且二者之和小于总载波数。

根据以上分析,一定数量的空子载波需要在整个子载波区域或一段区域中不等间隔地插入。一般地,在 OFDM 系统中,频带两侧要开辟保护带,所以,论文选择在频带中间区域的 $N_p (N_p = 2^l - 1 < N)$ 个频点按照伪随机(PN)序列分布排列空子载波和数据子载波。PN 序列的伪随机性质可以保证空子载波间隔不等。本文选择 PN 序列中的 m 序列作为排列方式。根据 m 序列的性质^[13],此时插入的用于频偏估计的空子载波个数为 $2^{l-1} - 1$ 。其示意图如图 3 所示。图中仿真的是带宽为 2MHz,子载波长度 $N = 32$ 的 OFDM 信号频谱图。在频域信号两端留出了子载波个数各为 5 的保护带。其中图 3(a)是未插入空子载波的情况,除保护带外的所有子载波作为数据子载波传输训练序列;图 3(b)是插入空子载波的情况,其中在序号为 -11 到 -9 和 8 到 11 的子载波用于传输数据符号,而 -8 到 -1 和 1 到 7 的子载波用于发送空子载波和数据子载波,二者按照 m 序列的顺序进行分布排列。此时 PN 序列的长度为 $N_p = 15$ 。空子载波的个数为 7。



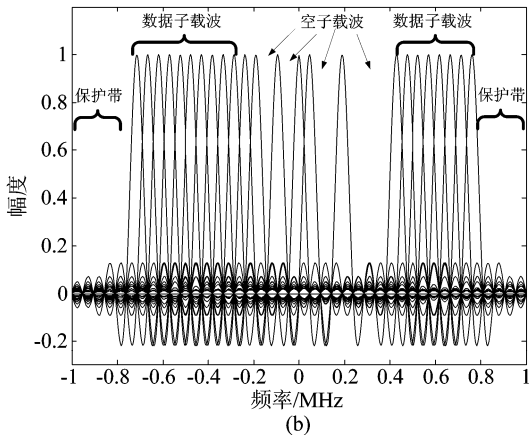


图3 基于PN序列分布的子载波示意图

Fig. 3 subcarriers based on PN sequences arrangement

3.2 频偏同步算法

通过第2节的分析,计算代价函数最大值无法给出频偏估计闭式解的形式,而通过式(7)在整个频偏估计范围内,搜索寻找频偏最大值,计算量巨大。因此本文采用最陡下降迭代算法进行计算。

最陡下降算法是一种递归迭代算法,该方法沿最速下降方向也就是代价函数的梯度的反方向调整跟踪值,随着迭代次数的增加,代价函数逐渐趋于最小值,算法收敛到最优值^[14]。其表达式为:

$$\mathbf{W}_{j+1} = \mathbf{W}_j + \mu(-\nabla_j) \quad (11)$$

\mathbf{W}_j 是第 j 次迭代所得的权向量值; μ 是调整步长的常数,它控制着系统的稳定性和自适应的收敛速度; ∇_j 是第 j 次更新后计算得到的梯度值或偏导数值。下面根据式(11)推导频偏估计的迭代算式。

已知 $\mathbf{D}(\varepsilon)\mathbf{f}_N(k) = \mathbf{D}(k)\mathbf{f}_N(\varepsilon)$,式(7)可以变换为:

$$J(\hat{\varepsilon}) = \mathbf{f}_N^H(\hat{\varepsilon}) \left[\sum_{k \in S_A} \mathbf{D}^{-1}(k) \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H \mathbf{D}(k) \right] \mathbf{f}_N(\hat{\varepsilon}) \quad (12)$$

令 $\mathbf{R}_{YY} = \sum_{k \in S_A} \mathbf{D}^{-1}(k) \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H \mathbf{D}(k)$,对式(12)求偏导,得到

$$\frac{\partial J(\hat{\varepsilon})}{\partial \hat{\varepsilon}} = \text{Real} \left\{ j \frac{2\pi}{N} \mathbf{f}_N^H(\hat{\varepsilon}) \left[\mathbf{R}_{YY} \mathbf{D}_N - \mathbf{D}_N \mathbf{R}_{YY} \right] \mathbf{f}_N(\hat{\varepsilon}) \right\} \quad (13)$$

其中 $\text{Real}\{\cdot\}$ 为求实部算子; $\mathbf{D}_N = \text{diag}(0, 1, \dots, N-1)$ 。根据最陡下降法迭代计算式(11),得到频偏估计迭代计算式:

$$\hat{\varepsilon}_n = \hat{\varepsilon}_{n-1} + \mu(n) \frac{\partial J(\hat{\varepsilon})}{\partial \hat{\varepsilon}} \Bigg|_{\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_{n-1}} \quad (14)$$

显然,当梯度值等于0时,对应频偏估计的代价函数存在最小值。但是通过迭代计算仍然存在迭代次数不确定,计算复杂度高等缺点,所以继续对频偏估计进行改进。根据PN序列的特性,在实际算法中,通过构造子载波位置序列进行整数倍频偏。

在OFDM频域信号里,空子载波可以看作0,数据子载波看作1,两种载波按照 m 序列的顺序进行排列,又由于星座映射后的数据子载波频点功率要远远大于空子载波,因此,根据空子载波插入矩阵 \mathbf{T}_{NULL} 构造子载波0-1位置序列 $\{c_k\}$, $k=0,1,\dots,N-1$;当 $k \in S_U$,即子载波序号属于数据子载波时, $c_k=1$;当子载波序号属于空子载波时, $c_k=0$;对FFT之后得到的频域信号进行判别,构造子载波位置序列 $\{c'_k\}$,当 $|Y_k Y_k^H| > T$ 时, $c'_k=1$,当 $|Y_k Y_k^H| \leq T$, $c'_k=0$ 。对两个序列进行移位互相关运算 $R(i) = \sum_{k=0}^{N-1} c'_k \oplus c_{k-i}$,其中“ \oplus ”为模2运算。根据 m 序列具有良好的自相关特性,只有当移位序列移动到原序列位置时,其模2和为0,可以得到自相关最小值对应的 i 即为子载波序列偏移的整数倍数,即可求得整数倍频偏。

根据式(14)最陡下降迭代计算的方法,每迭代计算一次梯度值,就会增加 $2N^2$ 次复数乘, $2N(N-1)$ 次复数加;根据位置序列互相关进行整数倍估计的方法,构造迭代序列只需要 N 次复数乘, N 次模2和运算,这样在整数倍偏移估计中省去了迭代运算的麻烦,大大降低了运算量。

计算出整数倍频偏之后,再根据式(14)的方法进行小数倍迭代计算。给出联合估计算法的具体流程:

Step 1) 根据频域信号 Y_k ,构造子载波位置序列 $\{c'_k\}$, $k=0,1,\dots,N-1$

Step 2) 与本地已知子载波位置序列 $\{c_k\}$, $k=0,1,\dots,N-1$ 作移位互相关运算求得相关序列 $\{R(i)\}$, $i=0,1,\dots,N-1$,在相关序列中搜索最小值作为整数倍频偏估计结果 $\hat{\varepsilon}_l = \arg \min_{\varepsilon_l} |R(\varepsilon_l)|$ 。

Step 3) 令 $\hat{\varepsilon}_n = \hat{\varepsilon}_l$, $n=0$ 代入式(15),计算梯度

$$\frac{\partial J(\hat{\varepsilon})}{\partial \hat{\varepsilon}} \Bigg|_{\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_l}$$

Step 4) 根据最陡下降法式(11)进行迭代 $\hat{\varepsilon}_{n+1} =$

$$\hat{\varepsilon}_n + \mu(n) \frac{\partial J(\hat{\varepsilon})}{\partial \hat{\varepsilon}_a} \Bigg|_{\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_n}, \text{将迭代结果代入} \frac{\partial J(\hat{\varepsilon})}{\partial \hat{\varepsilon}} \Bigg|_{\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_{n+1}}$$

Step 5) 若梯度值大于精度要求并且迭代次数小于最大迭代次数要求, $n=n+1$,返回4继续迭代,否则,迭代结束。

上述联合估计方法的部分参数需要进一步讨论,下面对基于 PN 序列分布的空子载波频偏同步方法性能进行计算机仿真验证。

4 仿真分析

实验一:在存在信道零点的环境下,比较等间隔序列分布和 PN 序列分布的估计性能。仿真参数如下:FFT 点数 N 为 128,子载波总数为 128,循环前缀长度为 32,星座映射方式选用 QPSK;信噪比为 20dB;归一化频偏值为 2。在两种分布的频域信号中,序号为 0 到 55 和 72 到 127 的子载波均放置数据子载波;等间隔分布的频域序列中,在序号为 56 到 71 的子载波中,按照偶数放置数据子载波,奇数放置空子载波的顺序插入;PN 序列分布的空子载波频域序列中,序号为 56 到 71 的子载波按照 15 位长度的 m 序列 [0 0 0 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1] 的顺序插入空子载波^[13],序列值为 0 插入空子载波,序列值为 1 插入数据子载波。信道在频域中子载波序号为 73 的位置存在一个零点,这样,信道零点和奇偶分布的空子载波位置满足等间隔关系。其代价函数如下图所示。

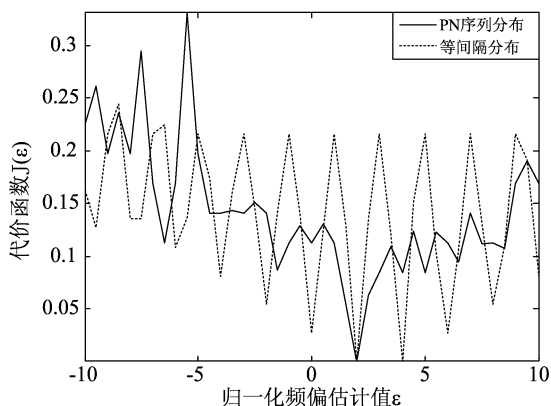


图 4 信道零点环境下两种分布的代价函数结果

Fig. 4 cost functions of two arrangements in channel zeros environment

由图中可以看出,因为信道零点的存在,等间隔分布的判决代价函数出现了两个最小值;而按照 PN 序列分布的代价函数则没有受到影响,最小值具有唯一性。这一结果印证了 3.1 节的分析,可以看出按照 PN 序列分布有效克服了有限个零点对代价函数造成的多值影响,避免了可能带来的估计错误。

实验二:空子载波频偏估计方法和基于循环前缀的最大似然频偏估计法^[3](以下简称 CP-ML 法)比较。仿真参数和实验一相同,信道为高斯白噪声信道。其空子载波序列按照 PN 序列分布。图 5 给出的是分别用空子载波法和 CP-ML 法的频偏实际值和估计值的比较结果。

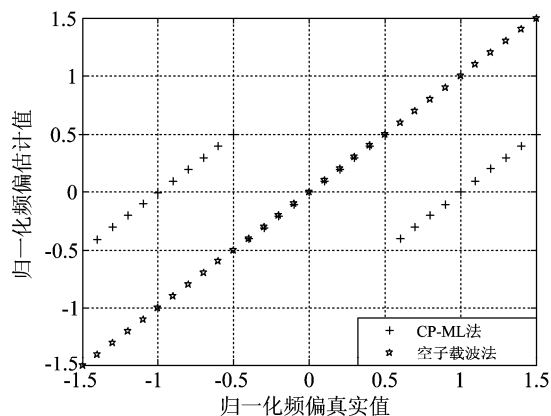


图 5 两种方法估计范围比较图

Fig. 5 the estimation scope of two methods

由图中可以看出,CP-ML 法的估计范围为 $[-0.5, 0.5]$ ^[3];而空子载波法则没有频偏范围影响。而且在 $[-0.5, 0.5]$ 的范围内,空子载波估计方法与 CP-ML 法估计结果相同。这一结果说明,空子载波法在频偏估计中范围要比 CP-ML 法大很多,其应用范围更广,但是在性能上却可以达到和 CP-ML 法相当的水平。

实验三:最陡下降法调整步长 $\mu(n)$ 的选择。

仿真参数同实验二;归一化频偏为 0.4;调整步长分别取 0.02, 0.04, 0.08 和 0.5。仿真结果如图 6 所示。实验结果显示,随着步长值的增大,迭代的收敛速度加快。步长取 0.04, 0.08 和 0.5 时,在迭代次数 100 以内,估计值均趋于稳定。而步长取 0.5 时,迭代结果出现估计值在实际频偏值上下震荡的情况,可以预见当步长继续增大时,其震荡幅度也会增大,不利于估计精度的提高。为了平衡收敛速度和估计结果稳定性的关系,调整步长应该在合适的范围内。实验中迭代初值为 0,但是在估计的过程中,无法预测迭代结果,折中处理,步长选在 0.1 到 0.5 之间。

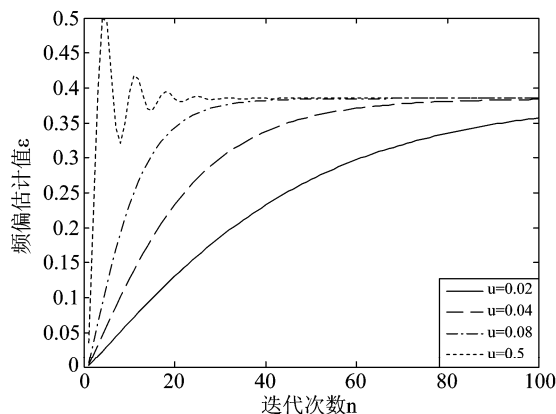


图 6 不同 μ 值的频偏迭代过程

Fig. 6 frequency offset iteration of different μ

实验四:空子载波法整数倍频偏估计性能。

为了检测估计性能,定义归一化频偏均方误差 $MSE = E[|\varepsilon - \hat{\varepsilon}|^2]$ 。实验参数设置如下:子载波总数 $N=512$,循环前缀长度 128,星座映射方式选用 QPSK,仿真分别在加高斯白噪声信道和准静态 6 径衰落信道下进行,6 条路径的相对平均功率为 $[0, -1, -9, -10, -15, -20]$ (dB),相对时延为 $[0, 20, 40, 60, 80, 100]$ 采样点。PN 序列分别选取长度为 $N, N/2, N/4$ 和 $N/8$ 的 m 序列作为空子载波分布序列,信噪比选取 0, 5, 10, 15, 20, 25dB, 每个信噪比上的蒙特卡洛实验次数为 10^4 。整数频偏范围为 $-10 \leq \varepsilon_f \leq 10$ 。利用第 3.2 节给出的子载波位置序列相关方法进行估计。判决 0 或 1 的归一化幅值门限 $T=0.5$ 。表 1 给出的是 OFDM 系统分别在加高斯白噪声信道和多径衰落信道环境下的各信噪比下的整数倍频偏估计的均方误差结果。

由表 1、2 可以看出,无论在加高斯白噪声信道环境还是在多径衰落信道下,论文方法都显示出了良好的估计性能。随着 m 序列长度的增加,即空子载波插入数量的增多,其估计性能会明显提高。当信噪比大于 5dB 时,其整数倍估计不会产生偏差。

表 1 高斯白噪声信道下整数倍频偏估计均方误差

Tab.1 MSE of integer frequency offset estimation in AWGN

m 序列长度	0	5	10	15	20	25
N/8	6.0165	0	0	0	0	0
N/4	0.258	0	0	0	0	0
N/2	0	0	0	0	0	0
N	0	0	0	0	0	0

表 2 多径衰落信道下整数倍频偏估计均方误差

Tab.2 MSE of integer frequency offset estimation in multi-path fading channel

m 序列长度	0	5	10	15	20	25
N/8	0.120347	0.0473	0	0	0	0
N/4	0.6252	0	0	0	0	0
N/2	0	0	0	0	0	0
N	0	0	0	0	0	0

实验五:空子载波法小数倍频偏估计性能。

仿真对空子载波法与 CP-ML 法进行了比较。实验参数同实验四。小数倍频偏范围为 $-0.5 \leq \varepsilon_f \leq 0.5$ 。分别对四种长度的 m 序列的空子载波法和 CP-ML 法进行仿真。其中空子载波估计小数倍频偏采取迭代计算方法,迭代调整步长取 0.1。当梯度值大于 10^{-6} 或迭

代次数大于 100 次时,迭代终止。仿真结果如下面两幅图所示。

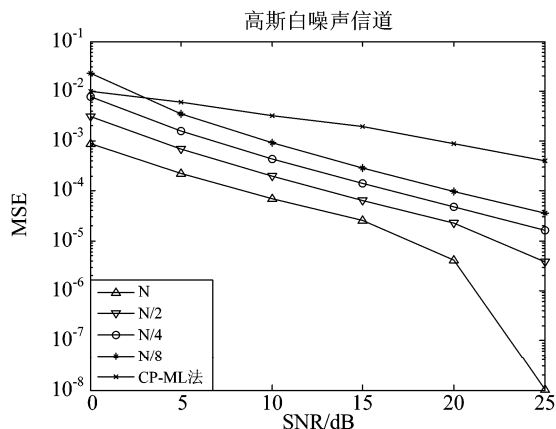


图 7 高斯白噪声信道下小数倍频偏估计 MSE 曲线
Fig.7 MSE curve of fraction frequency offset in AWGN

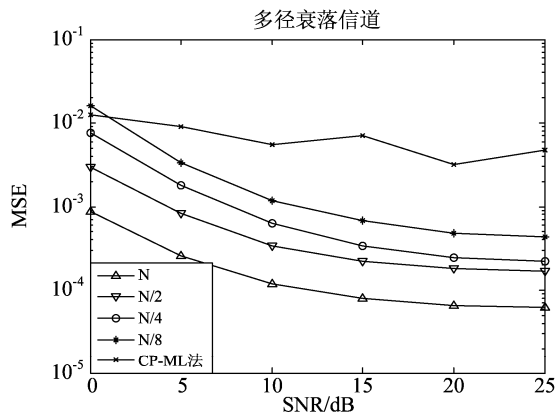


图 8 多径信道下小数倍频偏估计 MSE 曲线
Fig.8 MSE curve of fraction frequency offset in multi-path fading channel

通过实验可以看出:1、空子载波频偏估计的性能随着空子载波数目和信噪比的提高而提高,由图中可以大致看出,空子载波数每提高一倍,估计性能提高 4 到 5dB;2、当信噪比大于 5dB 时,在两种信道环境下,四种 m 序列长度的空子载波估计性能均高于 CP-ML 法;3、两种方法会受到多径效应的影响,随着信噪比的提高,均出现了地板效应。

5 结束语

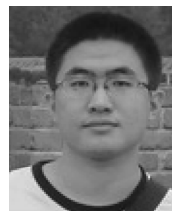
基于 PN 序列分布的空子载波 OFDM 频偏同步方法,其本质是把空子载波作为导频进行频偏估计,通过伪随机不等间隔地排列,可以克服信道零点所带来的代价函数多值效应。利用频带传输的空子载波,在频偏估计中不会影响到数据传输,提高了频带利用率,论文在前人研究的基础上,利用 PN 序列的特性,简化了

估计方法,大大降低了计算量。通过仿真看出,其估计精度优于基于循环前缀的最大似然频偏估计法,并且会随着空子载波数目的增多而提高。

参考文献

- [1] 胡登鹏,张尔扬. 非数据辅助的 OFDM 系统采样频率同步算法[J]. 信号处理,2010,26(6):956-960.
HU Deng-peng, ZHANG Er-yang. Non-Data-Aided Sampling Frequency Synchronization Algorithm for OFDM System[J]. Signal Processing, 2010, 26(6): 956-960. (in Chinese)
- [2] 黎锁平,陈伟儒,湛兴祥,苏莹. 基于训练序列的 OFDM 系统定时同步改进算法[J]. 信号处理, 2011,27(7): 1095-1099.
LI Suo-ping, CHEN Wei-ru, ZHAN Xing-xiang, SU Ying. Improved Timing Synchronization Algorithm for OFDM System Based on Training Sequence [J]. Signal Processing, 2011,27(7): 1095-1099. (in Chinese)
- [3] J. J. Van de Beek, M Sandell. ML estimation of timing and frequency offset in multicarrier systems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45:1800-1804.
- [4] Timothy M Schmidl, Donald C Cox. Robust Frequency and Timing Synchronization for OFDM [J]. IEEE Transactions on Communications, 1997, 45 (12): 1613-1621.
- [5] 杜丽洁,赵小晖,罗思维. OFDM 系统中一种改进的基于循环前缀的同步迭代算法[J]. 吉林大学学报(工学版),2007,37(1):177-181.
Lijie Du, Xiaohui Zhao, Siwei Luo. Improved Synchronization Iterative Algorithm based on Cyclic Prefix in OFDM system [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), Jan. 2007, 37 (1): 177-181. (in Chinese)
- [6] 王一蓉. 频率选择性衰落信道 MIMO-OFDM 系统同步算法研究[D]. 北京邮电大学博士论文,2007.
Yirong Wang. On Synchronization Algorithms for MIMO-OFDM Systems over Frequency Selective Fading Channel [D]. Dissertation Doctor of Philosophy of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2007. (in Chinese)
- [7] Liu Hui, Ufuk Tureli. A High efficiency carrier estimation for OFDM communications [J]. IEEE Communication Letters, 1998, 2(4):104-106.
- [8] Tureli U, Liu H, Zoltowski M D. OFDM blind carrier offset estimation: ESPRIT [J]. IEEE Transactions on Communication, 2000, 48 (9):1459-1461.
- [9] Ma Xiao li, Giannakis B. Georgios, Barbarossa Sergio. Non-data-aided carrier offset estimators for OFDM with null subcarriers: Identifiability, algorithms, and performance [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communication, 2001, 19(12): 2504-2515.
- [10] 吴杰,李建东. 使用空载波的 OFDM 频率同步方法分析与改进[J]. 电子与信息学报,2006,28(10):1854-1857.
Wu Jie, Jian-dong Li. Frequency Synchronization in OFDM Systems Using Null Subcarriers: Analysis and Improvement [J]. Journal of Electronics & Information Technology, Oct. 2006, 28(10):1854-1857. (in Chinese)
- [11] Chen Biao. Maximum Likelihood Estimation of OFDM Carrier Frequency Offset[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002,9(4):123-126.
- [12] Chein-Chih Chen, Jung-Shan Lin. Iterative ML Estimation for Frequency Offset and Time Synchronization in OFDM Systems [A] Proceedings of the 2004 IEEE International Conference Networking Sensing and Control [C]. March 2004:1412-1417.
- [13] 田日才,扩频通信[M]. 清华大学出版社,2007. 4
TINA Ricai, Spread Spectrum Communication [M]. Tsinghua University Press, 2007. 4. (in Chinese)
- [14] 张贤达,保铮. 通信信号处理[M]. 北京:国防工业出版社,2000: 262.
Xianda Zhang, Zheng Bao. Communication Signal Processing [M]. Beijing: National Defense Industrial Press, 2000: 262. (in Chinese)

作者简介



李 琦(1987-),男,硕士研究生,山西太原人,研究方向:通信信号处理、OFDM 同步技术。
E-mail: xiaomi9nyxs@126.com

李宏伟(1966-),男,副教授,硕士生导师,陕西渭南人,研究方向:通信信号处理和 DSP 应用技术研究。

蔡 斌(1979-),男,讲师,博士,河北石家庄人,研究方向:通信信号处理。

张建忠(1984-),男,助理工程师,甘肃武威人,研究方向:卫星通信,通信信号处理。

耿 耿(1982-),女,工程师,研究方向:卫星通信,通信信号处理。

吕 燕(1982-),女,工程师,研究方向:通信信号处理。