

# 分数阶 Fourier 变换在动目标检测和识别中的应用：回顾和展望

陈小龙 关 键 黄 勇 何 友

(海军航空工程学院电子信息工程系 山东烟台 264001)

**摘 要:** 作为 Fourier 变换的广义形式, 分数阶 Fourier 变换 (FRFT) 能够展示出信号从时域到频域的所有变化特征, 通过对时频平面的旋转, FRFT 非常适合处理非平稳信号, 克服了传统时频分析方法受交叉项干扰、分辨率低等缺点。动目标的雷达回波信号在一段短时间范围内, 可用线性调频 (LFM) 信号作为其一阶近似, 因此采用 FRFT 检测动目标具有很大的优越性。本文首先从 FRFT 的机理和特点出发, 对基于 FRFT 的 LFM 信号检测和估计、最佳变换角确定方法等相关研究进行归纳与分析; 然后, 从高速微弱动目标检测、SAR 成像和动目标检测、反辐射导弹检测、海洋动目标检测和雷达信号识别等方面重点介绍了 FRFT 理论在动目标检测和识别领域的应用和主要技术途径; 最后, 针对现有研究中存在的问题, 阐述了有待于进一步研究的方向。

**关键词:** 动目标检测; 目标识别; 线性调频 (LFM) 信号; 分数阶 Fourier 变换 (FRFT); 变换角度; 海杂波

**中图分类号:** TN957.51    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1003-0530(2013)01-0085-13

## Application of Fractional Fourier Transform in Moving Target Detection and Recognition: Development and Prospect

CHEN Xiao-long GUAN Jian HUANG Yong HE You

(Department of Electronic and Information Engineering,

Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai Shandong, 264001, China)

**Abstract:** As the generalized Fourier transform (FT), fractional Fourier transform (FRFT) can reveal the properties of time-varying signal in time and frequency domain. By rotating the time-frequency plane, FRFT is more suitable for non-stationary signal processing and can overcome disadvantages of the cross-term interference and low resolution using traditional time-frequency analysis methods. Linear frequency modulation (LFM) signal can be regarded as the first order approximation of radar echo from moving target and hence it has great superiority in the moving target detection based on FRFT. In this paper, detection and estimation of LFM signal, determination methods of the best transform angle, et al., are firstly reviewed with the principle and characteristic of FRFT. Then, applications of FRFT in moving target detection and recognition are introduced from the following aspects: high speed weak target detection, SAR imaging and moving target detection, anti-radiation missile (ARM) detection, sea target detection and radar signal recognition, et al.. In the end, future research interests are pointed out according to the problems of present study.

**Key words:** Moving target detection; Target Recognition; Linear frequency modulation (LFM) Signal; FRactional Fourier transform (FRFT); Transform angle; Sea clutter

## 1 引言

Fourier 算子的分数阶功率概念最早出现在二战期

间的数学文献中<sup>[1]</sup>, 1980 年, V. Namias 将传统 Fourier 变换中的幂的形式改变为分数幂的形式, 由此重新定义了分数阶 Fourier 变换 (FRactional Fourier transform,

FRFT)的概念<sup>[2]</sup>。之后, Mebride 和 F. H. Kerr 等人又对 FRFT 作了积分形式的定义<sup>[3]</sup>, 但是这种定义仅仅是一种数学物理方程的解法, 比较抽象, 因此在相当长一段时间内都未引起工程界的重视。直到 1993 年, Almeida 将 FRFT 解释成一种“角度” Fourier 变换<sup>[4]</sup>, 给出了分数阶 Fourier 变换的物理意义; 1996 年, Ozaktas 提出了一种基于 FFT 的离散 FRFT 算法后<sup>[5]</sup>, 才使得 FRFT 更加具有现实意义。随着国内外学者对 FRFT 理论研究不断深入, 这种新的时频分析工具表现出良好的应用前景, 广泛应用于时变滤波<sup>[6]</sup>、声信号处理<sup>[7]</sup>、图像处理<sup>[8]</sup>、通信<sup>[9]</sup>、雷达信号处理<sup>[10]</sup>等诸多领域。国内在此方面以北京理工大学的陶然教授和哈尔滨工业大学的冉启文教授等学者为代表, 主要从 FRFT 的基本理论<sup>[11]</sup>、数值计算方法<sup>[12]</sup>和工程应用等方面开展了研究, 取得了大量的研究成果, 尤其是 FRFT 离散算法的实现和改进使得 FRFT 的应用更加有效可行。

FRFT 实质上是一种统一的时频变换, 同时反映了信号在时域和频域的信息。FRFT 将信号分解在 FRFT 域的一组正交的 chirp 基上, 因而更适于用来分析或处理某些时变的非平稳信号, 特别是线性调频 (Linear Frequency Modulation, LFM) 信号<sup>[13]</sup>。LFM 信号是一种最为常见的非平稳信号, 在现代雷达中有着广泛的应用。一方面, 作为大时间-频带积的扩频信号, LFM 信号广泛应用于各种信息系统, 如雷达、声纳和移动通信等; 另一方面, 现代雷达系统中, 目标多谱勒频率与目标速度近似成正比, 在较短的观测时间范围内, 可用 LFM 信号作为运动目标回波的一阶近似模型<sup>[14]</sup>。由此可见, 在现代雷达信号处理中, 对 LFM 信号的检测和参数估计有着较大的意义。传统的 Fourier 变换不能对 LFM 信号进行有效的能量积累, 而与常用二次型时频分布不同的是 FRFT 采用单一变量表示时频信息, 没有交叉项干扰, 又是一种线性变换, 从而在加性噪声的干扰情况下更具有优势, 并且具有比较成熟的快速离散算法, 保证了 FRFT 能够进入到数字信号处理的工程实用阶段。对于 LFM 信号, 当旋转角度与信号相匹配时, 可得到冲激信号, 其能量聚集性最强; 当旋转角度与信号不匹配时, 仍然变换为广义的 LFM 信号。当信号分量之间和信号与噪声之间在时域或频域存在较强的耦合时, 经典的时频分析方法和滤波方法难以实现有效的信号分离和信噪分离。

而通过旋转一定的角度, FRFT 能够很容易实现有效的信号分离和滤波, 因此 FRFT 对运动目标有很好的检测和识别效果<sup>[15]</sup>, 成为一种极为有效的技术途径。然而, FRFT 是一门新的交叉学科, 针对复杂电磁环境中的复杂运动目标检测, 还存在杂波干扰、回波信号形式复杂、最佳变换角度难确定等诸多问题亟待深入研究和完善。本文从基于 FRFT 的 LFM 信号检测与估计基本原理出发, 系统回顾和总结了 FRFT 在动目标检测和识别的应用方向和主要技术途径, 并针对现有研究中存在的问题, 指出了进一步的研究方向。

## 2 基于 FRFT 的 LFM 信号检测与参数估计

### 2.1 LFM 信号的分数阶 Fourier 变换

FRFT 为线性算子, 信号的 FRFT 可解释为信号的代表轴在时频平面的旋转, 定义式为<sup>[15]</sup>

$$F_{\alpha}[x](u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) K_{\alpha}(t, u) dt \quad (1)$$

$K_{\alpha}(t, u)$  为核函数

$$K_{\alpha}(t, u) = \begin{cases} A_{\alpha} e^{j(\frac{1}{2}t^2 \cot \alpha - ut \csc \alpha + \frac{1}{2}u^2 \cot \alpha)} & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u) & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u) & \alpha = (2n+1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $A_{\alpha} = \sqrt{\frac{1-j\cot \alpha}{2\pi}}$ ,  $n$  取整数,  $\alpha$  为变换角度, 与变换阶数  $p$  的关系为  $\alpha = p\pi/2$ ,  $p \in (-2, 2]$ 。式(1)说明信号  $x(t)$  可被分解为  $u$  域上一组正交 LFM 基的线性组合。

噪声背景下的 LFM 信号模型可表示为

$$x(t) = s(t) + w(t) = A(t) \exp[j2\pi f_0 t + j\pi \mu t^2] + w(t) \quad (3)$$

式中,  $A(t)$  是信号幅度时间的函数,  $f_0$  和  $\mu$  分别为 LFM 信号的中心频率和调频率,  $w(t)$  为加性高斯白噪声。则  $x(t)$  的 FRFT 为

$$\begin{aligned} F_{\alpha}[x(t)] &= A_{\alpha} e^{\frac{j u^2 \cot \alpha}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [s(t) + w(t)] e^{j(\frac{1}{2}t^2 \cot \alpha - ut \csc \alpha)} dt \\ &= A(t) A_{\alpha} e^{\frac{j u^2 \cot \alpha}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\frac{\cot \alpha + 2\pi \mu}{2} t^2 + j(2\pi f_0 - u \csc \alpha) t)} dt + \\ &F_{\alpha}[w(t)] \end{aligned} \quad (4)$$

当变换角度与 LFM 信号调频率相匹配时, 即  $\alpha_0 = \arctan$

$$\left( -\frac{1}{2\pi\mu} \right), \text{ 则}$$

$$|F_{\alpha_0}[x(t)]| = |A(t)A_{\alpha_0}\delta(2\pi f_0 - u \csc \alpha_0)| + |F_{\alpha_0}[w(t)]| \quad (5)$$

由文献[11]可知,高斯函数的 FRFT 是具有复变量的高斯函数。由式(5)可知,LFM 信号在 FRFT 域呈现冲激函数,而噪声不会呈现明显的能量聚集,利用这一特性可实现噪声背景下的 LFM 信号检测。LFM 信号在时频平面的谱分布如图 1 所示,在频域,LFM 信号的能量分布于很宽的频谱范围内;而通过旋转时频轴,使得 LFM 信号与某组基的调频率相匹配,在该组基上形成峰值,信号能量得到最大程度地积累,说明 LFM 信号在 FRFT 域上具有良好的时频聚集性, $u_0$  域称为最佳 FRFT 域。

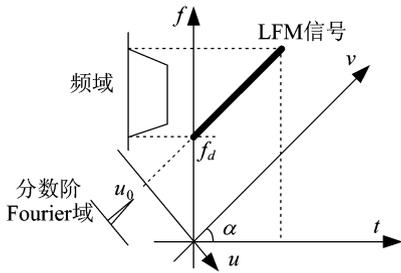


图 1 LFM 信号在时频平面的谱分布

Fig.1 Spectrum distribution of LFM signal in time-frequency plane

### 2.2 最佳变换角度的确定

对回波信号进行 FRFT,信号能量在参数平面( $\alpha, u$ )上形成二维分布,通过阈值搜索此二维平面的峰值点,可确定信号的最佳变换角度,即<sup>[11]</sup>

$$(\alpha_0, u_0) = \arg \max_{\alpha, u} |F_{\alpha}(u)| \quad (6)$$

但该方法存在以下两方面不足:一是参数估计精度由扫描步长决定,当精度要求比较高时,就需要采用很小的搜索步长,使得计算量增大;二是仅适用于高信噪(杂)比环境,变换域信号峰值易受到噪声或杂波干扰,不能有效积累信号能量。因此,人们分别从降低运算量和提高变换域信噪(杂)比的角度对传统二维峰值搜索方法进行改进,主要方法有步进式粗搜和拟 Newton 法精搜方法<sup>[15]</sup>、分级迭代峰值搜索法<sup>[16]</sup>、FRFT 极值混合优化算法<sup>[17]</sup>、最大分数阶时宽带宽比值法和最小基带带宽法<sup>[18]</sup>、黄金分割的优化峰值搜索方法<sup>[19]</sup>等,在一定程度上提高了算法的运算效率。文献[20]利用高阶统计量抑制噪声的特性,通过计算雷达回波信号在 FRFT 域的峰度值,采用分级迭代的搜索方法,可有效确定低信噪(杂)比下 LFM 信号的最佳变换角度。基于前面的论述,我们比较了上述六种最佳变换角度确定方法的基本原理和特点,如表 1 所示。

### 2.3 FRFT 域 LFM 信号的参数估计

根据 FRFT 域峰值点坐标( $\alpha_0, u_0$ ),对于式(3)中的 LFM 信号模型,量纲归一化处理后的参数估计方法为<sup>[20]</sup>

$$\begin{cases} \hat{\mu} = -\cot \alpha_0 / S^2 \\ \hat{f}_0 = u_0 \csc \alpha_0 / S \\ \hat{A}(t) = \text{Re} \left[ x(t) \exp \left( -2j\pi \hat{f}_0 t + j\pi \hat{\mu} t^2 \right) \right] \end{cases} \quad (7)$$

表 1 各类最佳变换角度确定方法比较

Tab.1 Comparison of different determination methods of the best transform angle

方法	作者及提出时间	基本原理及特点
步进式粗搜和拟 Newton 法精搜方法	齐林 <sup>[15]</sup> ,2004	将拟 Newton 方法引入 FRFT 域的峰值检测过程,在不降低精度的前提下,进一步简化处理过程。
分级迭代峰值搜索法	陈小龙 <sup>[16]</sup> ,2010	采用分级迭代运算方法,按照估计参数先粗后精的顺序,逐级缩小峰值搜索范围,降低运算量。
FRFT 极值混合优化算法	卫红凯 <sup>[17]</sup> ,2010	将全局搜索性能好的混沌优化法和局部搜索能力强的多步拟牛顿法相结合,保证收敛到全局最优解。
最大分数阶时宽带宽比值法和最小基带带宽法	Serbes A. <sup>[18]</sup> ,2010	根据时频分析的不确定原理,通过定义 FRFT 域的时宽带宽比值,使该比值达到最大值的变换角即为最佳变换角;对于具有相同调频率但时移和频移不同的多分量 LFM 信号,根据信号在 FRFT 域的基带带宽不同,确定各自分量的最佳变换角度。
黄金分割优化峰值搜索方法	Li Xin <sup>[19]</sup> ,2011	以黄金分割点作为阶次搜索步长划分的依据,在对应阶次二维时频平面进行峰值搜索。
FRFT 域峰度搜索方法	陈小龙 <sup>[20]</sup> ,2010	利用高阶统计量抑制噪声,将 FRFT 和峰度结合可以有效地确定低信杂比下 LFM 信号的最佳变换阶数。

式中,  $\hat{\mu}$ 、 $\hat{f}_0$  和  $\hat{A}(t)$  分别为 LFM 信号的调频率、中心频率和幅度的估计, 尺度因子  $S = \sqrt{T/f_s}$ ,  $T$  为观测时间,  $f_s$  为采样频率。

在实际应用中, 由于受到栅栏效应以及观测时间的影响, 导致 FRFT 谱峰展宽和偏移, 谱峰搜索算法将存在较大的误差。随着对信号参数估计精度要求的提高, 大大增加了峰值搜索的计算量, 不利于工程实现。为精确估计噪声背景下 LFM 信号的调频率和中心频率等参数, 人们相继提出了离散谱线的能量重心校正法<sup>[21]</sup>、样条插值估计法<sup>[13]</sup>以及 Gaussian 纹理模型 (Gaussian Mixture Model, GMM) 匹配法<sup>[22]</sup>等。采用 FRFT 不仅能够准确估计 LFM 信号的参数, 还能对其时延进行估计, 从而实现准确迅速的目标定位, 同时获得目标的距离和速度信息。目前, 基于 FRFT 的时延估计方法, 如均方差分函数法、统计模型法、瞬时频率法和最大似然估计法等, 但以上方法均需要计算相关函数, 且缺乏估计性能的定量分析<sup>[23]</sup>。文献[24]将观测信号变换至 FRFT 域, 利用峰值搜索将传统时延估计转化为 FRFT 域的参数估计, 证明了其估计精度在理论上能够达到 Cramér-Rao 下界。理论研究证明, 基于 FRFT 的 LFM 信号参数估计方法在估计精度方面达到了最优<sup>[25]</sup>, 然而在对 LFM 信号进行检测与估计的过程中, 由于受到背景噪声和杂波的影响, 必然会带来一定的误差。为使基于 FRFT 的 LFM 信号检测和参数估计方法具有一定的工程应用价值, 需要从理论上对影响参数估计精度的因素进行分析, 以提高估计性能。通过分析搜索步长、观测时间、信噪比 (Signal to Noise Ratio, SNR) 和采样频率等影响参数估计精度的因素, 可知增加采样频率、观测时间或缩短搜索步长均可以减小估计误差, 由于实际采样频率受硬件限制较大, 延长观测时间更符合实际情况; 另外, 可根据参数估计精度和运算量需求设置合适的搜索步长<sup>[26]</sup>。多分量 LFM 信号在 FRFT 域的频谱会发生重叠, 当信号的尖峰相距很近、尖峰将无法分辨时, 会导致信号无法分离。为此, 刘锋等人研究了 FRFT 对多分量中心频率和调频率的分辨能力, 推导出一系列有意义的结果, 并用于电子侦察中<sup>[27]</sup>。

### 3 FRFT 在动目标检测和识别中的应用

对动目标回波模型的讨论得知, 目标平动的建模包括匀速运动和匀加速运动 (有限高阶运动和无穷高阶运动)。采用 FRFT 检测动目标的基本原理是, 在雷达发射单频信号或 LFM 信号的前提下, 目标多普勒频率与目标速度近似成正比, 目标的运动状态不同, 参数估计方法略有不同<sup>[26]</sup>, 根据 Weierstrass 近似原理, 其回波信号可由足够阶次的多项式相位信号近似表示, 在一段短的观测时间范围内, 可采用二次相位信号, 即 LFM 信号作为动目标回波模型<sup>[28]</sup>。通过选择合适的变换阶数, 将最佳 FRFT 域的信号幅值作为检测统计量, 与门限进行比较后判断目标的有无。因此, 采用 FRFT 检测杂波背景下的动目标具有很大的优越性, 国内外的学者对该领域进行了大量的研究, 并提出了一系列基于 FRFT 的动目标检测方法, 同时, 采用 FRFT 能够得到目标运动的精细特征, 因此也成为目标识别的方法之一。根据应用背景不同, 主要分为五个方面。

#### 3.1 高速微弱动目标检测

目标的高速运动和较远的雷达观察距离导致多普勒模糊、距离模糊和低 SNR 等问题, 使得高速微弱动目标检测一直以来是弹道目标、空间目标的预警和探测以及外辐射源雷达信号处理领域的难题。利用长时间相参处理进行信号积累是提高微弱运动目标检测能力的一种有效方法, 可改善检测信杂比 (Signal to Clutter Ratio, SCR), 即利用时间换取能量<sup>[29]</sup>。在实现高速微弱目标长时间相参积累前, 通常需要对回波进行距离徙动补偿和多普勒频率徙动补偿<sup>[30]</sup>, 相参积累的有效性取决于补偿效果。现有的距离徙动补偿方法包括: Keystone 变换法、包络对齐法、检测前跟踪法和时频分析法等。针对多普勒徙动补偿, 主要方法包括: 多项式相位法、解线调法以及 Wigner-Hough 变换法等。由于传统采用 Fourier 变换的相参积累技术仅是对含线性相位信号的最佳匹配滤波器, 而目标径向加速度产生二次相位调制, 因此会导致积累增益下降。此时, 可借鉴 MTD 多普勒滤波器组的思想, 将  $p$  阶 FRFT 看成一组扫频滤波器组, 采用 FRFT 同时对中心频率和调频率补偿, 然后通过构建 FRFT 域 ( $p, u$ ) 检测单元图对动目标进行恒虚警检测, 如图 2 所示, 使得 FRFT

适于实现二次相位补偿的长时间相参处理,有效增强雷达在强杂波背景下对微弱运动目标的检测能力<sup>[31]</sup>。外辐射源雷达发射功率低,在探测高速、加速运动目标时尤其需要长时间积累,杨金禄等人提出了基于包络插值和 FRFT 的数字电视辐射源雷达徙动补偿算法,使积累时间的增加不再受目标徙动的限制,为提高数字电视辐射源雷达的探测性能提供了一种有效的方法<sup>[32]</sup>。

### 3.2 SAR 成像和动目标检测

随着成像环境和成像对象的不断扩展,成像过程中越来越多地涉及非平稳信号,特别是 LFM 信号的处理问题,例如动目标的 SAR 回波信号在方位向表示为 LFM 信号,以及目标转动和振动的多普勒回波也近似为调幅-LFM 信号。FRFT 对 LFM 信号有着良好的检测和参数估计性能,可以精确地估计出目标运动的两个关键参数:多普勒调频率和多普勒中心频率,既不存在交叉项的干扰,又具有很高的时频分辨率,因而 FRFT 适合处理 SAR 对动目标的成像和检测问题。研究表明正侧视情况下的机载 SAR 地面运动目标回波可近似为 LFM 信号,在此基础上,孙泓波等人提出了基于 FRFT 的机载 SAR 运动目标检测方法,有效地消除了 LFM 信号的时频耦合特性对信号检测的影响<sup>[33]</sup>。文献<sup>[34]</sup>采用 FRFT 替代 chirp scaling 成像算法(简称 CSA)中的 FFT,可以获得较 CSA 更好的聚焦效果。2008 年,邓彬等人针对传统的基于 FRFT 的 SAR 地面运动目标检测方法的不足,重点解决了机载 SAR 多运动目标检测和成像问题<sup>[35]</sup>。随后,人们又将 FRFT 应用于 MIMO 雷达 SAR 成像<sup>[36]</sup>、导航卫星无源雷达 SAR 运动目标成像<sup>[37]</sup>以及地面动目标指示(Ground

Moving Target Indicator, GMTI)<sup>[38]</sup>等领域,可同时得到运动目标方位位置和多普勒中心频率估计。ISAR 雷达通过发射宽带信号实现径向高分辨,利用目标相对雷达姿态变化产生的多普勒实现横向高分辨,从而获得目标二维高分辨图像,目标回波经过运动补偿后,通常采用距离多普勒(Range Doppler, RD)算法进行成像,但 RD 算法在目标尺寸较大,发生距离单元走动时,容易产生 ISAR 像模糊。此时,也可采用 FRFT 对多普勒域进行尺度变换,实现多普勒频率与信号频率的解耦合,无需距离单元走动校正即可获得清晰的 ISAR 像<sup>[39]</sup>。若目标平稳运动,并且在很短的成像时间内,目标相对雷达视线可认为做均匀转动,而当目标又同时存在机动时,则均匀转动的假设不再成立,引起的相位误差会使散射点的多普勒谱展宽,ISAR 像模糊。为此,人们利用 FRFT 提取最大功率散射点对应的调频信号,并以该信号为参考信号消除目标平动引起的相位误差,从而得到非均匀转动参数的最优估计<sup>[40]</sup>。

### 3.3 反辐射导弹检测

反辐射导弹(Antiradiation Missile, ARM)是现代战争中打击雷达等辐射电磁波源的有力武器,雷达是否能检测出 ARM 是保证雷达生存的最基本手段之一。一般在载机瞄准式发射 ARM 时,载机处于匀速运动状态,而导弹作匀加速运动,因此载机的回波信号为单频信号,而 ARM 回波信号则为 LFM 信号,则对 ARM 的检测问题也转变成单频信号干扰和低 SNR 背景下的 LFM 信号检测问题。2007 年,张仕元等人应用 FRFT 来检测 ARM,在频域作遮隔处理,去掉载机的单频信号分量,并采用分数阶自相关来完成 ARM 的检测与参

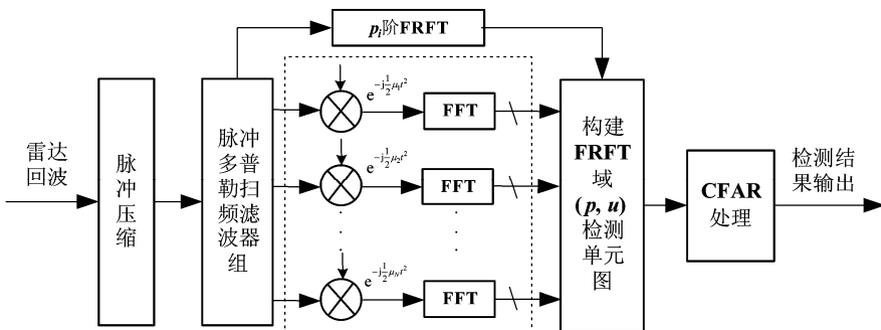


图 2 基于 FRFT 的加速度补偿相干积累检测原理框图

Fig. 2 Diagram of Coherent integration detection with acceleration compensation based FRFT

数估计<sup>[41]</sup>。随后,方前学等人针对 ARM 雷达回波信号的 LFM 特性,采用 FRFT 直接检测 ARM 信号,根据调频率和变换阶数的关系,大致确定变换阶数搜索范围,能够提高检测效率<sup>[42]</sup>。另外,也有文献利用单频信号和 LFM 信号的 FRFT 域特性检测 ARM 信号,如正负对称旋转角的 FRFT 模值特性、时移特性<sup>[43]</sup>和共轭 FRFT 模值特性<sup>[44]</sup>等,可有效消除载机信号的干扰,并对背景噪声有一定的抑制作用。

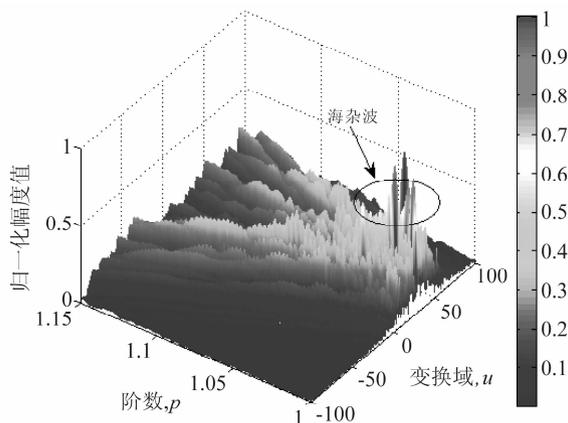
### 3.4 海洋动目标检测

#### 3.4.1 海面动目标检测

海杂波中微弱目标尤其是“低(低掠射角)、慢(静止或慢速运动)、小(目标尺寸小)”目标的检测技术始终是雷达信号处理领域的难题,不仅具有理论重要性,而且在军用和民用上均占有非常重要的地位,如海面目标的检测在船舶的安全航行、浮冰规避和海洋环境的监测等。海杂波中微弱目标的共同点是,由于雷达分辨率低、距离远、背景强等因素,无论是在时域还是在频域,目标分辨单元中的信杂(噪)比都很低,海杂波会淹没微弱目标信号,能量积累效果差,这些都严重降低了检测性能。与地物杂波不同,海面的粗糙程度要远远高于地面,并且海面不断地运动起伏,幅值分布复杂,在例如低掠射角以及高海情的条件下,大量的杂波尖峰还会造成严重虚警。经典的基于统计理论<sup>[45]</sup>和混沌、分形<sup>[46]</sup>的强海杂波背景下的目标检测,由于受到模型匹配、SCR、算法复杂度和通用性的制约,难以满足雷达高检测概率,高稳定性和可靠性的要求。

由于 FRFT 在动目标检测和估计中的优势,将 FRFT 引入到海面动目标检测中,分析海杂波在 FRFT 域的幅值特性和相关性,不仅不需要估计海杂波的模式参数,而且能估计出目标的运动参数,从而获得目标的运动状态。图 3 给出了 IPIX 雷达海杂波和动目标回波的 FRFT 谱图分布。可知,一方面,海杂波在 FRFT 域幅值具有一定的起伏,在变换阶数  $p=1$  (频域)周围的 FRFT 谱能量分布相对集中,同样现出大尺度波浪的 Bragg 谱占主要部分;另一方面,在小变换角( $p=1.02$ ),FRFT 谱也有较大的幅值,表明海杂波也具有微弱变化的加速度,反映出海面回波信号的频率在一定时间范围内产生变化,在频域体现为多普勒谱峰的展宽或频移。FRFT 对 LFM 信号有很好的能量聚集性使

得海杂波背景下运动目标的回波在 FRFT 域形成明显峰值,在合适的 SCR 下,通过设置的门限判定是否存在目标,并根据峰值点位置,估计目标的运动参数。然而,随着海况的提高,SCR 降低,微弱信号的 FRFT 幅值被受海杂波峰值所遮蔽,容易造成虚警,因此需要抑制海杂波,以进一步提高 SCR。国内外涉及这一问题的相关研究较少,文献[14]给出了两种海杂波背景下的微弱匀加速运动目标检测方法,分别为延迟 FRFT 模值对消和对称旋转角模值对消法,达到低 SCR 下有效的检测出匀加速运动目标的效果,但算法仅适用于建模为单频信号分量的杂波背景下的匀加速运动目标检测,通用性不强。随后,陈小龙等人根据海杂波和动目标回波的 FRFT 幅值的粗糙程度,首次研究了两者在 FRFT 域的分形特征,并利用 FRFT 域分形特征差异来检测动目标,克服了时域分形方法无法检测运动目标的缺点<sup>[47]</sup>。针对强海杂波背景下的目标检测问题,文献[20]将自适应谱线增强方法(Adaptive Line Enhancer, ALE)和 FRFT 的时频分析方法相结合,提出了一种基于 FRFT 的归一化泄露 LMS 自适应动目标检测器,实测数据表明算法能够有效抑制海杂波和背景噪声,图 4 给出了此方法对 S 波段实测雷达动目标回波信号的检测结果,可以看出此方法在最大程度地积累目标能量的同时能够滤除大部分海杂波,大大提高了雷达的检测性能。海面弱目标在运动过程中加速度的不稳定会产生高次项,对高次项信号的检测也是对海面动目标检测的一个有效途径,为此,文献[48]引入了分数阶模糊函数(Fractional Ambiguity Function, FRAF),适用于检测具有加加速度的运动目标。



(a) 海杂波回波的 FRFT 幅值图  
(a) FRFT module of sea clutter

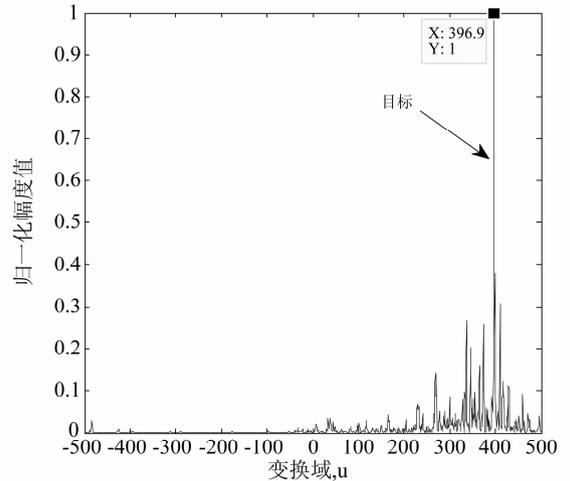
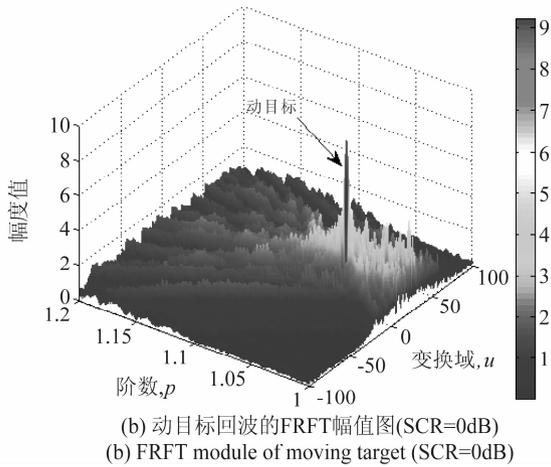
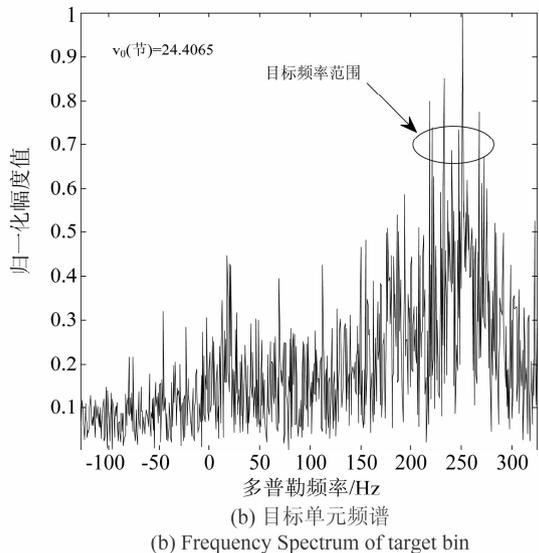
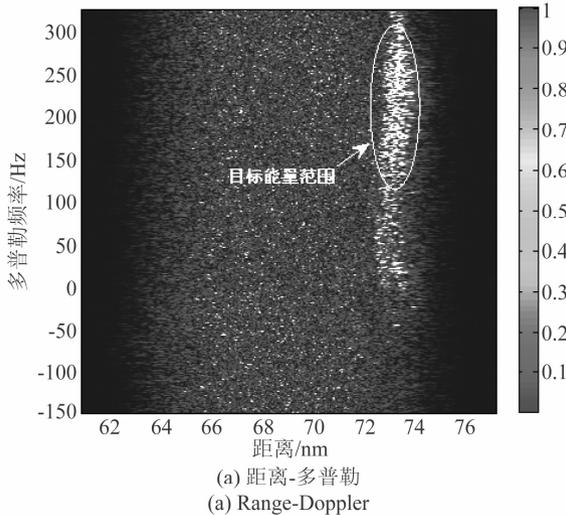


图 3 IPIX 雷达海杂波和动目标回波的 FRFT 谱图分布

Fig. 3 Spectrum distributions of sea clutter and moving target in FRFT domain with IPIX radar data

图 4 实测海面动目标检测结果(S波段对海警戒雷达)

Fig. 4 Detection result of moving target at sea using real radar data (S-band sea surveillance radar)



### 3.4.2 水下动目标检测

声纳、鱼雷和海底探测等水声传感器通过对目标回波的处理来获取目标的参数,如目标的速度、距离和方位等,其中,目标的径向运动速度估计是水下信息处理的重要研究内容之一。主动传感器通过估计回波信号与发射信号之间的时延和多普勒伸缩因子来估计目标距离和相对径向速度。传统的匹配滤波技术,对于未知目标速度的检测和估计需要多个副本来覆盖目标的速度范围,容易造成回波和样本失配。由于水下信道存在混响和快速衰减的特性,水声传感器广泛采用 chirp 波形。2005 年, Madalina Barbu 等人基于体积搜索声纳 (Volume Search Sonar, VSS),首次采用 FRFT 增强声纳回波信号,并与频域处理方法作了比较,结果体现出 FRFT 算法的优越性<sup>[7]</sup>。随后, Roshen Jacob 等人详细讨论了 FRFT 在主动声纳和截获声纳中的应用,推导了变换角和调频率的关系,能够检测和估计多分量 LFM 信号<sup>[49]</sup>。文献[50]研究了基于 FRFT 的水下目标的速度和距离联合估计问题,仅用单调线性调频脉冲就可以同时完成水下动目标检测。水下主动探测不可避免地受到混响的干扰,运动目标在匀加速运动时,单频发射脉冲的回波信号经过距离压缩后可视为 LFM 信号,梁红等人利用 FRFT 对 LFM 信号的能量聚集性,并将四阶累积量作为后置处理算子抑制混响,能够有效地在混响背景中检测和识别运动目标回

波<sup>[51]</sup>。研究表明,基于 FRFT 的方法可在水下动目标探测中抑制海底混响干扰,提高信混比。

### 3.5 雷达信号识别

传统的目标识别方法大多是采用目标强散射中心的位置和幅度信息,基于高分辨距离像,但是由于目标幅度散射中心位置和幅度的随机性,以及高分辨距离像对目标姿态的敏感性,使得仅通过幅度起伏的识别方法变得困难。近年来,人们考虑如何在时频面上进行特征提取,FRFT 由于具有额外的自由度(旋转角度),因此能够提供更多的目标特征信息,进而利用特征差异进行目标识别。研究表明,当声纳发射 LFM 信号时,水下目标(如水雷)的回波能量集中在某个 FRFT 域,表现为明显的峰值,文献[52]采用 FRFT 进行目标识别,然后通过支持向量机(Support Vector Machine, SVM)或奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)方法对 FRFT 谱进行识别分类,实验表明此方法具有良好的识别率。谢德光等人采用 FRFT 作为高分辨距离像时频特征的提取工具,使用主分量分析(Principle Component Analysis, PCA)进行特征降维,较好地实现了目标识别功能<sup>[53]</sup>。由于现代雷达已同时具备脉宽、载频、重频等参数的捷变和跳变功能,容易造成常规信号分选方法性能下降。为此,人们借助 FRFT 和高阶矩的相关理论,通过动态聚类法对提取出的包络曲线峰值所对应的  $\alpha$  值、峰值大小及包络曲线峰度特征进行分类,达到分选空间雷达辐射源信号的目的<sup>[54]</sup>。低截获概率(Low Probability of Intercept, LPI)信号具有良好的抗干扰性和隐蔽性,对其调制信号的识别和分类问题成为难题,而 LPI 信号多表现为调频信号,因此其在 FRFT 域表现的不同分布特征也可作为 LPI 信号识别与分类的主要依据<sup>[55]</sup>。

## 4 研究展望

基于 FRFT 的动目标检测技术是最近几年兴起的一个热点研究领域,有着巨大的潜在优势,已受到国内外学者的广泛关注。到目前为止,基于 FRFT 的动目标检测和识别技术大部分仍然集中在理论探索阶段,一些简单的仿真结果表明了其可行性,但实际应用仍有许多亟待解决的技术难题,具体来说,可在以下几个方面进一步展开研究。

### 1) 最佳变换角的估计问题

FRFT 运算最重要的是最佳变换角的确定,而目前的方法仍无法很好地平衡估计精度和运算量之间的矛盾,没有摆脱变换域参数二维搜索的局限,更进一步制约了 FRFT 在实际工程中的应用。由于最佳变换角与目标的运动状态尤其是加速度密切相关,而目标的有无未知,此时,可充分考虑各种实际因素的影响,根据待检测目标的类别大致判断加速度的范围,并结合寻优方法,进一步设计最优变换角的搜索方法,提高运算效率。

### 2) FRFT 域杂波抑制问题

杂波背景中的动目标检测技术始终是雷达信号处理领域的难题,FRFT 在积累目标能量的同时,也会积累部分杂波能量;另外,在高海况时,海面起伏变剧烈、粗糙,海杂波的幅度和多普勒均随时间变化,“快变信号”产生非 Bragg 谱使得多普勒的中心频率偏移或展宽<sup>[56]</sup>,强杂波的 FRFT 幅值会严重影响对动目标的检测,降低了雷达目标的检测性能。将 FRFT 理论与统计处理方法<sup>[20]</sup>、分形理论<sup>[47]</sup>、模糊数学和其他变换方法,如经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)<sup>[57]</sup>等方法相结合运用,以提高杂波的抑制能力。

### 3) 非 LFM 信号的检测和估计问题

FRFT 对 LFM 信号有较好的能量聚集性,但在实际应用中,待检测信号具有某种特殊的时频特性,而该时频特性不能用少量参数来建模,例如,天波超视距雷达以及地波超视距雷达中的长时间积累使得目标回波为非 LFM 信号,其相位和多普勒频移是关于时间的光滑函数<sup>[58]</sup>。目标或目标部件除质心平动以外的振动和转动等微小运动,如直升机旋翼以及军舰和装甲车上天线的转动,舰船的颠簸和摆动以及弹道导弹弹头的章动和劲动等,其目标回波均为调幅-调频信号,并且运动目标在加速过程中由于发动机的变化和 不稳定,其回波可能会产生高次相位。广泛使用的 Wigner 分布、FRFT、模糊函数等时频分析方法一般仅对二次相位信息有很好的分析效果,对三次相位信息就有些无能为力。此时,一方面可采用近似分段的方法,将非 LFM 信号进行时间分段,每个时间段内近似表示为 LFM 信号;另一方面,直接设计与非 LFM 信号形式相匹配的基函数,使得非 LFM 信号在此基函数上能量得到最大程度地积累,如 FRAF。另外,近年来,国内外关于稀疏表示的研究成果层出不穷<sup>[59][60]</sup>,基于信号稀疏

表示的信号处理方法通过构造超完备的字典达到提高分辨率的效果,可以得到信号非常简洁的表达(稀疏表示),由于字典可以自适应地根据信号本身的特点灵活选取,因此非常适合分析非 LFM 信号。

#### 4) FRFT 的改进算法设计与应用

FRFT 是一种统一的时频分析方法,可理解为将时频面以角度  $\alpha$  作一定旋转,传统意义下的相关、卷积和功率谱等定义仅限于在时域或频域进行,而 FRFT 的出现及应用可将其推广到任意分数阶 Fourier 域,由此定义出一些有用的分数阶算子和分数阶变换<sup>[61][62]</sup>,可用于处理和分析非平稳信号。FRFT 由于增加了变换角度一维自由参数而增加了信号维度,增加了信息量,通过扩展额外的维度,可将 FRFT 进一步推广为线性正则变换(Linear Canonical Transform, LCT)<sup>[63][64]</sup>,LCT 具有 3 个自由参数,不仅可对时频轴进行旋转,也可进行拉伸与扭曲变换,相较于 FRFT 的 1 个自由参数和 Fourier 变换的 0 个自由参数,LCT 具有更强的灵活性,因此针对 FRFT 无法妥善处理的复杂非平稳信号,LCT 能够得到更好的处理效果。另外,FRFT 本身缺少时域定位功能,因此,通过在 FRFT 中加入滑动的短时窗函数,得到短时 FRFT(Short-time FRFT, STFRFT)<sup>[65]</sup>,能够完成整个时间上的信号局部性质分析,可得到任意时刻的该段信号的频率变化,极大扩展了 FRFT 的应用范围,同时也为非 LFM 信号的检测和估计问题提供了有效的技术途径。

#### 5) FRFT 的工程应用问题

一方面,FRFT 的离散化会导致栅栏效应;另一方面,FRFT 需要对目标信号进行相参积累,适用于相参体制的雷达信号处理,并且需要较长的观测时间以达到足够的脉冲数量,以满足较高的估计精度和检测概率的要求,但实际雷达波束照射目标时间短,用于积累的脉冲个数往往很难满足要求。另外,数据样本的减少对 SNR 的影响及解决途径同样值得关注。

## 5 结束语

本文着眼于 FRFT 理论在非平稳信号处理领域中的应用,总结了基于 FRFT 的 LFM 信号检测与估计方法,重点介绍了 FRFT 在动目标检测和识别中的应用现状、发展前景以及当前存在的问题。通过对其发展历程和应用场景的回顾与总结,可以发现 FRFT 已在

目标检测领域中发挥着重要作用,是继 Fourier 变换后又一重要的变换方法,已经成为分析非平稳、非线性问题的理想手段。目前,FRFT 理论和应用在很多方面并不像 Fourier 变换那样成熟,其应用领域有待于进一步开拓。FRFT 推动雷达信号处理研究发展的同时,必将从该领域的应用中反馈新的问题,从而进一步丰富和推动 FRFT 的发展。

#### 参考文献

- [1] E. U. Condon. Immersion of the Fourier transform in a continuous group of functional transformations[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1937, 23(3): 158-164.
- [2] Namias V. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics[J]. Journal of Institute Applied Math, 1980, 25(3): 241-265.
- [3] McBride A C, Kerr F H. On Namia's fraction Fourier transform[M]. IMA. J. of Appl. Math., 1987, 39: 159-175.
- [4] Almeida L B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(11): 3084-3091.
- [5] Ozaktas H M, O Kutay M A, Bozdagi G. Digital computation of the fractional Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(9): 2141-2150.
- [6] S. N. Sharma, Rajiv Saxena, S. C. Saxena. Tuning of FIR filter transition bandwidth using fractional Fourier transform[J]. Signal Processing, 2007, 87(12): 3147-3154.
- [7] Madalina Barbu, Edit J. Kaminsky, Russell E. Trahan. Sonar signal enhancement using fractional Fourier transform[C]. Proc. of SPIE Automatic Target Recognition XV, 2005, 5807: 170-177.
- [8] Savalonas M. A., Chountasis S.. Noise-resistant watermarking in the fractional Fourier domain utilizing moment-based image representation[J]. Signal Processing, 2010, 90(8): 2521-2528.
- [9] Gabriella Cincotti. Optical OFDM based on the fractional Fourier transform[C]. Proc. of SPIE: Next-Generation Optical Communication: Components, Sub-Systems, and Systems, 2012, 828409: 1-5.
- [10] Elgamel S. A., Soraghan J.. Enhanced monopulse tracking radar using optimum fractional Fourier transform [J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2011, 5(1): 74-82.

- [11] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [12] Ran Q. W., Daniel S. Yeung, Eric C. C. Tsang, Wang Q.. General multifractional Fourier transform method based on the generalized permutation matrix group [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(1): 83-98.
- [13] Ding K. H., Ding Q., Run Z. L.. Parameters estimation of LFM signal based on fractional order cross spectrum [C]. 2011 International Conference on Electronic and Mechanical Engineering and Information Technology, Harbin, China, August 2011: 654-656.
- [14] 关键, 李宝, 刘加能, 张建. 两种海杂波背景下的微弱匀加速运动目标检测方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(8): 1898-1902.  
Guan J., Li B., Liu J. N., Zhang J.. Two approaches of detecting weak moving target with constant acceleration in sea clutter[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2009, 31(8): 1898-1902. (in Chinese)
- [15] Qi L., Tao R., Zhou S. Y.. Detection and parameter estimation of multi-component LFM signals based on the fractional Fourier transform[J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2004, 47(2): 184-198.
- [16] Chen X. L., Guan J.. A fast FRFT based detection algorithm of multiple moving targets in sea clutter[C]. 2010 IEEE Radar Conference, Washington DC, US, May 2010: 402-406.
- [17] 卫红凯, 王平波, 蔡志明, 姚万军. 分数阶 Fourier 变换极值搜索算法研究[J]. 电子学报, 2010, 12(12): 2949-2952.  
Wei H. K., Wang P. B., Cai Z. M., Yao W. J.. Study of algorithm for extremum seeking in the fractional Fourier transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 12(12): 2949-2952. (in Chinese)
- [18] Serbes A., Durak L.. Optimum signal and image recovery by the method of alternating projections in fractional Fourier domains [J]. Commun Nonlinear Sci Numer. Simulat, 2010, 15: 675-689.
- [19] Li X., Jiang Y. Y.. Golden-section peak search in fractional Fourier domain[C]. 2011 International Conference on Electric Information and Control Engineering, Wuhan, China, April 2011: 15-17.
- [20] Guan J., Chen X. L., He Y.. Adaptive fractional Fourier transform-based detection algorithm for moving target in heavy sea clutter[J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2012, 6(5): 389-401.
- [21] 罗蓬, 刘开华, 黄翔东, 于洁潇. 高精度 LFM 信号参数估计的谱校正方法[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(6): 1237-1242.  
Luo P., Liu K. H., Huang X. D., Yu J. X.. High accuracy parameter estimation for LFM signals based on spectrum correction[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(6): 1237-1242. (in Chinese)
- [22] Zhang C. J., Ren L. L., Li N.. The improved parameter estimation method based on fractional Fourier transform [C]. 2011 IEEE International Conference on Computer Science and Automation Engineering, Shanghai, China, June 2011: 11-15.
- [23] Kamallesh Kumar Sharma, Shiv Dutt Joshi. Time delay estimation using fractional Fourier transform [J]. Signal Processing, 2007, 87: 853-865.
- [24] Tao R., Li X. M., Li Y. L., Wang Y.. Time-delay estimation of chirp signals in the fractional Fourier domain [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(7): 2852-2855.
- [25] 刘建成, 王雪松, 刘忠, 王国玉. 基于分数阶 Fourier 变换的 LFM 信号参数估计精度分析[J]. 信号处理, 2008, 24(2): 197-200.  
Liu J. C., Wang X. S., Liu Z., Wang G. Y.. Parameters resolution of LFM signal based on fractional Fourier transform[J]. Signal Processing, 2008, 24(2): 197-200. (in Chinese)
- [26] 陈小龙, 王国庆, 关键, 何友. 基于 FRFT 的动目标检测模型与参数估计精度分析[J]. 现代雷达, 2011, 33(5): 39-45.  
Chen X. L., Wang G. Q., Guan J., He Y.. Model of moving target detection and precision analysis of parameter estimation based on FRFT[J]. Modern Radar, 2011, 33(5): 39-45. (in Chinese)
- [27] Liu F., Xu H. F., Tao R., Wang Y.. Research on resolution between multi-component LFM signals in the fractional Fourier domain[J]. Science China Information Sciences, 2012, 55(6): 1301-1312.
- [28] 庞存锁. 基于离散多项式相位变换和分数阶傅里叶变换的加速目标检测算法[J]. 电子学报, 2012, 40(1):

- 184-188.
- Pang C. S. . An accelerating target detection algorithm based on DPT and fractional Fourier transform[J]. *Acta Electronic Sinica*, 2012, 40(1): 184-188. (in Chinese)
- [29] 杨志伟, 贺顺, 吴孙勇. 天基雷达高速微弱目标的积累检测[J]. *宇航学报*, 2011, 32(1): 109-114.
- Yang Z. W. , He S. , Wu S. Y. . A long-term accumulated detection approach to high speed weak target from Space-borne radars [J]. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(1): 109-114. (in Chinese)
- [30] 张南, 陶然, 王越. 基于变标处理和分数阶傅里叶变换的运动目标检测算法[J]. *电子学报*, 2010, 38(3): 683-688.
- Zhang N. , Tao R. , Wang Y. . A target detection algorithm based on scaling processing and fractional Fourier transform[J]. *Acta Electronic Sinica*, 2010, 38(3): 683-688.
- [31] Tao R. , Zhang N. , Wang Y. . Analysing and compensating the effects of range and Doppler frequency migrations in linear frequency modulation pulse compression radar [J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2011, 5(1): 12-22.
- [32] 杨金禄, 单涛, 陶然. 数字电视辐射源雷达的相参积累徙动补偿方法[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(2): 407-411.
- Yang J. L. , Shan T. , Tao R. . Method of migration compensation in coherent integration for digital TV based passive radar [J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2011, 33(2): 407-411. (in Chinese)
- [33] Sun H. B. , Liu G. S. , Gu H. . Application of the fractional Fourier transform to moving target detection in airborne SAR [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(4): 1416-1424.
- [34] Amein A. S. , Soraghan J. J. . A new chirp scaling algorithm based on the fractional Fourier transform[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12(10): 705-708.
- [35] 邓彬, 秦玉亮, 王洪强, 黎湘. 一种改进的基于 FrFT 的 SAR 运动目标检测与成像方法[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(2): 326-330.
- Deng B. , Qin Y. L. , Wang H. Q. , Li X. . A modified method of SAR moving target detection and Imaging based on fractional Fourier transform[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2008, 30(2): 326-330. (in Chinese)
- [36] Wang W. Q. . MIMO-based SAR ground moving target detection approach[C]. 2011 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, Shenzhen, China, March 2011: 608-611.
- [37] Ma P. G. , Qi L. , Chen E. Q. , Ning Z. . Navigation satellite passive radar moving target detection and SAR imaging based on FRFT[C]. First International Conference on Pervasive Computing Signal Processing and Applications, Harbin, China, September 2010:767-770.
- [38] Baumgartner S. V. , Krieger G. . Acceleration-independent along-track velocity estimation of moving targets[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2010, 4(3): 474-487.
- [39] 曹敏, 付耀文, 黎湘, 庄钊文. 基于 FRFT 的大型平稳目标 ISAR 成像算法[J]. *信号处理*, 2009, 25(9): 1458-1462.
- Cao M. , Fu Y. W. , Li X. , Zhuang Z. W. . A new ISAR imaging algorithm for steadily flying big targets based on FRFT[J]. *Signal Processing*, 2009, 25(9): 1458-1462. (in Chinese)
- [40] 徐会法, 刘锋, 邹士杰, 陶然. 基于 FRFT 的非均匀转动目标 ISAR 自聚焦算法[J]. *光电技术应用*, 2009, 24(3): 67-71.
- Xu H. F. , Liu F. , Qiu S. J. , Tao R. . Novel ISAR autofocus algorithm for the target with non-uniform rotation based on fractional Fourier transform [J]. *Electro-optic Technology Application*, 2009, 24(3): 67-71. (in Chinese)
- [41] 张仕元, 吴乐南. 基于分数阶傅里叶变换的反辐射导弹检测技术[J]. *信号处理*, 2007, 23(3): 336-338.
- Zhang S. Y. , Wu L. N. . ARM detection based on fractional Fourier transform[J]. *Signal Processing*, 2007, 23(3): 336-338. (in Chinese)
- [42] 方前学, 王永良, 王首勇. 基于分数阶傅立叶变换的 ARM 检测技术[J]. *国防科技大学学报*, 2008, 30(5): 90-93.
- Fan Q. X. , Wang Y. L. , Wang S. Y. . ARM detection technique based on fractional Fourier transform[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2008, 30(5): 90-93. (in Chinese)
- [43] 李宝, 关键, 刘加能, 郭海燕. 基于分数阶 Fourier 变

- 换的反辐射导弹检测技术[J]. 信号处理, 2009, 25(10): 1639-1643.
- Li B., Guan J., Liu J. N., Guo H. Y.. ARM detection in fractional Fourier transform domain[J]. Signal Processing, 2009, 25(10): 1639-1643. (in Chinese)
- [44] 尹德强, 李文海. 基于共轭 FRFT 模对消的反辐射导弹检测[J]. 雷达科学与技术, 2012, 10(1): 71-73.
- Yin D. Q., Li W. H.. ARM detection based on conjugated FRFT[J]. Radar Science and Technology, 2012, 10(1): 71-73. (in Chinese)
- [45] Guan J., Zhang Y. F., Huang Y.. Adaptive subspace detection of range-distributed target in compound-Gaussian clutter[J]. Digital Signal Processing, 2009, 19(1): 66-78.
- [46] Guan J., Liu N. B., Huang Y., He Y.. Fractal characteristic in frequency domain for target detection within sea clutter[J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2012, 6(5): 293-306.
- [47] 陈小龙, 刘宁波, 宋杰, 关键, 何友. 海杂波 FRFT 域分形特征判别及动目标检测方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(4): 823-830.
- Chen X. L., Liu N. B., Song J., Guan J., He Y.. Fractal feature discriminant of sea clutter in FRFT domain and moving target detection algorithm[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2011, 33(4): 823-830. (in Chinese)
- [48] 郭海燕, 关键. 基于分数阶模糊函数调频率延时对消的运动弱目标检测[J]. 信号处理, 2011, 27(5): 760-764.
- Guo H. Y., Guan J.. Weak target detection based on LFM-delay fractional ambiguity in sea clutter[J]. Signal Processing, 2011, 27(5): 760-764. (in Chinese)
- [49] Roshen Jacob, Tessamma Thomas, A. Unnikrishnan. Applications of fractional Fourier transform in sonar signal processing[J]. IETE Journal Research, 2009, 55(1): 16-27.
- [50] 马艳, 罗美玲. 基于分数阶傅里叶变换水下目标距离及速度的联合估计[J]. 兵工学报, 2011, 32(8): 1030-1035.
- Ma Y., Luo M. L.. FRFT-based joint range and radial velocity estimation of underwater target[J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(8): 1030-1035. (in Chinese)
- [51] 梁红, 刘劲波. 一种混响中高速运动目标检测方法[J]. 鱼雷技术, 2009, 17(5): 44-47.
- Liang H., Liu J. b.. A method of high speed moving target detection in reverberation[J]. Torpedo Technology, 2009, 17(5): 44-47. (in Chinese)
- [52] Li T. T., Li X. K., Xia Z.. Classification of underwater mines by means of the FRFT and SVM[C]. IEEE International Conference on Information and Automation, Harbin, China, June 2010: 1824-1829.
- [53] 谢德光, 张贤达. 基于分数阶 Fourier 变换的雷达目标识别[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2010, 50(4): 485-488.
- Xie D. G., Zhang X. D.. Radar target recognition based on fractional Fourier transform[J]. J Tsinghua Univ (Sci & Tech), 2010, 50(4): 485-488. (in Chinese)
- [54] 司锡才, 柴娟芳. 基于 FRFT 的  $\alpha$  域-包络曲线的雷达信号特征提取及自动分类[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(8): 1892-1897.
- Si X. C., Chai J. F.. Feature extraction and auto-sorting to envelope function of rotation angle  $\alpha$  domain of radar signals based on FRFT[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2009, 31(8): 1892-1897. (in Chinese)
- [55] 袁伟明, 王敏, 吴顺君. 低截获概率雷达信号的调制识别研究[J]. 信号处理, 2006, 22(2): 153-156.
- Yuan W. M., Wang M., Wu S. J.. Study on modulation and recognition for LPI radar signals[J]. Signal Processing, 2006, 22(2): 153-156. (in Chinese)
- [56] P. H. Y. Lee, J. D. Barter, E. Caponi, M. Caponi, C. L. Hindman, B. M. Lake, H. Rungaldier. Wind-speed dependence of small-grazing-angle microwave backscattering from sea surfaces. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1996, 44(3): 333-340.
- [57] Sherif A. Elgamel, John J. Soraghan. Using EMD-FrFT filtering to mitigate very high power interference in chirp tracking radars [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(4): 263-266.
- [58] 许述文, 水鹏朗, 杨晓超. 基于 FRFT 的非线性调频信号双特征检测方法[J]. 中国科学: 信息科学, 2011, 41(10): 1200-1209.
- Xu S. W., Shui P. L., Yang X. C.. Double-characters detection of nonlinear frequency modulated signals based on FRFT[J]. Sci China Ser F-Inf Sci, 2011, 41(10): 1200-1209. (in Chinese)

- [59] Ayush Bhandari, Pina Marziliano. Sampling and reconstruction of sparse signals in fractional Fourier domain[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(3): 221-224.
- [60] Wang J., Byonghyo Shim. On the recovery limit of sparse signals using orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(9): 4973-4976.
- [61] Rafael Torres, Pierre Pellat-Finet, Yezid Torres. Fractional convolution, fractional correlation and their translation invariance properties[J]. Signal Processing, 2010, 90: 1976-1984.
- [62] 陈小龙, 黄勇, 关键, 何友. 改进的一维时变海面模型及其分数阶功率谱研究[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(8): 1897-1904.  
Chen X. L., Huang Y., Guan J., He Y.. Study on the fractional power spectrum of the improved 1-D time-varying sea surface model[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2012, 34(8): 1897-1904.
- [63] Soo-Chang Pei, Jian-Jiun Ding. Eigenfunctions of linear canonical transform[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2002, 50(1): 11-26.
- [64] Kit-Ian Kou, Rui-Hui Xu. Windowed linear canonical transform and its applications [J]. Signal Processing, 2012, 92: 179-188.
- [65] Li Y. L., Tao R., Wang Y.. Short-time fractional Fourier transform and its applications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5): 2568-2580.

### 作者简介



陈小龙(1985-),男,山东烟台人。海军航空工程学院博士研究生,主要研究方向:海杂波中的微弱目标检测、变换域检测技术。E-mail:cxlxll209@163.com



关键(1968-),男,辽宁锦州人。毕业于清华大学,获工学博士学位,现为海军航空工程学院教授、博士生导师,主要研究方向为雷达目标检测与跟踪、侦察图像处理和信息融合。获全国优秀博士学位论文奖,新世纪百千万人才工程国家级人选。E-mail:guanjian96@tsinghua.org.cn

黄勇(1979-),男,讲师,博士,研究方向为雷达信号处理、杂波特性分析与目标检测。

何友(1956-),男,教授,博士生导师,研究方向为雷达自适应检测方法、多传感器信息融合、模式识别等。