

预测位置空间离散化的多航路中期冲突探测算法

石 磊^{1,2} 吴仁彪²

- (1. 天津大学电子信息工程学院, 天津 300072;
2. 中国民航大学智能信号与图像处理天津市重点实验室, 天津 300300)

摘 要: 为了解决高飞行密度空域中具有多段航路的飞机中期冲突探测算法的精度较低和效率不高的问题, 本文提出了一种新的中期冲突探测算法。将两飞机的航路重新划分为一系列航路片段, 使得在每一个航路片段中没有航向和速度的变化。基于 Prandini 瞬时冲突概率的思想, 计算所有航路片段的最大瞬时冲突概率, 并取冲突概率中的最大者作为两架飞机整个航路冲突发生可能性的一个极端情况的度量。其中提出了基于预测位置空间离散化的新算法来求航路片段的瞬时冲突概率, 对两飞机预测位置空间进行离散, 然后根据位置预测误差概率密度函数以及两飞机的相遇几何来求瞬时冲突概率。仿真结果表明, 相对于 Prandini 随机化算法, 本文的冲突探测算法计算效率和计算精度更高, 能够满足高密度飞行条件下具有多段航路飞机的实时冲突探测的要求。

关键词: 中期冲突探测; 多航路冲突概率; 飞机位置预测误差; 预测位置空间离散化

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2012)11-1521-08

Multi-route mid-term conflict detection algorithm based on discretization of predicted position space

SHI Lei^{1,2} WU Ren-biao²

- (1. School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Tianjin Key Lab for Advanced Signal Processing, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: To resolve the low accuracy and low efficiency problems of mid-term conflict detection algorithms under the situation of aircrafts with multi-route in high flight density airspace, a novel algorithm is proposed. In this paper, the aircrafts' routes are divided into a sequence of route segments with no heading and speed changes. Based on Prandini's instantaneous conflict probability theory, the maximum value of all the route segments' maximum instantaneous conflict probability is a criticality measure of the two aircrafts' conflict probability in their entire routes. A novel algorithm based on the discretization of predicted position space is proposed to calculate instantaneous conflict probability of route segments. Discretizing two aircrafts' predicted position space into a certain number of small rectangles of the same size, calculating the centroid of every rectangle and the probability that aircraft's position is within the rectangle according to the position prediction probability density function, the instantaneous conflict probability is calculated by cumulating the probability that an aircraft's rectangle is in conflict with another aircraft's rectangle. The simulation results show that the accuracy and efficiency of the algorithm proposed in this paper are much better than Prandini's randomized algorithm and the results of the algorithm in the paper is much more stable. It is able to meet the requirement of real-time conflict detection for aircrafts with multi-route in high flight density airspace.

Key words: Mid-term conflict detection; Multi-route conflict probability; Aircraft position prediction error; Discretization of predicted position space

1 引言

随着我国航空运输业的快速发展,空域变得异常

拥挤,空管系统面临着很大压力。自由飞行是解决空域拥挤的一个方法。美国联邦航空局(FAA)在1998年启动了自由飞行计划。自由飞行计划可以提高空域

的利用率和提高飞行的效率。自由飞行是指飞行员可以自主的选择飞行航路以及速度以利于飞行的经济性和效率性^[1]。

为了保障自由飞行的安全,需要尽早的发现飞机可能存在的冲突。飞行冲突被定义为两架或者多架飞机之间的距离小于最小分离间隔;航路飞行时水平方向上的最小分离间隔是5海里,垂直方向上的最小分离间隔在29000英尺以上高度时是2000英尺,在29000英尺以下高度时是1000英尺^[2]。

飞行冲突探测根据探测时间的不同分为长期、中期和短期探测。本文研究中期冲突探测。中期冲突探测的思想是利用飞行计划以及雷达等监测设备获得的飞机当前位置,分析飞机未来20分钟内的飞行路线及状态,来预测两飞机在未来是否会有冲突发生^[2]。

中期冲突探测方法有两类:一类是几何方法,不考虑由于风、导航跟踪以及飞行控制等因素对飞机位置的影响,对两飞机位置按照飞行计划进行线性外推,来判断20分钟内两飞机是否发生冲突。这种方法简单,但是20分钟左右时间范围内风、导航跟踪以及飞行控制等因素所累积的误差对飞行计划航迹的影响不可忽略,并且此方法只能获知两飞机是否会发生冲突,并不能获得冲突的可能性大小,冲突可能性很小的情况都被判作冲突,造成实际应用中大量的虚警。另外一类是概率方法。其中具有代表性的是Paielli提出的飞机位置预测模型以及冲突近似解析算法^[2-4]和Prandini提出的随机化算法^[5-8]。Paielli考虑到由风、导航跟踪以及飞行控制等因素引起的飞行不确定性,由超过4000架次的飞行数据得出在20分钟内,飞机位置误差增长情况,建立概率模型并给出了冲突概率的解析算法,但是此方法不能够处理飞行航路有改变的情况。Prandini的随机化方法基于Paielli提出的飞机位置的概率模型,使用随机化方法求取20分钟内的瞬时冲突概率,并取最大值作为两飞机极端情况下冲突可能性的度量,此方法可以处理飞行航路改变的情况。但是随机化方法计算量大,在空域内飞机较多时不能够进行实时冲突探测,并且由于是随机抽样,可能不会抽样到最大冲突概率时刻,造成较大的误差^[9-10]。本文基于Paielli的飞机位置概率模型和Prandini瞬时冲突概率的思想,提出了一种适用于航路改变情况的中期冲突探测算法,该算法具有计算量小,精度较高和算法稳定的优点。

2 飞机位置预测误差模型

Paielli和Erzberger经过实际飞行数据研究得出,

飞机航路飞行情况下位置预测误差沿着航向、侧向和垂直方向上是相互独立的。航向方向上的位置预测误差服从均值为0,方差为 σ_a^2 的正态分布,且位置预测误差方差随着时间 t 二次增长^[2]

$$\sigma_a^2(t) \sim r_a^2 t^2 \quad (1)$$

侧向方向上位置预测误差服从均值为0,方差为 σ_c^2 的正态分布,且位置预测误差方差 σ_c^2 与飞行距离 $s(t)$ 呈二次增长直到增长到一个饱和值 $\sigma_c^{2[7]}$

$$\sigma_c^2(t) \sim \min\{r_c^2 s^2(t), \sigma_c^{2[7]}\} \quad (2)$$

垂直方向上位置预测误差服从均值为0,方差为 σ_v^2 的正态分布,且位置预测误差方差随时间 t 二次增长^[4]

$$\sigma_v^2(t) \sim r_v^2 t^2 \quad (3)$$

本文考虑飞机沿航路进行平飞这种二维情况。我们假设飞机试图按照飞行计划飞行。

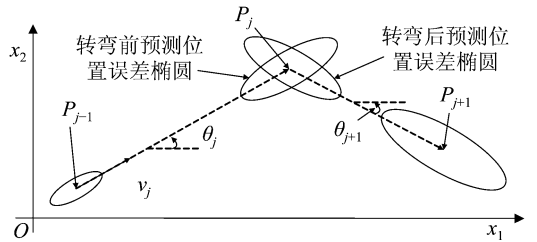


图1 飞机运动预测模型

Fig. 1 Prediction model of aircraft motion

在图1中,飞机按照飞行计划进行飞行,每一航路片段的飞行是匀速的。第一个航路片段航路起点为 P_{j-1} ,下一航路点为 P_j ,速度为 v_j ,此航路与惯性坐标系 x_1 轴正向的夹角为 θ_j 。飞机的预测位置是服从二维正态分布的随机变量。假设 t 时刻(以 P_{j-1} 点的时刻为0)的预测位置 $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$,服从 $x(t) \sim N(m(t), V(t))$,则均值

$$m(t) = R(\theta_j) \begin{bmatrix} v_j t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

飞机预测位置的均值是飞机沿着飞行计划不考虑风等不确定因素,根据速度和时间计算出的位置。

其中 $R(\theta_j)$ 是飞机自身坐标系转换到惯性坐标系的旋转矩阵

$$R(\theta_j) = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & -\sin \theta_j \\ \sin \theta_j & \cos \theta_j \end{bmatrix} \quad (5)$$

航向和侧向方向上位置的协方差为 $\bar{V}(t) = \text{diag}(\sigma_a^2(t), \sigma_c^2(t))$ 。那么惯性坐标系下协方差为

$$V(t) = R(\theta_j) \bar{V}(t) R(\theta_j)^T \quad (6)$$

对于航路改变,Prandini 在文章[7]中假设飞机的转弯是瞬间完成,同时位置预测误差椭圆也瞬间跳转到和下一段航路方向一致,并且在下一航路航向和侧向误差协方差继续随时间增长,如图 1 所示。

3 冲突概率的计算

考虑两架同一高度飞行的飞机 a 和 b ,时刻 t 两架飞机的位置为 $x^a(t), x^b(t)$ 。对于两架飞机是否冲突的判定依据是两架飞机的水平距离是否小于水平最小分离间隔 5 海里

$$\|x^a(t) - x^b(t)\| \leq 5 \quad (7)$$

基于飞机位置预测误差模型, $x^a(t)$ 和 $x^b(t)$ 分别服从二维正态分布, $x^i(t) \sim N(m^i(t), V^i(t)), i = a, b$ 。假设 $x^a(t)$ 和 $x^b(t)$ 是不相关的^[3], 那么两飞机之间的距离 $d(t)$ 服从二维正态分布, $d(t) \sim N(\mu(t), Q(t))$, 其中 $\mu(t)$ 和 $Q(t)$ 为

$$\mu(t) = m^a(t) - m^b(t) \quad (8)$$

$$Q(t) = V^a(t) + V^b(t) \quad (9)$$

在 t 时刻两飞机瞬时冲突概率为^[6]

$$PC(t) = \text{Prob}(\|x^a(t) - x^b(t)\| \leq 5) = \int_{\|x\| \leq 5} f(x, t) dx \quad (10)$$

其中

$$f(x, t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\det(Q(t))}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu(t))^T Q(t)^{-1}(x-\mu(t))} \quad (11)$$

在冲突探测时间 T 内求出最大的瞬时冲突概率 PC_{\max} 作为两飞机冲突可能性的一个度量。其中 $PC_{\max} = \sup_{t \in [0, T]} PC(t)$ 。

4 算法介绍

根据式(10)求解 t 时刻的冲突概率需要进行二维积分,直接解析求解很困难,并且如何求取冲突探测时间 T 内最大冲突概率也是一个问题。

Prandini 提出了随机化方法来求冲突探测时间 T 内的最大冲突概率。在 $[0, T]$ 时间段内,按照均匀分布抽取 N 个独立的时刻,对于每一个时刻抽取 M 个独立随机样本,每个时刻判断样本满足条件的个数,然后除以样本总数得此时刻冲突概率,选取 N 个时刻的冲突概率最大者为 PC_{\max} 。其中, $N = \lceil \ln(\delta/2)/\ln(1-\beta) \rceil, M = \lceil 1/(2\varepsilon^2) \ln(4N/\delta) \rceil$ 可以保证相应的 PC_{\max} 在 $[0, T]$ 时间段内,精度参数为 2ε ,显著性水平为 β ,置

信度为 $1-\delta^{[5-7]}$ 。

本文提出一种新的算法,用于求具有多段航路的飞机之间的冲突概率。算法的步骤为:

(1)根据两飞机的航路点情况,按照飞机到达航路点时间的先后对两飞机的航路重新划分为数目相同的多个航路片段,使得每一个航路片段都保持航向和速度不变。

(2)对两飞机相应的每一对航路片段,按照第 2 节飞机位置预测误差模型求此航路片段的位置误差协方差增长情况;求最小预测距离时刻,并求最小预测距离时刻的冲突概率为此对航路片段的最大冲突概率。其中冲突概率的求取,本文提出了一种基于预测位置空间离散化的方法。如果航路片段的最大冲突概率大于冲突门限值则进行冲突告警。

(3)求所有航路片段对的最大冲突概率的最大值作为两飞机在冲突探测时间内的冲突情况的度量,如果整个航路的最大冲突概率大于冲突门限值则进行冲突告警。

4.1 航路片段的重新划分

飞机 a 和飞机 b 的航路点位置分别为 $\{P_i^a\}, i = 1, 2, \dots, n_a$ 和 $\{P_i^b\}, i = 1, 2, \dots, n_b$ 。 n_a 和 n_b 表示飞机 a 和飞机 b 的航路点个数。其中 P_1^a 和 P_1^b 分别表示飞机 a 和飞机 b 的冲突探测的起始位置。假设两飞机冲突探测的起始时刻为 0, 飞机 a 和飞机 b 飞行到各自航路航路点的时刻分别为 $\{t_i^a\}, i = 1, 2, \dots, n_a$ 和 $\{t_i^b\}, i = 1, 2, \dots, n_b$, 其中 $t_1^a = t_1^b = 0$ 。将 $\{t_i^a\}, i = 1, 2, \dots, n_a$ 和 $\{t_i^b\}, i = 1, 2, \dots, n_b$ 合并并进行从小到大排序,获得 $\{t_k\}, k = 1, 2, \dots, n$, n 最大为 $n_a + n_b - 2$ 。则将两飞机的航路分割为 $n-1$ 个航路片段。这样使得在以时间表示的航路分段 $S_k = [t_k, t_{k+1}]$, $k = 1, 2, \dots, n-1$ 不存在航向和速度的改变。如图 2 所示,其中飞机 a 和飞机 b 各有 3 个航路点,被分别划分为 3 个航路分段。

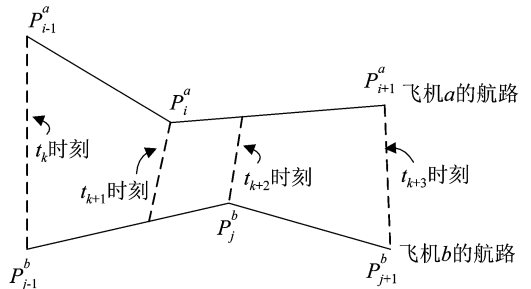


图 2 按照时间划分的航路分段

Fig. 2 Route segments divided by time

4.2 航路片段的冲突概率

按照第2节中的飞机位置预测误差模型,可以获得飞机位置预测误差协方差增长情况,对于航路改变的時刻,位置预测误差椭圆也瞬间跳转到和下一段航路方向一致,对于后续的航路,位置误差协方差继续按照式(1)和(2)进行增长。

这里提出一种新的瞬时冲突概率计算方法,对某時刻的两个飞机位置以均值为中心,一定范围空间进行离散化,航向和侧向方向分别进行等距离离散,两个方向上的离散在二维空间组成一个个小矩形,然后分别求出飞机位于小矩形中的概率,分别对两飞机位置的小矩形进行遍历比较,累加两飞机之间的位置小矩形距离小于最小分离间隔的小矩形概率,所得到的值为此刻的冲突概率。具体方法如下:

(1) 预测位置空间的离散化

对于一维正态分布变量, $x \sim N(\mu, \sigma^2)$, x 位于 $\pm 3\sigma$ 范围内的概率是

$$\int_{-3\sigma}^{+3\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 0.9973 \quad (12)$$

由于飞机位置误差在航向和侧向上是服从正态分布的并且不相关,因此飞机位置误差处于航向和侧向正负3倍标准差组成的区域的概率为 $0.9973^2 = 0.9946$ 。为了简化计算,因此可以不考虑飞机位置误差位于航向和侧向正负3倍标准差之外的情况。

以某時刻两飞机的位置均值为中心,沿着航向/侧向方向上以航向/侧向位置误差标准差的3倍为限,根据所需要的精度,划分为若干个等分的片段。这样就离散化为若干个等大小的小矩形。图3中显示的是航向方向上等分为5段,侧向方向上等分为3段的情况。

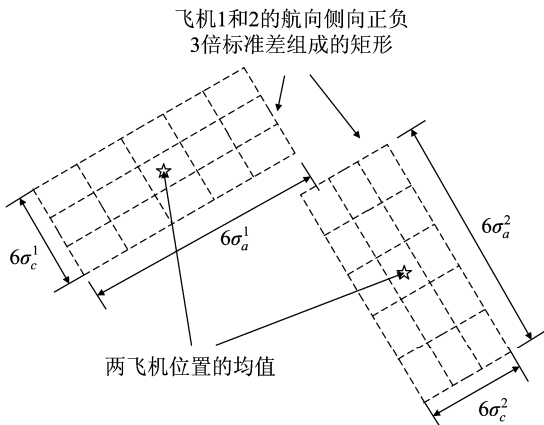


图3 两飞机位置空间离散示意图

Fig. 3 Position space discretization of two aircrafts

(2) 求小矩形质心和飞机位于小矩形中的概率

飞机位置误差在航向和侧向是不相关的。因此求飞机位于小矩形中的概率是飞机位于小矩形航向边内和侧向边内的概率之积。

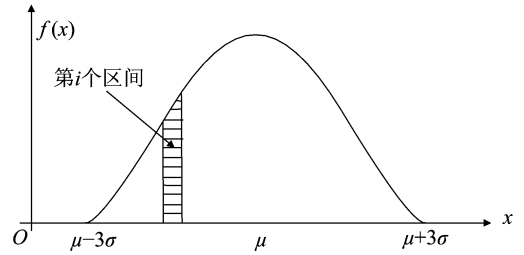


图4 一维正态分布区间划分

Fig. 4 Interval division for one-dimensional normal distribution

对于变量 $x \sim N(\mu, \sigma^2)$, 将 $[\mu-3\sigma, \mu+3\sigma]$ 区间分为 m 个片段,如图4所示。每个片段长度为 $6\sigma/m$, m 个片段为 $\mu-3\sigma = x_0 < x_1 < \dots < x_m = \mu+3\sigma$, 则第 i 个片段的概率为

$$P[x_{i-1} \leq x \leq x_i] = \int_{x=x_{i-1}}^{x=x_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (13)$$

其中 $x_{i-1} = \mu-3\sigma + (i-1) \times 6\sigma/m$, $x_i = \mu-3\sigma + i \times 6\sigma/m$

令 $x' = (x-\mu)/\sigma$ 带入式(13), 得

$$P[x'_{i-1} \leq x' \leq x'_i] = \int_{x'=x'_{i-1}}^{x'=x'_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x'^2}{2}} dx' \quad (14)$$

其中 $x'_{i-1} = -3 + (i-1) \times 6/m$, $x'_i = -3 + i \times 6/m$

因此,求每个片段的概率值与均值 μ 和方差 σ^2 无关,因此只要确定了分割的片段的个数,则可以离线求每个片段的概率。

按照此方法,求出航向和侧向方向上分割的片段的概率,则飞机位于相应的小矩形的概率是航向和侧向方向上相应片段概率的乘积。

水平面上求两个矩形的距离是求两个矩形质心之间的距离。由于飞机位置的概率密度函数是正态分布,并不是均匀分布,因此小矩形的质心不在小矩形的中心。因为航向和侧向方向上位置误差是不相关的,因此小矩形质心航向和侧向坐标可以分别独立求出。航向和侧向方向上求第 i 个片段的质心坐标,求取方法是相同的,这里只介绍航向上第 i 个片段质心坐标 Z_a^i 求法

$$Z_a^i = \int_{x=x_{i-1}}^{x=x_i} x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx / \int_{x=x_{i-1}}^{x=x_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (15)$$

其中 $x_{i-1} = \mu - 3\sigma + (i-1) \times 6\sigma/m$, $x_i = \mu - 3\sigma + i \times 6\sigma/m$

令 $x' = (x - \mu) / \sigma$ 带入式(15), 得

$$\begin{aligned} Z_a^i &= \int_{x=x_{i-1}'}^{x=x_i'} (\sigma x' + \mu) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x'^2}{2}} dx' / \int_{x=x_{i-1}'}^{x=x_i'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x'^2}{2}} dx' \\ &= \sigma \int_{x=x_{i-1}'}^{x=x_i'} x' \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x'^2}{2}} dx' / \int_{x=x_{i-1}'}^{x=x_i'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x'^2}{2}} dx' + \mu \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $x_{i-1}' = -3 + (i-1) \times 6/m$, $x_i' = -3 + i \times 6/m$

对于式(16)分成两部分,除了 μ, σ 之外的部分都可以离线计算,只与片段个数 m 有关。

求出的每个小矩形的质心坐标 (x, y) 是相对于飞机自身坐标系的坐标,其中坐标系的原点是飞机的初始位置。需要转换为惯性坐标系下坐标 (x', y') , 其中飞机自身坐标系原点在惯性坐标系下坐标为 (x_0, y_0)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

(3) 求冲突概率

对于 t 时刻分别遍历两飞机的小矩形,判断两飞机的小矩形的质心之间的距离是否小于或者等于水平最小分离间隔,如果小于或者等于水平最小分离间隔,则表示这两个小矩形处于冲突状态,冲突的概率为两飞机分别位于小矩形内的概率之积。累加处于冲突状态的小矩形对的概率即为 t 时刻的冲突概率。离散划分的小矩形的个数越多,则求解的概率值越精确。

在航路片段中两飞机分别作匀速直线运动,在文章[2]中, Paielli 使用两飞机到达最小预测距离的时刻的联合位置误差椭圆来确定冲突概率。其中,最小预测距离是两飞机按照飞行计划飞行,两飞机之间的最小距离。其中若没有位置误差,那么最小距离处冲突,则认定飞机在飞行过程中是冲突的。因此选择最小预测距离时刻的冲突概率为航路片段的最大冲突概率,经过仿真验证这种假设是合理的。

4.3 整个航路的冲突概率

对于所有航路片段 $S_k = [t_k, t_{k+1}]$, $k = 1, 2, \dots, n-1$, 求每一对航路片段的最大冲突概率 $PC(k)$ 。对于所有的航路片段对的最大冲突概率取最大值作为整个航路两飞机冲突可能性的度量。整个航路的最大冲突概率 $PC_{\max} = \sup_{k=1, \dots, n-1} PC(k)$ 。

5 仿真与分析

本文的仿真包括两部分,第一部分是仿真并验证

基于预测位置空间离散的冲突概率算法,用于求航路片段的冲突概率(没有航向和速度变化)。第二部分是仿真并验证飞机具有多段航路的冲突概率算法。

对于两部分仿真验证,飞机航向方向上误差方差增长率为 0.25 海里/分钟,侧向方向上误差方差增长率为 1/57,侧向方向上位置误差方差最大为 1 海里^{[3][11]}。预测时间为 20 分钟。

5.1 基于预测位置空间离散的冲突概率算法

两飞机的飞行速度是 480 海里/小时,设置两飞机不同的航向交叉角度、最小预测距离以及到达最小预测距离的时间,产生不同的相遇几何。对于每种相遇情况,使用蒙特卡罗仿真产生 10000 次仿真并求出冲突概率。

其中使用 Prandini 随机化的方法和本文方法,对每一个相遇几何情况重复 100 次求取每一个相遇几何的冲突概率,并求平均值。Prandini 随机化的方法参数设置为 $\varepsilon = 0.1$, $\delta = 0.05$, $\beta = 0.025$ 。

Prandini 随机化方法误差 $\Delta 1$ 计算公式为

$$\Delta 1 = \frac{P_{Pr} - P_{MC}}{P_{MC}} \times 100\% \quad (18)$$

其中 P_{Pr} , P_{MC} 分别是 Prandini 随机化方法求出的概率值和蒙特卡罗仿真的结果。

对于本文提出的方法,设置每个飞机航向方向上正负 3 倍标准差范围划分为 15 个片段,侧向方向上正负 3 倍标准差划分为 7 个片段,总共划分为 105 个小矩形。

本文方法误差 $\Delta 2$ 计算公式为

$$\Delta 2 = \frac{P_{new} - P_{MC}}{P_{MC}} \times 100\% \quad (19)$$

对于冲突概率小于 10% 的相遇几何情况,即 P_{MC} 小于 10%,作为式(18)(19)的分母,假使求出的概率与 P_{MC} 有较小误差,但是分母 P_{MC} 很小导致误差百分比很大,不具有参考价值。同时,两飞机冲突概率小于 10%,可以认定为冲突的可能性很小,可以不予考虑。

表 1 中是两种方法与蒙特卡罗仿真实验误差的对比结果。

根据仿真设定了本文方法的离散小矩形个数为 15×7 个,使得 Prandini 随机化方法和本文方法结果相近,来比较两种方法的运行时间。Prandini 随机化方法误差绝对值的平均值为 3.44%,最大误差的绝对值为 14.86%。本文方法的误差绝对值的平均值为 3.19%,最大误差的绝对值为 14.41%。但是 Prandini 随机化方法平均耗时 0.1167 秒,本文方法平均耗时 0.0018 秒。速度远远快于 Prandini 随机化的方法。

表1 Prandini 算法误差(百分比)/本文算法误差(百分比)

Tab.1 Error comparison of Prandini's algorithm and our algorithm

航向交叉角(度)	最小预测间隔(海里)	到达最小预测间隔的时间(分钟)		
		4	10	18
15	0	-0.00/-1.09	-0.46/-1.39	-1.81/-7.09
	5	-0.90/-3.47	-2.30/-4.67	-3.80/-7.84
	10	-	-	-1.83/0.94
30	0	-0.02/-1.08	-0.55/-0.47	-0.82/-2.70
	5	-2.01/-3.64	-1.53/-3.14	-0.32/-2.43
	10	-	-	-4.76/-5.87
45	0	-0.15/-1.07	-1.84/0.15	-1.49/1.86
	5	-2.41/-4.14	-1.91/-1.97	-2.94/-3.63
	10	-	-	-1.24/-2.99
90	0	-1.06/-1.08	-2.59/0.63	-3.63/-2.50
	5	-9.03/-2.77	-4.79/-1.27	-3.08/-4.23
	10	-	-	-
135	0	-1.60/-1.08	-4.54/0.95	-1.73/2.46
	5	-12.53/-0.59	-5.46/-2.04	-3.38/-3.14
	10	-	-	-
150	0	-2.93/-1.07	-3.66/-0.01	-2.45/-1.80
	5	-14.49/0.63	-6.47/-5.36	-2.43/-2.70
	10	-	-	-
165	0	-1.39/-1.04	-4.46/-0.23	-1.38/-5.64
	5	-12.77/1.04	-3.57/-1.07	-1.73/-6.24
	10	-	-	-
180	0	-0.90/-1.07	-3.66/-1.07	-2.52/-6.92
	5	-14.86/-14.01	-7.96/-14.41	-1.13/-7.23
	10	-	-	-

其中 Prandini 随机化方法是在 20 分钟内随机均匀抽样时间点,来进行冲突概率求取,很可能抽样的时间点的概率并不是最大的。特别是对于最小预测间隔是 5 海里的情况这种临界情况,抽取的时间点与最大概率时间点相差很小也会导致概率大小差别很大。表格 1 数据,是对每一种相遇情况进行了 100 次取平均的结果。对于某种相遇情况进行 Prandini 随机化方法求取冲突概率,可能因为抽样时刻不同导致冲突概率和蒙特卡罗仿真结果相差很大,造成误警。

本文方法的误差比较均匀,较大误差出现在两飞机近似平行飞行(同向或背向),并且冲突概率较小的情况。因为本文使用近似求法,会与蒙特卡罗仿真结果有一定偏差,当飞机冲突概率很小,根据求误差公式

(19),可以看出,较小误差都会导致误差百分比较大,因为分母很小的缘故。但是本身两飞机冲突概率很小,对于虚警误警不会造成很大影响。同时,为了提高冲突概率精度,可以设置飞机航向和侧向片段数。当设置飞机航向和侧向分别划分为 $m=20$ 和 $n=20$ 个片段情况,最大误差绝对值为 4.9%,误差绝对值的平均值为 2.06%。平均耗时 0.011 秒。

Prandini 随机化方法要进行 N 个时刻的冲突概率计算,每个时刻的冲突概率计算,要进行一次协方差的 Cholesky 分解,然后进行 M 次两飞机距离计算。Prandini 随机化方法最耗时间的在于 $N \times M$ 次两飞机距离计算,包括二维矩阵乘和加。其中这部分耗时,对于本文中仿真条件 $M=469$,耗时约 0.000755 秒。那么对于 $N=146$ 个时刻,总的耗时 0.1 秒左右。

本文方法根据式(16)求两飞机在航向和侧向上划分的小矩形的质心位置,其中积分可以离线计算。之后将质心位置坐标从各自飞机自身的坐标系转换到惯性坐标系,需要坐标和一个旋转矩阵相乘。然后遍历每个飞机位置的小矩形进行 $(m \times n)^2$ 次两飞机距离计算。对于每个飞机航向和侧向分别划分为 $m=15$ 和 $n=7$ 个片段情况。其中计算质心坐标从飞机自身坐标系转换到惯性坐标系耗时最长,约为 0.001485 秒,原因是要进行 $2 \times m \times n$ 个小矩形的坐标转换,每次转换需要和转换矩阵相乘。

两种算法的计算量如表 2 所示:

表2 Prandini 算法和本文算法计算量的比较

Tab.2 Computational complexity comparison

of Prandini's algorithm and our algorithm

算法	二维矩阵相乘	二维矩阵相加	普通乘法	普通加法	Cholesky 分解
Prandini 随机化方法	$N \times M$	$N \times M$	$2 \times N \times M$	$N \times M$	N
本文方法	$2 \times m \times n$	$m \times n$	$2 \times (m \times n)^2$	$3 \times (m \times n)^2$	0

5.2 多航路冲突概率算法

飞机 1 的航路点为 $(0,0)$ 、 $(48,0)$ 、 $(98.9,50.9)$,单位是海里,两段航路的飞行时间为 8 分钟和 12 分钟,飞行速度大小都为 6 海里/分钟。飞机 2 的航路点为 $(10.5,-41.4)$ 、 $(58.1,41.0)$ 、 $(114.1,41.0)$,单位是海里,两段航路的飞行时间是 12 分钟和 8 分钟,飞行速度大小是 8 海里/分钟和 7 海里/分钟。航路划分为三个航路片段 $[T_0, T_1]$ 、 $[T_1, T_2]$ 、 $[T_2, T_3]$,其中 T_0 、 T_1 、 T_2 、 T_3 的值分别为 0、8、12、20 分钟,如图 5 所示:

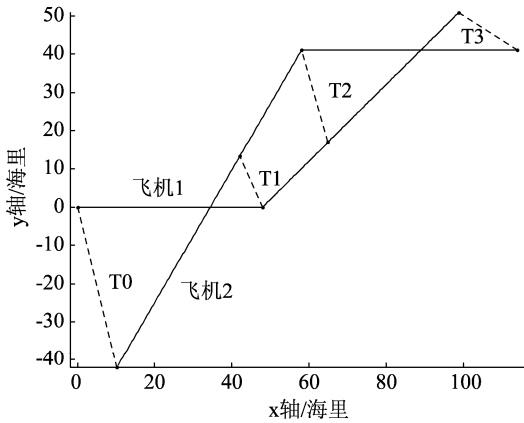


图 5 飞机 1 和飞机 2 的多航路段相遇情况

Fig.5 Encounter geometry of aircraft 1 and aircraft 2

使用本文方法,航向和侧向划分片段为 15 和 7,求得 $[T_0, T_1]$ 、 $[T_1, T_2]$ 、 $[T_2, T_3]$ 段的最大冲突概率分别是 0.9215、0、0.2582。在三个航路片段的中两飞机最小预测距离分别为 2 海里,14.6 海里和 7.3 海里,到达三个航路片段最小预测距离的时刻分别是第 6 分钟、第 8 分钟和第 16.7 分钟。如图 6 所示:

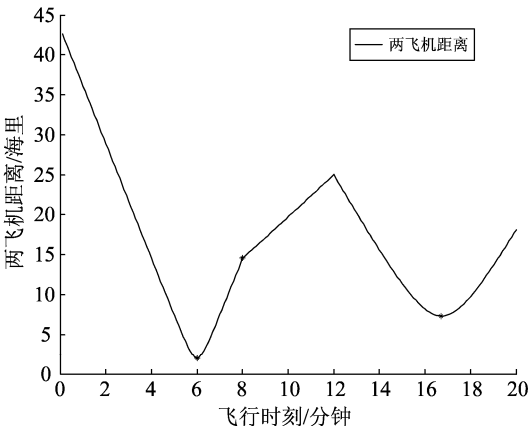


图 6 两飞机预测距离变化情况

Fig.6 The predicted distance between two aircrafts

使用本文方法整个航路最大冲突概率是 0.9215。使用蒙特卡罗仿真获得的最大冲突概率为 0.9306,发生在第 5.96 分钟时刻。本文方法与蒙特卡罗仿真误差为 1%。图 7 是两种方法在整个航路过程中的瞬时冲突概率情况,本文方法结果与蒙特卡罗仿真结果曲线吻合,第 6 分钟和第 17 分钟出现的两个峰值,是两飞机在 $[T_0, T_1]$ 、 $[T_2, T_3]$ 段飞机相向飞行并达到两个最近点造成的。

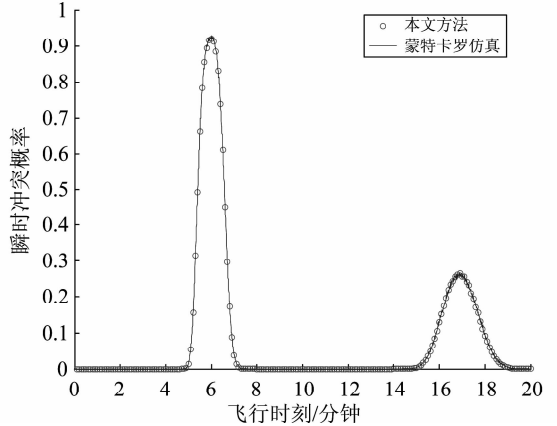


图 7 本文方法和蒙特卡罗仿真结果对比

Fig.7 Comparison of our algorithm and Monte Carlo simulation

对于空域中的飞机,20 分钟内航路改变的次数不会太多。假设两飞机分别有 4 个航路点,那么划分的航路片段数最大为 5 段。在 5.1 节中,进行一次航路片段冲突探测时间为 0.0018 秒,那么对于具有多航路的两架飞机进行一次冲突探测时间为 0.009 秒。对于一定空域中,假设飞机数目为 50 架,使用 Prandini 随机化方法需要的时间是 $C_{50}^2 \times 0.1167 = 143$ 秒,约 2.4 分钟,相对于冲突探测时间 20 分钟,不能认为是实时处理;本文冲突探测需要的时间是 $C_{50}^2 \times 0.009 = 11$ 秒,对于冲突探测时间 20 分钟,可以认为是实时处理。

6 结论

本文提出了一种新的适用于多航路的概率型中期冲突预测算法,冲突概率计算速度快并且误差较小且稳定,可以早发现空域中的潜在冲突并提供了较精确冲突概率用于冲突解脱,适用于空域内存在大量飞机需要实时进行概率型冲突预测情况。

参考文献

- [1] Hoekstra J. M, van Gent R, Ruigrok R. Designing for safety: the free flight air traffic management concept [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2002, 75(2): 215-232.
- [2] Paielli R. A, Erzberger H. Conflict probability estimation for free flight [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1997, 20(3):588-596.
- [3] Erzberger H, Paielli R. A, Isaacson D. R, Eshowl M. M. Conflict detection and resolution in the presence of prediction error [C]. 1st USA/Europe Air Traffic Management Research and Development Seminar, Saclay, France, 1997.

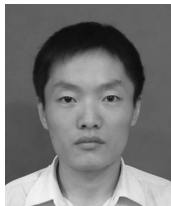
- [4] Paielli R. A, Erzberger H. Conflict probability estimation generalized to non-level flight [J]. Air Traffic Control Quarterly, 1999, 7(3):1-12.
- [5] Prandini M, Lygeros J, Nilim A, Sastry S. Randomized algorithm for probabilistic aircraft detection[C]. Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control, Phoenix, Arizona USA, December 1999.
- [6] Prandini M, Lygeros J, Nilim A, Sastry S. A probabilistic framework for aircraft detection [C]. Proceedings of Conference on AIAA Guidance, Navigation, and Control, Portland, OR, August 1999.
- [7] Prandini M, Hu J, Lygeros J, Sastry S. A probabilistic approach to aircraft conflict detection [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation System, 2000, 1(4): 199-220.
- [8] Prandini M, Watkins O. J. Probabilistic aircraft conflict detection[R]. HYBRIDGE Project IST-2001-32460, Work Package WP3, Deliverable D3.2, 2005.
- [9] 陈晓波, 宋万忠, 杨红雨. 具有多航路点的多机中期冲突探测算法[J]. 计算机工程与设计. 2010, 31(12): 2807-2834.
Chen X. B, Song W. Z, Yang H. Y. Algorithm of multi-aircraft mid-term conflict detection with multi-waypoints [J]. Computer Engineering and Design, 2010, 31(12): 2807-2834. (in Chinese)
- [10] 李俊菊, 宋万忠, 梁海军, 曹凤云. 中期冲突探测算法的研究与设计[J]. 计算机工程与设计. 2010, 31(20):4492-4496.

Li J. J, Song W. Z, Liang H. J, Cao F. Y. Research and design of mid-term conflict detection [J]. Computer Engineering and Design, 2010, 31(20): 4492-4496. (in Chinese)

- [11] 查牧言, 冯子亮, 罗世谦. 适用于多航路的概率型中期冲突探测方法 [J]. 计算机应用. 2010, 30(5): 1406-1409.

Zha M. Y, Feng Z. L, Luo S. Q. Mid-term conflict detection algorithm of multi-route conflict probability [J]. Journal of Computing Applications, 2010, 30(5): 1406-1409. (in Chinese)

作者简介



石磊(1985-),男,博士生,天津大学电子信息工程学院信号与信息处理专业。研究方向:飞行冲突探测。
E-mail: shilei_tju@yahoo.com.cn



吴仁彪(1966-),男,教授,博士生导师,IEEE高级会员,天津市重点学科“通信与信息系统”学科带头人,天津市智能信号与图像处理重点实验室主任,国家杰出青年基金获得者,国家人事部百千万人才工程第一、二层次人选,天津市首批3位特聘教授之一,民航首批特聘专家。研究方向:自适应信号处理及其应用。E-mail: rbwu@cauc.edu.cn