

基于随机矩阵理论的频谱感知技术研究综述

王 磊^{1,2} 郑宝玉¹ 崔景伍¹

(1. 南京邮电大学信号处理与传输研究院, 江苏 南京 210003; 2. 东南大学移动通信国家重点实验室, 江苏 南京 210096)

摘 要: 认知无线电技术, 可以提高频谱资源的利用率, 应用前景广阔, 极有可能引发无线通信领域的又一次重大变革。但频谱感知作为认知无线电技术的首要环节, 其性能还远不能满足实际需要。研究出一种真正能够实际应用的高性能频谱感知方法已经成为一个亟待解决的问题。近年来, 与无线通信领域密切相关的新理论——随机矩阵理论(RMT), 在频谱感知领域得到了进一步的应用, 实现了高性能频谱感知。且 RMT 最新研究成果——非渐近随机矩阵理论(Non-Asymptotic RMT)有望将这项高性能感知技术真正推向实际应用。因此, 基于随机矩阵理论的频谱感知技术具有重要的研究价值。本文总结 RMT 在认知无线电频谱感知领域的发展历程、介绍其基本原理、归纳其主要特点, 并展望进一步研究的方向。

关键词: 频谱感知; 随机矩阵理论; 渐近谱理论; 自由概率理论; 非渐近

中图分类号: TN92 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2011)12-1889-09

Survey on The Research of Spectrum Sensing Technologies Based on Random Matrix Theory

WANG Lei^{1,2} ZHENG Bao-yu¹ CUI Jing-wu¹

(1. Institute of Signal Processing and Transmission Nanjing, Nanjing University of Posts & Telecommunications, Jiangsu Nanjing 210003; 2. National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Jiangsu Nanjing 210096)

Abstract: Cognitive radio technology, which can improve the utilization rate of spectrum resources, has broad application prospect, and is likely to lead to another major revolution in the field of wireless communications. Spectrum sensing is the first step of cognitive radio technology, but its performance is far from the actual needs. Developed a truly practical application of high-performance spectrum sensing method has become an urgent problem to be solved. In recent years, a new theory closely related to wireless communications, random matrix theory (RMT), has been further applied to achieve a high performance in the field of spectrum sensing. New algorithms based on RMT and the latest research results, non-asymptotic random matrix theory (Non-Asymptotic RMT), are expected to be the true high-performance sensing technology to practical applications. Therefore, the research on spectrum sensing technology based on random matrix theory has very important theoretical and practical value. This paper summarizes the development process of RMT in areas of cognitive radio spectrum sensing; introduces its basic principle, summed up its main characteristics, and prospects for further research.

Key words: spectrum sensing; random matrix theory; asymptotic spectrum theory; free probability theory; non-asymptotic

1 引言

美国 FCC 研究报告表明^[1], 目前的频谱固定分配方式导致正在使用的所有频段的使用效率低下。其他国家的也存在类似的情况^[2]。而另一方面, 不断增长的无线业务对无线频谱资源的需求日益增长, 导致可

用频谱资源更加紧缺。面对频谱危机, 文献[3]首次提出的“认知无线电”技术, 可实现闲置频谱的充分利用, 因此, 极有可能引发无线通信领域的又一次重大变革。当前, 认知无线电不仅在学术界有了一定的研究, 例如文献[4, 5]。在应用领域也颇受关注, 如 IEEE 关于无线区域网(wireless regional area networks, WRANs)的标

收稿日期: 2011 年 10 月 9 日; 修回日期: 2011 年 11 月 23 日

基金项目: 国家自然科学基金项目(60972039, 61071093); 江苏自然科学基金重点项目(BK2010077); 江苏省高校自然科学基金项目(11KJB510016); 信号与信息处理重庆市市级重点实验室开放研究基金项目(CQSIP-2010-02); 东南大学移动通信国家重点实验室开放研究基金资助课题(2011D05)南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室开放研究基金资助课题; 南京邮电大学科研基金项目(NY210072)

准 IEEE 802.22.1^[6,7] 以及会员包括 Google、Microsoft 和 Dell 等著名公司的无线革新联盟 (Wireless Innovation Alliance)^[8], 均提倡开放电视频段中潜在的所谓“白色空间”(“White Spaces”)。

认知无线电的基本思想是频谱复用或频谱共享, 它允许在一定条件下认知用户 (Cognitive User, CU) 利用授权主用户 (Primary User, PU) 的空闲频段通信。为了做到这一点, 认知用户需要频繁地进行频谱感知, 即检测主用户是否正在使用该频段。一旦主用户重新使用该频段, 认知用户必须以很高的检测概率检测到主用户, 并在规定的时间内迅速退出该频段。例如, 2010 年底新出台的 IEEE 802.22.1 标准^[6], 要求认知用户在两秒钟内检测到电视和无线广播信号及空闲信道。而且, 对于电视信号检测, 要求在信噪比-20dB 时达到 90% 以上的检测率, 10% 以下的误警率。

目前在频谱感知应用领域主要存在以下几个方面的挑战。首先, 检测的信噪比要求非常低。例如, 即使主用户发射机离认知用户很近, 主用户发射的信号在认知用户接收端也可能深度衰落到信噪比低于-20dB。但此时认知用户必须准确检测到主用户并迅速退出, 否则将严重干扰主用户的正常通信。例如, 实际中一个工作在电视频段的无线麦克风, 它仅以 50mW 的功率传输信号且带宽不到 200KHz, 这时如果认知用户距离该设备几百米, 接收端的 SNR 就可能会远低于-20dB。其次, 无线信道的多径衰落和时间弥散性使感知更加复杂化。多径衰落可以引起信号功率波动多达 30dB, 未知的时延弥散性也使相干检测变得不可靠。第三, 噪声或干扰随时间和位置不断变化, 这就涉及到在噪声特性不能确定时如何进行可靠检测^[9-12]。

面对上述这些严峻挑战, 尽管频谱感知技术的研究已有很长的历史, 但是随着认知无线电技术的提出, 该技术又重新受到学术界的极大关注。目前, 研究出一种真正能够满足实际需要的高性能频谱感知方法已经成为一个亟待解决的问题。

因此, 近年来频谱感知技术重新成为国际上的研究热点, 文献[13-15]对认知无线电系统中的频谱感知技术进行了回顾。

从实际应用考虑, 频谱感知大致可分为三类:

(1) 常规检测法。此类算法需要信号和噪声的功率信息。如: 似然比检测 (Likelihood Ratio Test, LRT)^[16], 匹配滤波检测 (Matched Filtering Detection, MFD)^[10, 16, 17], 循环平稳检测 (CycloStationary Detection, CSD)^[18-21] 等。

(2) 半盲检测法。此类算法仅需要噪声功率信息即可, 如: 能量检测 (Energy Detection, ED)^[9, 10, 16, 22], 基于小波的检测 (Wavelet-based Sensing)^[23] 等。

(3) 盲检测法。此类算法不需要信号和噪声的功

率信息, 如: 基于协方差的感知 (Covariance-based Sensing)^[6, 24, 25], 盲组合能量检测 (Blindly Combined Energy Detection)^[26], 基于特征值的感知 (Eigenvalue-based Sensing)^[6, 27-35] 等。

上述算法各有优缺点和适用条件, 但共同存在一个问题, 即在低信噪比 (如低于-20dB) 的条件下, 检测性能远不能满足实际应用的需要。因此如何跳出现有框架的束缚, 探索一种全新的频谱感知方法, 以获得实际应用中感知性能的重大突破, 是一个非常重要而极富挑战性的课题。

探索低信噪比条件下具备高性能且可真正实际应用的频谱感知新方法, 一种思想来源是基于与无线通信领域密切相关的新理论——随机矩阵理论 (Random Matrix Theory, RMT)^[36]。随机矩阵理论原本是一种处理大维数据的有效方法, 在数字通信^[37-39]、核物理^[36, 40] 以及金融数学^[41, 42] 等领域均有广泛的应用。众所周知, 当前一个客观的事实是, 各行各业的科技人员都不得不面对日益庞大的数据。那么, 在面对大维数据的时候, 人们应当采用哪种统计工具? 在过去, 经常使用降维的方法。但遗憾的是, 该方法会丧失包含在原始数据里的很多信息。而随机矩阵理论则不同, 如果数据满足随机矩阵渐近收敛的条件, 其收敛律可以将人们关心的数据特性完整地保留下来。更可喜的是, RMT 的最新研究成果——非渐近随机矩阵理论 (Non-Asymptotic RMT)^[43], 可以很好地解决有限维问题, 将 RMT 从无穷维理论分析推向了有限维实际应用。因此, RMT 的研究引起了概率统计学和物理学等众多领域学者的极大兴趣。

在国际上, RMT 在无线通信领域的应用已经引起众多学者的密切关注, 并已发展成为无线通信领域的重要理论工具。例如, 文献^[37, 44-51] 研究了 RMT 在无线通信相关领域的应用, 包括容量分析、性能分析、接收机设计等。近期还在欧洲专门举行了以“随机矩阵在无线通信领域的应用”为主题的国际会议 RMT-WC (Random Matrix Theory for Wireless Communications), 取得了丰硕的成果。如今许多国家都为此设立了专项基金, 以资助该课题的深入研究。

2 基于 RMT 频谱感知技术的研究进展及趋势

与无线通信密切相关的 RMT 有两个重要的理论分支——谱理论 (Spectrum Theory, ST) 和自由概率理论 (Free Probability Theory, FPT)^[36, 37, 49-51]。其中每个分支均可分为渐近 (Asymptotic) 理论和非渐近 (Non-Asymptotic) 理论。渐近理论研究随机矩阵的谱分布函数在无穷维空间中的收敛特性, 是理论上的极限分布特性。非渐近理论是 RMT 最新研究成果, 研究随机矩阵谱分布函数在有限维空间中收敛特性, 适用于实际

中小样本情况。因此,只有基于非渐近理论的算法才是真正可实际应用的。

目前,RMT 在认知无线电领域的应用还刚刚起步^[27-35,52-56],且主要基于其中的渐近理论,如基于渐近谱理论(Asymptotic Spectrum Theory, AST)。该理论研究无穷维随机矩阵的渐近谱分布函数的收敛律。此类渐近算法的检测性能明显优于传统算法,不需要预知噪声特性,属于盲检测算法。主要包括:Leonardo S. Cardoso 等人提出的一种基于 AST 的协作频谱感知算法^[31],该算法利用 Marcenko-Pastur 律(M-P 律)给出了大系统情况下的频谱感知算法。Y. H. Zeng 等人提出了基于 AST 的最大最小值特征值(Maximum Minimum Eigenvalue, MME)算法^[30],该算法考虑了采样数较小的情况,利用了最大特征值的 Tracy-Widom 分布,但其最小特征值仍然采用渐近收敛特性,仍是一种渐近算法。现有算法都是基于渐近理论,需要无穷维样本空间,尽管具有很高的感知性能,却无法应用于在实际应用中采样数有限的情况。因此,为了能够应用于实际,必须寻找到一种真正适用于小样本的高性能非渐近频谱感知算法。而 RMT 中的最新研究成果——非渐近随机矩阵理论(Non-Asymptotic RMT)的出现,使得彻底解决这个难题不再是奢望。将 Non-Asymptotic RMT 引入频谱感知领域,探索基于其中非渐近谱理论(Non-Asymptotic Spectrum Theory, NAST)^[43]的高性能频谱感知方法,具有重要的理论和现实意义。

另一方面,自由概率理论(FPT)作为 RMT 的另一重要分支在频谱感知方面也有很好的应用。FPT 不同于经典概率论,是一种全新的数学理论^[36,37,49-51]。它在“非交换概率空间(non-commutative probability space)”中,引入一个类似于经典概率理论中“独立”的概念,并称之为“自由(freeness)”,使之能够适用于非交换随机变量(如矩阵)。并在该非交换概率空间中定义了一些新的算子,如“自由卷积(free convolution)”算子、“自由解卷积(free de-convolution)”算子等。在传统数学理论中,从两个随机矩阵各自的渐近谱分布中无法获取这两个矩阵的和矩阵或乘积矩阵的渐近谱分布。而在自由概率理论中,满足渐近自由的条件下,可以利用非交换概率空间中“加法自由卷积(additive free convolution)”算子和“乘法自由卷积(multiplicative free convolution)”算子,很容易从两个随机矩阵各自的渐近谱分布中得到这两个矩阵和矩阵或乘积矩阵的渐近谱分布;反之亦然。南京邮电大学郑宝玉教授带领团队,在国际上首次将 FPT 引入到频谱感知领域^[52-56]。并利用该理论独特优势,在理想的高斯数学模型下,成功地从混有待检测信号和背景噪声的接收信号矩阵中分别提取出信号矩阵和噪声矩阵,而且提取精度非常高。此类算法的实际应用还需要

解决非渐近问题,以及将理想的高斯模型拓展到实际中的无线通信环境。因此,为了能够真正将此类应用于实际,将 Non-Asymptotic RMT 中的非高斯自由概率理论(Non-Gaussian Free-probability Theory, NGFT)^[43]引入到认知无线电领域,解决“非渐近”和“非高斯”两大问题,探索真正可实际应用的高性能频谱感知方法,具有重要的理论和现实意义。

性能分析方面,RMT 作为一种重要的理论工具,也已经成功应用到无线通信领域。如:MMSE 接收机性能分析、MIMO 信道容量分析等^[57-61]。无线通信系统中很多重要的性能指标都可以用 RMT 描述和分析。如利用 RMT 中的渐近经验谱分布函数 F_{mm}^N ,信道容量和最小均方误差两个重要指标可分别表示为 $C = \int_0^\infty \log(1 + \text{SNR} x) dF_{mm}^N(x)$ 和 $MMSE = \frac{K}{N} \int_0^\infty \frac{1}{1 + \text{SNR} x} dF_{mm}^N(x) - \frac{N-K}{N}$ 。因此,完全可以通过研究信道矩阵的奇异值的渐近经验谱分布函数来获得系统的性能。基于 RMT 在无穷维空间上对系统性能进行理论分析,可以获得认知系统理论上的性能上界,具有重要的理论意义。但基于无穷维渐近理论的分析结论与实际系统所能达到的性能上界具有较大的统计偏差(statistical deviation)^[43]。而基于 Non-Asymptotic RMT 进行上述系统分析,将大大缩小与实际系统所能达到的性能上界之间的统计偏差。这对于实际中系统的设计和算法的选择,具有更为重要的现实意义。

关于 RMT 频谱感知的应用场景,考虑到多天线 MIMO 技术、OFDM 技术已经广泛用于提高信道的容量和改善传输的可靠性,例如, MIMO 技术已成功应用于构成雷达阵列^[62,63]和 MIMO 雷达^[64,65]等,以提高雷达的检测范围、方向和速度等性能;而且目前众多通信技术标准均基于 OFDM 技术,如 WiMax, 802.11a/g, LTE, 802.22 和 DVB 等^[66]。因此,很多学者选择 MIMO-OFDM 系统作为基于 RMT 的频谱感知的应用环境,这有助于提高系统感知性能,而且适合未来通信技术发展的方向。此外,通过分布在不同的位置的多个认知用户之间的协作可以进一步提高感知性能^[67-73]。现有的协作感知方案大体可以分为如下两类:(A)数据融合:不同用户将感知数据发送到一个特定用户,由该用户将数据汇总处理并作出判决;(B)判决融合:每个用户处理各自的感知数据,然后将判决结果发送到一个特定用户,由该用户汇总处理并作出最终判决。相对而言,数据融合技术可以提供更多的有用信息,有利于提高感知性能。因此,目前基于 RMT 的算法多选择基于数据融合技术研究协作频谱感知。即,采用 Non-Asymptotic RMT,在 MIMO-OFDM 场景下,研究基于数据融合技术的,真正可实际应用的高性能协作频

谱感知方法,并分析该系统的非渐近性能,是当前的研究热点。目前,国外这方面研究刚刚起步,国内尚未见报道,基本处于空白。因此,这对于拓展 Non-Asymptotic RMT 的应用领域及推进认知无线电频谱感知的实际应用,具有重要的理论和现实意义。

当前,我国已在多个关键领域的国际标准上实现了从跟随到主导的地位转变,在 TD-LTE、核心网演进 DSN 以及 IEEE 802.22.1 等国际标准的形成等工作中,均充分发挥了主导作用。国内还启动了“新一代宽带无线移动通信网”重大专项。基于 RMT 的频谱感知技术研究将有利于将认知无线电技术真正推向实用,进而提高频谱效率,增加系统容量,为新一代宽带无线移动通信系统的研究和实现提供技术支撑。

3 基于 RMT 频谱感知的基本原理

随机矩阵理论原本是处理大维数数据的有力工具,相对于传统的降维方法具有明显的优势。下面以图 1 所示场景为例,简要说明基于随机矩阵谱分布理论和自由概率理论进行频谱感知的基本原理,并说明随机矩阵理论由“渐近”发展到“非渐近”的基本原理。

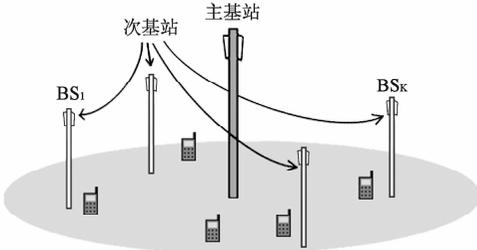


图 1 多认知基站的协作频谱感知场景示意图

Fig. 1 Considered scenario for base station cooperative spectrum sensing

图 1 描述的是一种认知基站之间进行协作感知的场景,其中主用户与主基站(图中黑色表示)在授权频段通信,次基站(认知基站) $\{BS_1, BS_2, \dots, BS_k\}$ 协作感知该频段是否空闲可用。为了进一步分析,假设 K 个次基站信息共享(可通过有线高速传输来实现,不占用无线资源)且 K 个次基站分析同一段频谱。这样可以得到由 K 个次基站的采样数据组成的如下 $K \times N$ 矩阵 ($y_i(t)$ 是基站 i 在时刻 t 的采样值):

$$Y = \begin{bmatrix} y_1(1) & y_1(2) & \cdots & y_1(N) \\ y_2(1) & y_2(2) & \cdots & y_2(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_k(1) & y_k(2) & \cdots & y_k(N) \end{bmatrix}_{K \times N} \quad (1)$$

(1) 基于随机矩阵谱分布理论:该理论主要研究当满足一定条件时,随机矩阵的经验谱分布函数所呈现的许多确定矩阵所不具备的优良特性。如当随机

矩阵维数 $K \rightarrow \infty, N \rightarrow \infty$, 但 $K/N \rightarrow \beta$ 时,对于无线通信中经常出现的 Wishart 矩阵,其谱分布函数收敛到 Marcenko-Pastur 律^[36,37],其概率密度函数为

$$f_\beta(x) = (1-\beta^{-1})^+ \delta(x) + \frac{\sqrt{(x-a)^+(b-x)^+}}{2\pi\beta x} \quad (2)$$

这里 $a = \sigma^2(1-\sqrt{\beta})^2$, $b = \sigma^2(1+\sqrt{\beta})^2$, 分别为最小特征值 λ_{\min} 和最大特征值 λ_{\max} 的渐近收敛值,即特征值 $\lambda \in [a, b]$, 其中 σ^2 为方差, $(a)^+$ 表示 0 和 a 中取大者, $\delta(x)$ 为单位脉冲函数。根据随机矩阵理论,当矩阵元素分布不满足特定条件时(如:含有信号时将不满足零均值独立同分布),其最大特征值 b' 将大于上述渐近收敛值 b , 即 $b' \notin [a, b]$ 且 $b' > b$, 如图 2 所示。因此,利用这一特性,通过判别特征值的渐近收敛值是否在 M-P 律的收敛范围即可得知频段是否空闲。

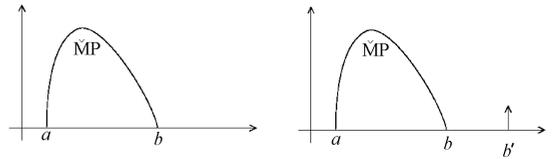


图 2 Wishart 矩阵渐近谱分布收敛 M-P 律

Fig. 2 The asymptotic spectrum distribution M-P law of Wishart matrix

(2) 基于随机矩阵自由概率理论:自由概率理论在非交换概率空间中定义适用于满足自由条件的非交换随机变量的新算子,从而实现了某些传统数学理论中难以实现的运算。例如,通常情况下从两个随机矩阵各自的渐近谱分布中无法分别得到这两个矩阵的和矩阵或乘积矩阵的渐近谱分布;反之亦然。而自由概率理论中,满足渐近自由的条件下,如果 a_{1n} 的渐近谱分布收敛到 μ_1 , a_{2n} 的渐近谱分布收敛到 μ_2 , 则 $a_{1n} + a_{2n}$ 的渐近谱分布将收敛到 $\mu_1 \boxplus \mu_2$ 。新算子 \boxplus 是自由概率理论在非交换概率空间中定义的“加法自由卷积(additive free convolution)”算子。如果将这类算子应用到通信系统中并假设接收到的信号为 $Y = HS + N$, 且 Y, H, S, N 的渐近特征分布渐近收敛到 μ_Y, μ_H, μ_S 和 μ_N , 则 $\mu_S = (\mu_Y \boxminus \mu_N) \boxtimes \mu_H$ 。这里算子 \boxplus 和 \boxtimes 为自由概率理论于非交换概率空间上定义的“加法自由解卷积(additive free deconvolution)”算子和“乘法自由解卷积(multiplicative free deconvolution)”算子。因此,利用自由概率理论这一独特功能,只要从接收端的采样矩阵中通过自由解卷积算子便可提取出信号矩阵即可判定信号是否存在,从而实现频谱感知。

(3) RMT 从“渐近”发展到“非渐近”:随机矩阵理论自诞生以来,主要研究随机矩阵特征值的无穷维渐近收敛特性,即渐近随机矩阵理论(Asymptotic RMT)。而且研究成果得到了普遍认可,已发展成为现代数学中

的一个重要的数学分支。但由于具有无穷维渐近特性,该理论主要适用于极限性能的理论分析,无法满足实际应用中维数有限的情况。因此,适用于确定维数的随机矩阵理论——非渐近随机矩阵理论(Non-asymptotic RMT)^[43],应用而生。

为了更好地说明什么是 Non-Asymptotic RMT,这里可以简单类比一下经典概率论。众所周知,在经典概率论中,对于任意的独立标准正态随机变量进行规范化后的总和仍是标准正态随机变量。这个结论具有普遍实用性,称之为中心极限定理(Central Limit Theorem)。事实上,中心极限定理还告诉人们,当维数趋向于无穷大时,任何非正态分布的随机变量只要满足零均值和单位方差,其规范化后的总和仍然会依分布收敛到标准正态随机变量。

中心极限定理就是经典概率论中的一种渐近收敛理论。也就是说,渐近随机矩阵理论对应于经典概率论的中心极限定理。它们在满足一定条件下都具有普遍适用性。在经典概率论中,最有代表性的渐近收敛定理就是中心极限定理。而在随机矩阵理论中,最有代表性的渐近收敛定理就是前面提到的 Semi-circle 律、Marchenko-Pastur 律等(统称为渐近随机矩阵理论)。

然而,实际应用中不可能得到无穷维的样本空间,而由渐近理论无法得知在确定维数时会呈现怎样的分布。因此必须研究非渐近理论。这里仍然可以与中心极限定理进行类比。

在经典概率论中,人们经常需要估计有限维独立随机变量的和,而不是维数趋于无穷大时的总和。在这种情况下,人们可以求助于的 Berry-Esseen 定理,该定理可以给出部分和的分布与标准正态随机变量分布之间的统计偏差(Statistics Deviation)。例如,如果 $E|Z_1|^3 = M < \infty$ 那么有:

$$|P(S_n \leq z) - P(Z \leq z)| \leq \frac{C}{1+|z|^3} \cdot \frac{M}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

其中 C 是一个绝对常数。尽管 Berry-Esseen 定理具有理论上的最优性,人们还是希望可以依概率获得比多项式界更好的结论,尤其希望能得到极限正态分布的超指数尾 $P(|Z| > z) \leq \exp(-z^2/2)$,因为它具有合理的收敛轨迹。在最简单的情况下,对于满足独立同分布(i.i.d.)且绝对值小于 1 的零均值的随机变量,有:

$$P(|S_n| > z) \leq 2\exp(-cz^2), \quad z \geq 0 \quad (4)$$

其中 c 是一个正绝对常数。众所周知,这种指数偏差不等式在很多应用中都极为有用,它就是经典概率论中的一种非渐近结论,而它的渐近原型正是中心极限定理。

同样,在随机矩阵理论中也存在类似的非渐近的观点。它就是随机矩阵理论的最新研究成果——非渐

近随机矩阵理论(Non-Asymptotic RMT)。例如,对于一个 $N \times n$ 的随机矩阵 A 当它的元素满足独立同分布,且服从次高斯(Sub-Gaussian)分布时,关于该矩阵的最大奇异值的非渐近分布有^[43]:

$$P(\tau) := P(s_{\max}(A) \geq \sqrt{N} + \sqrt{n} + \tau\sqrt{N}) \leq C \exp(-c n \tau^{3/2}) \quad \tau \geq 0 \quad (5)$$

这样就可以研究一个固定维数的随机矩阵的非渐近谱分布特性。这种非渐近理论对于 RMT 的实际应用具有极其重要的意义。需要基于 Non-Asymptotic RMT 的最新研究成果,探索真正满足实际应用的小样本高性能频谱感知新方法。

4 基于 RMT 频谱感知的研究内容及面临的挑战

将上述随机矩阵理论和基本思想应用于认知无线电频谱感知中,需要研究的内容及面临的挑战主要包括如下几个方面:

(1) 机理研究。包括:具体通信环境建模随机矩阵类型的研究;非渐近收敛律研究;非渐近自由特性的研究等。

机理研究是应用随机矩阵理论的前提和基础。随机矩阵种类繁多,如随机 Gaussian 矩阵、随机 Wishart 矩阵、随机 Vandermode 矩阵、随机 Haar 矩阵等,不同类型的随机矩阵的渐近和非渐近收敛律各不相同,如 Semi-circle 律、Full-circle 律、M-P 律等。因此,应用随机矩阵理论必须首先针对具体的通信环境,分析可以用那些类型随机矩阵描述其系统模型,并先研究该类随机矩阵的渐近特征分布收敛律进而研究非渐近特性。基于随机矩阵自由概率理论的感知算法,除分析相应矩阵的特征收敛律外,还要进一步分析该类矩阵是否满足非渐近自由的特性。如果不直接具有非渐近自由的特性,则需探索如何对其进行分解,并通过分解找到非渐近自由并且包含所需特征信息的子矩阵。当前需要研究 MIMO-OFDM 系统中涉及到的随机矩阵的类型,及其满足的非渐近特征分布收敛律,并通过矩阵分解找到满足非渐近自由且包含所需特征信息的子矩阵。

(2) 方案研究。包括:基于 NAST 的频谱感知新方案研究;基于 NGFT 的频谱感知新方案研究。方案研究是应用随机矩阵理论进行频谱感知的关键。

其一,研究基于 NAST 的频谱感知方案。文献[31]中的基于 AST 的算法,其阈值为 $\gamma = b/a$,其中 b 和 a 分布为 M-P 律中的最大和最小特征值的渐近收敛值,所以只适用无穷维渐近收敛的情况,在实际小样本下性能不稳定。文献[30]通过最大特性值的 Tracy-Widom 分布定理,通过复杂的数学推导改进了上述阈值,一定程度上提高了频谱感知性能。但该算法中的最小特性值仍然使用的是渐近收敛值,因此只能说是一种半渐近收敛算

法,实际小样本情况下感知性能仍不能满足性能需要。因此,在实际中使用基于谱分布理论的频谱感知算法,重点是解决判别阈值的非渐近收敛问题。基于 Non-Asymptotic RMT 可以真正做到这一点。研究 Non-Asymptotic RMT 中关于最小奇异值的非渐近收敛分布,进而探索 MIMO-OFDM 系统中基于 NAST 的非渐近协作感知新方法,有望实现真正可实际应用的高性能频谱感知算法。

其二,研究基于 NGFT 的频谱感知方案。这是一个全新的研究课题。此类方法在无穷维高斯情况下切实可行,且检测性能非常高^[52-56],但此类算法的实际应用还需要解决一些问题。例如,在接收端获得的采样数是非常有限的,也就是说只能获得样本协方差矩阵,而需要的是统计协方差矩阵。如何在非渐近自由的条件下建立样本协方差与其统计协方差之间的联系?即如何由获得的样本协方差得到真正的统计协方差。如果是对于 Gaussian 随机矩阵,可以利用 Wishart 分布定理建立它们之间的联系。对于 Non-Gaussian 情况,问题可能就复杂得多,因此需要根据随机矩阵最新研究成果,建立非高斯随机矩阵样本协方差与其统计协方差之间的联系,拓展自由概率理论的适用范围。此外,自由概率理论中“自由解卷积算子”的执行过程需要的计算量偏大,文献[48]给出了一种基于“矩-累积量”转换的方法,较大幅度降低了计算复杂度,使自由概率理论向实际应用又迈进了一步,但相对于实际应用还需改进,因此,需要同时研究进一步减小执行“自由解卷积算子”的计算量问题。

(3) 性能研究。包括:非渐近算法的感知性能的仿真、分析与比较;基于 Non-Asymptotic RMT 的系统性能分析、推导理论性能非渐近上界等。

性能研究是应用随机矩阵理论的重要组成部分。包括理论性能研究和仿真性能研究。如前所述,渐近 RMT 主要研究当随机矩阵的维数 $K \rightarrow \infty$, $N \rightarrow \infty$, 但 $K/N \rightarrow \beta$ 时,即该随机矩阵的行数和列数趋于无穷大而它们的比值趋于恒定时,随机矩阵的经验谱分布函数所呈现的许多确定矩阵所不具备的优良特性。渐近 RMT 该理论起源于核物理中对 Schrodinger 算子能量水平的研究,是为了处理无穷维数据,因此基于该理论可以得到很好的理论上界。但该理论上界往往与实际中所能达到的性能上界差别较大,即存在较大的统计偏差。因此,基于渐近 RMT 得到的理论上界并不能很好地指导实际系统的设计。根据 Non-Asymptotic RMT 及关于收敛速度的相关理论^[36, 37],通过理论推导和实验仿真,研究系统的非渐近理论上界,这对于实际系统的设计是非常重要的。同时,通过理论和仿真研究 MIMO-OFDM 系统中 NAST 和 NGFT 感知新方案的性能,并与传统的 ED、CSD 等算法及基于渐近 RMT 的算法进行比较,为实际应用中选择和系统的设计提

供重要参考依据。

RMT 由渐近理论发展到非渐近理论主要是一个质的飞跃。非渐近研究中,如何基于 Non-asymptotic RMT 最新研究成果推导基于 NAST 的方案中非渐近判别阈值 γ 以及确定随机矩阵满足非渐近自由的条件是应用非渐近理论的关键;非高斯研究中,由于 Wishart 分布定理对于非高斯随机矩阵不适用,如何建立非高斯随机矩阵样本协方差矩阵与统计协方差矩阵联系是应用非高斯自由算法的关键;自由解卷积研究中,找到执行非高斯随机矩阵非渐近自由解卷积算子的有效方法,降低执行非渐近自由解卷积算子的复杂度也是实现算法实际应用重要一步。

5 结束语

目前研究出一种真正能够实际应用的高性能频谱感知方法已经成为一个亟待解决的问题。近年来,与无线通信领域密切相关的新理论——随机矩阵理论(RMT),在频谱感知领域得到了进一步的应用,实现了高性能频谱感知。且非渐近随机矩阵理论(Non-Asymptotic RMT)有望将这项高性能感知技术真正推向实际应用。因此,基于随机矩阵理论的频谱感知技术具有重要的研究价值。本文总结了 RMT 在认知无线电频谱感知领域的发展历程、介绍其基本原理、归纳其主要特点,并展望进一步研究的方向。从目前的研究成果来看,国内外这方面的研究仍处于起步阶段,且主要工作集中在基于渐近理论的感知技术研究,而基于非渐近理论的研究是此类算法真正走向实际应用的关键,因此,研究基于非渐近理论的感知技术是趋势也是必然。

参考文献

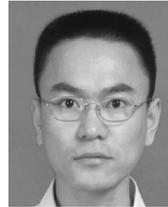
- [1] FCC, "Spectrum policy task force report," in Proceedings of the Federal Communications Commission (FCC'02), Washington, DC, USA, Nov. 2002.
- [2] M. H. Islam, C. L. Koh, S. W. Oh, et al., "Spectrum survey in Singapore: occupancy measurements and analysis," in Proceedings of the 3rd International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM '08), Singapore, May 2008.
- [3] Mitola J. and Maguire G. Q., "Cognitive radio: making software radios more personal," IEEE Personal Communications, 1999, 6(4): 13-18.
- [4] Haykin S., "Cognitive radio: brain-empowered wireless communications," IEEE Transactions on Communications, 2005, 23(2): 201-220.
- [5] Devroye N., Mitran P., and Tarokh V., "Achievable rates in cognitive radio channels," IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(5): 1813-1827.

- [6] 802.22 Working Group, "IEEE 802.22.1 Standard for the Enhanced Interference Protection of the Licensed Devices," [Online]. Available: <http://grouper.ieee.org/groups/802/22/>, Nov. 2010.
- [7] Stevenson C., Chouinard G., Lei Z. D., Hu W. D., Shell H. S., and Caldwell W., "IEEE 802.22: the first cognitive radio wireless regional area network standard," *IEEE Communications Magazine*, 2009, 47(1):130-138.
- [8] Wireless Innovation Alliance [Online]. Available: <http://www.wirelessinnovationalliance.org/>, Mar. 2010.
- [9] Sonnenschein A. and Fishman P. M., "Radiometric detection of spread spectrum signals in noise of uncertainty power," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(3):654-660.
- [10] Saha A. and Cabric D., "Spectrum sensing: fundamental limits and practical challenges," in *Proceedings of the 1st IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN'05)*, Baltimore, MD, USA, Nov. 2005.
- [11] Tandra R. and Saha A., "Fundamental limits on detection in low SNR under noise uncertainty," in *Proceedings of the International Conference on Wireless Networks, Communications and Mobile Computing (WirelessCom'05)*, Maui, Hawaii, USA, Jun. 2005.
- [12] Tandra R. and Saha A., "SNR walls for signal detection," *IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing*, 2008, 2(1):4-17.
- [13] Zeng Y. H., Liang Y. C., Hoang A. T., and Zhang R., "A Review on Spectrum Sensing for Cognitive Radio: Challenges and Solutions," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Jan. 2010.
- [14] Yeck T. and Arslan H., "A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2009, 11(1):116-160.
- [15] Saha A., Mishra S. M., R. Tandra, and K. Woyach A., "Cognitive radios for spectrum sharing," *IEEE Signal Processing Magazine*, 2009, 26(1):140-145.
- [16] Kay S. M., *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Detection Theory*, vol. 2, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 1998.
- [17] Chen H. S., Gao W., and Daut D. G., "Signature based spectrum sensing algorithms for IEEE 802.22 WRAN," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC'07)*, Glasgow, Scotland, Jun. 2007.
- [18] Gardner W. A., "Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals," *IEEE Signal Processing Magazine*, 1991, 8(2):14-36.
- [19] Gardner W. A., "Spectral correlation of modulated signals—part I: analog modulation," *IEEE Transactions on Communications*, 1987, 35(6):584-595.
- [20] Gardner W. A., Brown W. A., and Chen C. K., "Spectral correlation of modulated signals—part II: digital modulation," *IEEE Transactions on Communications*, 1987, 35(6):595-601.
- [21] Han N., S. Shon H., Joo J. O., and Kim J. M., "Spectral correlation based signal detection method for spectrum sensing in IEEE 802.22 WRAN systems," in *Proceedings of the 8th International Conference on Advanced Communication Technology (ACT'06)*, Phoenix Park, South Korea, Feb. 2006.
- [22] Urkowitz H., "Energy detection of unknown deterministic signals," in *Proceedings of the IEEE*, 1967, 55(4):523-531.
- [23] Tian Z. and Giannakis G. B., "A wavelet approach to wideband spectrum sensing for cognitive radios," in *Proceedings of the 1st International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM'07)*, Mykonos, Greece, Jun. 2007.
- [24] Zeng Y. H. and Liang Y. C., "Covariance based signal detections for cognitive radio," in *Proceedings of the 2nd IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN'07)*, Dublin, Ireland, Apr. 2007.
- [25] Zeng Y. H. and Liang Y. C., "Spectrum-sensing algorithms for cognitive radio based on statistical covariance," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2009, 58(4):1804-1815.
- [26] Zeng Y. H., Liang Y. C., and R. Zhang, "Blindly combined energy detection for spectrum sensing in cognitive radio," *IEEE Signal Processing Letters*, 2008, 15(1):649-652.
- [27] Wang R. and Tao M., "Blind spectrum sensing by information theoretic criteria," in *Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference (GlobeCom'10)*, Miami, Florida, USA, 2010.
- [28] Wang R. and Tao M., "Blind spectrum sensing by information theoretic criteria for cognitive radios," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2010, 59(8):3806-3817.
- [29] Feral D. and Peche S., "The largest eigenvalues of sample covariance matrices for a spiked population: Diagonal case," *Journal of Mathematical Physics*, 2009, 50(7):073302-073333.
- [30] Zeng Y. H. and Liang Y. C., "Eigenvalue-based spectrum sensing algorithms for cognitive radio," *IEEE Transactions on Communications*, 2009, 57(6):1784-1793.
- [31] Cardoso L. S., Debbah M., and Bianchi P., "Cooperative spectrum sensing using random matrix theory," in *Proceedings of 3rd International Symposium on Wireless Pervasive Computing (ISWPC'08)*, Santorini, Jul. 2008.
- [32] Kortun A., Ratnarajah T., Sellathurai M., and Caijun Z., "On the performance of eigenvalue-based spectrum sensing for cognitive radio," in *Proceedings of the IEEE Sym-*

- posium on New Frontiers in Dynamic Spectrum (ISNFDs' 10), Singapore, Apr. 2010.
- [33] Bianchi P., Alfano J. N. G., and Debbah M., "Asymptotic of eigen-based collaborative sensing," in Proceedings of the IEEE Information Theory Workshop (ITW'09), Taormina, Sicily, Italy, Oct. 2009.
- [34] Maida M., Najim J., Bianchi P., and Debbah M., "Performance analysis of some eigen-based hypothesis tests for collaborative sensing," in Proceedings of the IEEE Workshop on Statistical Signal Processing, Cardiff, Wales, UK, Sep. 2009.
- [35] Penna F., Garello R., and Spirito M. A., "Cooperative spectrum sensing based on the limiting eigenvalue ratio distribution in Wishart matrices," *IEEE Communications Letters*, 2009, 13(7):507-509.
- [36] Mehta M. L., *Random Matrices*. London: Academic Press, 2006.
- [37] Tulino A. M. and Verdú S., *Random Matrix Theory and Wireless Communications*, Now Publishers Inc., Hanover, USA, 2004.
- [38] Telatar E., "Capacity of Multi-Antenna Gaussian Channels," *European transactions on telecommunications*, 1999, 10(6):585-595.
- [39] Tse D. and Hanly S., "Linear multiuser receivers: Effective interference, effective bandwidth and user capacity," *IEEE Transactions on Information Theory*, 1999, 45(2):641-657.
- [40] Guhr T., Groeling A. M., and Weidenmüller H., "Random Matrix Theories in Quantum Physics: Common Concepts," *Physics Reports*, 1998:190-299.
- [41] Bouchaud J. P. and Potters M., *Theory of Financial Risks-From Statistical Physics to Risk Management*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [42] Galluccio S., Bouchaud J. P., and Potters M., "Rational Decisions, Random Matrices and Spin Glasses," *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, 1998, 259(3):449-456.
- [43] Rudelson M. and Vershynin R., "Non-asymptotic theory of random matrices: extreme singular values," in Proceedings of the International Congress of Mathematicians (ICM'10), Hyderabad, India, Mar. 2010.
- [44] Hemabsh S. and Ann I. M., "Approximate average eigenvalues of a random matrix and their application to LMMSE receiver analysis," in Proceedings of the IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS'08), Orlando, FL, Jan. 2008.
- [45] Liang Y. C., Pan G. M., and Bai Z. D., "Asymptotic performance of MMSE receivers for large systems using random matrix theory," *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(11):4173-4189.
- [46] Silverstein J. W. and Tulino A. M., "Theory of large dimensional random matrices for engineers," in Proceedings of the IEEE 9th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA'06), Manaus-Amazon, Nov. 2006.
- [47] Bai Z. D. and Silverstein J. W., *Spectral Analysis of Large Dimensional Random Matrices*, Science Press, Beijing, 2006.
- [48] Dmitri S. C. T. and Lukasz K., "Low-complexity capacity achieving two-stage demodulation/decoding for random matrix channels," in Proceedings of the IEEE Information Theory Workshop (ITW'07), California, Sep. 2007.
- [49] Nica A. and Speicher R., *Lectures on the Combinatorics of Free Probability*. Cambridge University Press, 2006.
- [50] Rao N. and Edelman A., "Free probability, sample covariance matrices and signal processing," in Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP'06), May 2006.
- [51] Ryan Ø. and Debbah M., "Free deconvolution for signal processing applications," in Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT'07), Nice, France, Jun. 2007.
- [52] Wang L., Zheng B. Y., Cui J. W., and Tang S. L., "Cooperative Spectrum Sensing Using Free Probability Theory," in Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference (GlobeCom'09), Hawaii, USA, Nov. 2009.
- [53] Wang L., Zheng B. Y., Meng Q. M., Chen and C., "Spectrum Sensing for Multiuser Network Based on Free Probability Theory," *IEICE Transactions on Communications*, 2010, E93-B(6):1547-1554.
- [54] Wang L., Zheng B. Y., Meng Q. M., and C. Chen, "Cooperative Spectrum Sensing Using Free Probability Theory," *IEICE Transactions on Communications*, 2010, E93-B(01):65-72.
- [55] Wang L., Zheng B. Y., Zhu W. P., "Spectrum Sensing Based on Asymptotic Behavior of Random Vandermonde Matrices," in Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC'11), Kyoto, Japan, Jun. 2011.
- [56] Wang L., Zheng B. Y., Meng Q. M., and Chen C., "Spectrum Sensing Based on Non-asymptotic Behavior of Eigenvalues of Random Matrices," *IEICE Transactions on Communications* (to appear), 2011.
- [57] Kang M. and Alouini M. S., "Capacity of MIMO Rician channels," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2006, 5(1):112-122.
- [58] Li P., Paul D., Narasimhan R., and Cioffi J., "On the Distribution of SINR for the MMSE MIMO Receiver and Performance Analysis," *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(1):271-286.
- [59] Liang Y. C., Pan G. M., and Bai Z. D., "Asymptotic

- Performance of MMSE Receivers for Large Systems Using Random Matrix Theory," IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(11):4173-4190.
- [60] Peacock M. J. M., Collings I. B., and Honig M. L., "Unified Large-System Analysis of MMSE and Adaptive Least Squares Receivers for a Class of Random Matrix Channels," IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(8):3567-3600.
- [61] Pan G. M., Guo M. H., and Liang Y. C., "Asymptotic Performance of Reduced-Rank Linear Receivers With Principal Component Filter," IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(3):1148-1151.
- [62] Dogandzic A. and Nehorai A., "Cramer-rao bounds for estimating range, velocity, and direction with an active array," IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(6):1122-1137.
- [63] Pasupathy S. and Venetsanopoulos A. N., "Optimum active array processing structure and space-time factorability," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1974, 10(6):770-778.
- [64] Sheikhi A. and Zamani A., "Coherent detection for MIMO radars," in Proceedings of the IEEE National Radar Conference (INRC'07), Apr. 2007.
- [65] Fishler E., Haimovich A., Blum R., Chizhik D., Cimini L., and Valenzuela R., "MIMO radar: an idea whose time has come," in Proceedings of the IEEE National Radar Conference (INRC'04), Philadelphia, Pa, USA, Apr. 2004.
- [66] IEEE 802 LAN/MAN Standards Committee [Online]. Available: <http://grouper.ieee.org/groups/802/>, Feb. 2011.
- [67] Varshney P. K., Distributed Detection and Data Fusion, Springer, New York, NY, USA, 1996.
- [68] Unnikrishnan J. and Veeravalli V. V., "Cooperative sensing for primary detection in cognitive radio," IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing, 2008, 2(1):18-27.
- [69] Ganesan G. and Li Y., "Cooperative spectrum sensing in cognitive radio—part I: two user networks," IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007, 6(1):2204-2213.
- [70] Ganesan G. and Li Y., "Cooperative spectrum sensing in cognitive radio—part II: multiuser networks," IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007, 6(1):2214-2222.
- [71] Quan Z., Cui S., and Sayed A. H., "Optimal linear cooperation for spectrum sensing in cognitive radio networks," IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing, 2007, 2(1):28-40.
- [72] Mishra S. M., Sahai A., and Brodersen R. W., "Cooperative sensing among cognitive radios," in Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC'06), Istanbul, Turkey Jun. 2006.
- [73] Ma J. and Li Y., "Soft combination and detection for cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks," in Proceedings of the IEEE Global Communications Conference (GlobeCom'07), Washington, DC, USA, Nov. 2007.

作者简介



王 磊(1977-),男,南京邮电大学通信与信息工程学院讲师,博士。中国通信学会会员,IEEE 会员,IEICE 会员。研究方向为现代通信中的智能信号与信息处理,认知无线网络,基于随机矩阵理论的通信信号处理等。

E-mail: wanglei@njupt.edu.cn



郑宝玉(1945-),男,南京邮电大学教授、博士生导师,上海交通大学教授、博士生导师。目前主要研究方向为智能信号与信息处理、无线网络与通信信号处理、量子信息处理等。

E-mail: zby@njupt.edu.cn



崔景伍(1955-),女,南京邮电大学高级工程师。研究方向为无线通信与网络信号处理、多用户协作通信技术等、认知无线电频谱共享技术等。

E-mail: cuijw@njupt.edu.cn