

基于低速采样的多正弦波信号频率估计

叶 丰 罗景青 陈明建 唐希雯

(合肥电子工程学院电子对抗信息处理重点实验室, 合肥, 230037)

摘 要: 高频段信号由于受到 A/D 转换器和后续信号处理器件运算速度和成本的限制, 其处理往往难以实现, 为解决此问题, 提出了一种新的基于低速采样的高频段多正弦波信号频率估计方法。首先将含有多个频率互异的多正弦波信号经过功分器分成两路信号, 然后分别用不同的采样率对这两路信号进行低速采样, 用傅立叶变换及基于改进的 Rife 算法与 Quinn 算法来估计两路信号低速采样后的频率, 接下来利用中国余数定理对多个信号的频谱快速配对解模糊准确的估计出各个信号的频率。该方法在工程上易于实现, 可同时实现低的采样速率与高精度估计, 而且在较低信噪比的情况下仍可获得较高的估计精度。给出了该方法的具体步骤, 通过计算机仿真试验验证了该方法的有效性。

关键词: 低速采样; 多正弦波信号; 中国余数定理; 频谱配对; 低信噪比

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2011)06-0883-07

Multiple frequencies estimation of sinusoidal signals with sub-sampling

YE Feng LUO Jing-qing CHEN Ming-jian TANG Xi-wen

(Electronic Engineering Institute, laboratory of electronic countermeasure and information processing, Hefei 230037, China)

Abstract: In some applications, it is hard to process high-frequency signals because of the constraint of A/D converter and latter signal processors' low computation speed and high cost. A new method of multiple frequencies estimation of high-frequency sinusoidal signals based on sub-sampling is proposed. First use the power divider to make the high-frequency multiple sinusoidal signals into two pathway, then the two signals are sampled with different sampling rate respectively, using the Fourier transformation and improved Rife-Quinn algorithm to estimate the two separate frequencies. Then estimate the multiple frequencies unambiguously via spectral rapid-pairing utilizing the Chinese remainder theorem. This approach has the advantages of low cost, low sampling rate, high precision and easy implementation, even if in the very lower signal noise ratio (SNR). Step of this method is provided and simulations have verified the validity of the algorithm.

Key words: sub-sampling; multiple sinusoidal signal; Chinese remainder theorem; spectral pairing; low signal to noise ratio

1 引言

对淹没在噪声中的多个正弦波信号进行参数(频率或初相)估计是信号处理的一个经典课题, 也是在电子战侦察雷达通信等领域研究的一个热门问题, 如电子对抗中调频信号频点检测与估计, 突发通信中的多普勒频率估计, 数字通信中的载波同步等领域有着广泛的应用。例如在雷达探测中, 回波的频率和初相估计精度直接决定了被测物体的径向速度和距离测量精度。如何快速精确地估计频率一直以来都是一个备受

关注的问题。然而在实际中不单单只有一个正弦波信号而是多个不同的正弦波信号混在一起, 那么就给频率估计带来了一定的难度。

在雷达和通信等领域, 关于正弦信号频率估计的文章很多, 最直接的正弦信号频率估计就是在信号 FFT 之后, 首先搜索到谱峰, 再进一步运用对分法等迭代搜索算法以得到频率的精确估计。直接利用 FFT 的概念完成正弦信号参数的估值, 无需进一步复杂的推导和证明, 但是在实际的工程应用中却不是最优的。迭代次数多, 往往不能满足系统对实时性的要求。相

位差分法是在 FFT 粗测结果上的进一步校正,这种算法无需在频谱的最大和次大谱线间进行频率的搜索,只需对采样点分组后进行两次 FFT 就可以在不高的信噪比下获得精度相当高的频率,但是在较低信噪比的情况下精度不好。文献[1]可应用于低信噪比信号,但估计精度受限,难以在低信噪比下保持所有离散频率间隔内的高精度。文献[2]通过同时利用信号的相位和幅度信息,提高了估计精度。但是在低信噪比下无法满足线性化的近似条件,即使加长数据长度也无法得到有效的估计。文献[3]总结了基于自相关估计频率的几种方法,这类方法在信噪比很低时,只要样本数据足够长,仍可获得较高的频率估计精度,但频偏估计范围与数据长度成反比,且计算量很大。文献[4]为 Rife 法的改进算法,但低信噪比条件下效果不明显。

然而一般按照 Nyquist 采样定理要求 A/D 采样率须高于信号最高频率两倍(至少是信号带宽的两倍),这对于高频段宽带信号,数字量化、存储都非常困难,且后端数字处理速度也难以匹配。低速采样是一种较现实的解决方案。降低采样频率对提高参数估计精度是有好处的。文献[5]中 M. D. Zoltowski 等人提出了 1GHz 频段 250MHz 欠采样信号频率无模糊估计方法;文献[6]中 W. S. McCormick 等人基于 FFT 技术和雷达测距解模糊原理提出了欠采样信号频率无模糊估计的实现方法。文献[7]D. W. Tufts 等人基于时延技术和前后向稀疏线性预测(FBSLP)算法也相继提出了解决此问题的方法;然而,这些方法的频率估计精度并不高,硬件花费也较大且只是针对特定的一个信号。文献[9]首次提出在欠采样环境下基于时延技术和 MUSIC 算法求解多个频率的信号,但受噪声影响较大,仿真所需信噪比较高且为射频窄带信号。文献[10]研究了正弦信号参数估计中的采样率选择研究,做了双频测距仪的频率估计误差结果与采样率选择的关系,但是其是低频信号且只有两个频率的估计。

针对这些问题,本文利用低速采样方法以及频谱快速配对实现了对高频段多正弦波信号不同频率的估计。该方法不仅估计结果精确,而且在工程上易于实现,计算机模拟验证了该方法的有效性。

2 多正弦波信号频率估计

2.1 信号模型

设在频域区间 $[f_{\min}, f_{\max}]$ 内存在有 p 个频率互异的高频多正弦波信号,其中第 i 个信号可以表示为:

$$s_i(t) = \sqrt{2}A_i \exp\{j(2\pi f_i t + \varphi_i)\} \quad (1)$$

$\sqrt{2}A_i$ 代表每一个信号的幅度, f_i 是每个信号的频率, φ_i 为每个信号的初始相位。当多个正弦波信号存在时,可以写成:

$$s(t) = \sum_{i=1}^p s_i(t) = \sqrt{2} \sum_{i=1}^p A_i \exp\{j(2\pi f_i t + \varphi_i)\} \quad (2)$$

接收信号一般都是含有通道噪声的,接收信号可写成:

$$x(t) = s(t) + n(t) \\ = \sqrt{2} \sum_{i=1}^p A_i \exp\{j(2\pi f_i t + \varphi_i)\} + \sqrt{2}v(t) \quad (3)$$

其中, $\sqrt{2}v(t)$ 为通道噪声。

现在将信号经过功分器分成两路分别进行低速采样,采样率分别为 f_{s1}, f_{s2} ,分别获得数字信号:

$$x_1(n) = x(n/f_{s1}), x_2(n) = x(n/f_{s2}), n=0, 1, \dots, N-1$$

现在假定:①信号采样时间较长,即 N 较大;②信号的频率估计误差小于各信号的频率差。在此假定下,可根据 $x_1(n), x_2(n)$ 分别估计出信号的多个频率后,再根据两路信号估计出的频率进行解模糊处理,求得各信号的频率估计值。

2.2 单个信号的频率估计

若只有一个信号,(2)式简化为:

$$s_1(t) = \sqrt{2}A_1 \exp\{j(2\pi f_1 t + \varphi_1)\} + v(t)$$

其中, A_1 代表幅度, f_1 是频率, φ_1 为初始相位。经过功分器分成两路分别进行低速采样后:

$$x_1(n) = A_1 \exp\{j2\pi n f_1 / f_{s1} + \varphi_1\} + v_1(n) \\ x_2(n) = A_1 \exp\{j2\pi n f_1 / f_{s2} + \varphi_1\} + v_2(n) \quad (4)$$

对于复信号,若满足 Nyquist 采样定理,则应当有: $f_1/f_{s1} < 2, f_1/f_{s2} < 2$ 。而对于采样率远小于信号频率的情况,(4)式中两路信号均存在频率模糊。设:

$$f_1 = k_1 f_{s1} + F_{11}, f_1 = k_2 f_{s2} + F_{21} \quad (5)$$

其中, k_1, k_2 为正整数。分析易知,(4)式可写为:

$$x_1(n) = A_1 \exp\{j2\pi n F_{11} + \varphi_1\} + v_1(n) \\ x_2(n) = A_1 \exp\{j2\pi n F_{21} + \varphi_1\} + v_2(n)$$

也就是说,我们根据 $x_1(n), x_2(n)$ 估计出来的频率,不再是 f_1 ,而是 f_1 分别对 f_{s1}, f_{s2} 取余数的 F_{11}, F_{21} 。而通过(5)式根据 F_{11}, F_{21} 求频率 f_1 的方法,就是中国余数定理的求解方法。

求解方法和步骤为:

①根据 f_{\min}, f_{\max} 确定正整数 k_1, k_2 的取值范围:

$$k_{1\min} \leq k_1 \leq k_{1\max}, k_{2\min} \leq k_2 \leq k_{2\max}$$

$$k_{1\min} = \left\lceil \frac{f_{\min}}{f_{s1}} \right\rceil, k_{1\max} = \left\lfloor \frac{f_{\max}}{f_{s1}} \right\rfloor, k_{2\min} = \left\lceil \frac{f_{\min}}{f_{s2}} \right\rceil, k_{2\max} = \left\lfloor \frac{f_{\max}}{f_{s2}} \right\rfloor$$

②由 $x_1(n), x_2(n)$ 求得信号频率的两个余数的估计值 $\hat{F}_{11}, \hat{F}_{21}$ 。

③由下式确定正整数对 (k_1, k_2) 的估计值 (\hat{k}_1, \hat{k}_2) :

$$(\hat{k}_1, \hat{k}_2) = \min |k_1 f_{s1} + \hat{F}_{11} - k_2 f_{s2} - \hat{F}_{21}| \quad (6)$$

$$(k_{1\min} \leq k_1 \leq k_{1\max}, k_{2\min} \leq k_2 \leq k_{2\max})$$

此式实际上是中国余数定理在实数域的改进型求解算法。

④根据 (\hat{k}_1, \hat{k}_2) 和 $\hat{F}_{11}, \hat{F}_{21}$ 求得 f_1 的最佳估计值 \hat{f}_1 。

若两路信号的频率估计是独立的,精度相等的,则可取

$$\hat{f}_1 = \frac{1}{2} (\hat{k}_1 f_{s1} + \hat{F}_{11} + \hat{k}_2 f_{s2} + \hat{F}_{21}) \quad (7)$$

2.3 多信号的情况

多个信号时,有:

$$x_1(n) = \sum_{i=1}^p A_i \exp \{ j2\pi n f_i / f_{s1} + \varphi_i \} + v_1(n) \quad (8)$$

$$x_2(n) = \sum_{i=1}^p A_i \exp \{ j2\pi n f_i / f_{s2} + \varphi_i \} + v_2(n)$$

由于混迭,完全可能在某一路采样中存在频率“重叠”现象,即两个频率相差大于 $(f_{s2} - f_{s1})$ 的信号,由于频率混迭,在某一路信号中“频率”相等或相差很小以至于无法分辨。不过,分析可知,在 (f_{s1}, f_{s2}) 的一个最小公倍数范围内不会出现两路同时产生频率“重叠”现象。

同单个信号一样,(8)式可写成:

$$x_1(n) = \sum_{i=1}^p A_i \exp \{ j2\pi n F_{1i} + \varphi_i \} + v_1(n) \quad (9)$$

$$x_2(n) = \sum_{i=1}^p A_i \exp \{ j2\pi n F_{2i} + \varphi_i \} + v_2(n)$$

要指出的是,这时, $\{F_{11}, F_{12}, \dots, F_{1p}\}$ 和 $\{F_{21}, F_{22}, \dots, F_{2p}\}$ 中均可能有相同的元素。设通过对 f_{s1} 采样支路的信号 $x_1(n)$ 的频率估计,可求得 $N_1 \leq p$ 个频率的估计值: $\hat{F}_{11}, \hat{F}_{12}, \dots, \hat{F}_{1N_1}$; 通过对 f_{s2} 采样支路的信号 $x_2(n)$ 的频率估计,可求得 $N_2 \leq p$ 个频率的估计值: $\hat{F}_{21}, \hat{F}_{22}, \dots, \hat{F}_{2N_2}$ 。然后通过“配对”法进行信号频率的估计。“配对”的过程就是判断各种频率组合的合理性的过程,判断的根据仍然是“余数定理”。

多信号情况下的频率估计的方法和步骤如下:

①由第一路估计出信号的 $N_1 \leq p$ 个频率的估计值:

$$\hat{F}_{11}, \hat{F}_{12}, \dots, \hat{F}_{1N_1}$$

②由第二路估计出信号的 $N_2 \leq p$ 个频率的估计值:

$$\hat{F}_{21}, \hat{F}_{22}, \dots, \hat{F}_{2N_2}$$

③配对处理。

若假定两路信号的频率估计误差为零均值正态分布的随机变量,估计误差的均方根值分别为 $\sigma_{F_1}, \sigma_{F_2}$, 我们可以根据 $\sigma_{F_1}, \sigma_{F_2}$ 确定误差门限 $\Delta F = 3\sqrt{\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{F_2}^2}$, 选择系数选为3,是考虑到频率估计存在误差时,仍能确保求解的结果的正确性。

下面对任意的可能组合,求解集合: $(\hat{F}_{1i}, \hat{F}_{2j}), i=1, \dots, N_1; j=1, \dots, N_2$ 。

首先,求

$$\Phi_{i,j} = \{ (k_1, k_2) : \Delta f_{i,j}(k_1, k_2) = |k_1 f_{s1} + F_{1i} - k_2 f_{s2} - F_{2j}| \leq \Delta F$$

$$k_{1\min} \leq k_1 \leq k_{1\max}, k_{2\min} \leq k_2 \leq k_{2\max} \}$$

若 $\Phi_{i,j}$ 为空集,则问题无解,此组合不成立;若 $\Phi_{i,j}$ 不为空集,则令:

$$[\hat{k}_1(i, j), \hat{k}_2(i, j)] = \min \{ \Delta f_{i,j}(k_1, k_2), k_{1\min} \leq k_1 \leq k_{1\max}, k_{2\min} \leq k_2 \leq k_{2\max} \}$$

其相应的 $(\hat{F}_{1i}, \hat{F}_{2j})$ 配对的频率估计值为:

$$\hat{f}_{i,j} = \frac{1}{2} [\hat{k}_1(i, j) f_{s1} + \hat{F}_{1i} + \hat{k}_2(i, j) f_{s2} + \hat{F}_{2j}] \quad (10)$$

本文利用低速采样后进行傅立叶变换信号的频谱会发生折叠模糊,变换后得到的频率点不是信号的实际频率点而是信号频率对采样率取模后的数值,相当于中国余数定理中的余数,文中采用中国余数定理的求解思想进行解模糊处理。频率区间 $[f_{\min}, f_{\max}]$ 前端确定的,算法中确定其区间时要包括前端的信号频率范围,若与实际情况不符会产生不良影响,因此,在确定频率区间时要求确保信号在预设的频率区间之内。对信号个数原则上没有要求,但由于实际情况的处理,对信号间的频率间隔有要求,即要求其间隔大于两通道测频率误差之和的均方根值的3倍。

2.4 频率余数的确定方法

F 是信号经过低速采样后进行 FFT 之后的结果,从 $f_1 = k_1 f_{s1} + F_{11}, f_2 = k_2 f_{s2} + F_{21}$ 可以看出变换后得到的频率点不是信号的实际频率点而是信号频率对采样率取模后的数值,相当于中国余数定理中的余数。用改进的 Rife 算法与 Quinn 算法来确定 F 频率(余数),结合两种算法的优点,提出综合算法,具体实现步骤为:

(1) 计算 $X(k) = FFT(x(n))$, 功率谱 $p(k) = |X(k)|^2$,

设置阈值 $\delta_R=0.2$;

(2) 计算 α, δ 值(若 $|X(m+0.5)| > |X(m)|$, 令 $\alpha = \frac{|X(m)|}{|X(m+0.5)|}$; 反之, 令 $\alpha = \frac{|X(m+0.5)|}{|X(m)|}$, $\delta = \frac{\alpha}{1+\alpha}$), 当 $\delta \leq \delta_R$, 继续步骤 3, 否则转向步骤 4;

(3) 通过分别计算 Quinn 算法中的 $\alpha_1, \alpha_2, \hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2$ ($\delta_1 = \frac{\alpha_1}{1-\alpha_1}, \delta_2 = \frac{-\alpha_2}{1-\alpha_2}, \alpha_1 = \frac{\text{Re}[X(m-1)]}{\text{Re}[X(m)]}, \alpha_2 = \frac{\text{Re}[X(m+1)]}{\text{Re}[X(m)]}$), 更新 δ (若 $\delta_1 > 0, \delta_2 > 0$, 则 $\delta = \delta_1$, 否则 $\delta = \delta_2$), 执行步骤 5;

(4) 频谱细化, 用改进的 Rife 算法, 更新计算 α, δ ;

(5) 根据式 $\hat{f}_0 = \Delta f(m \pm \delta)$ 得到 F 的频率。

F 的估计误差会导致我们最后的频率估计误差。 F 的估计误差即是 FFT 的估计误差, 与信噪比与采样点数 N 有关。采样点数 N 与采样频率、估计精度需求、后续 FFT 实现的器件限制有关。建议两路的 N 选成相等的, 根据现有 DSP 器件和成熟度, $N = 1024$ 或 2048 、 4096 为宜。

2.5 采样频率的选择

两路信号的采样率 (f_{s1}, f_{s2}) 的选择不是任意的。

首先, 两路信号的采样率 f_{s1}, f_{s2} 不宜相差太大。这主要是为了硬件实现和后续处理的方便, 两路信号的采样率相差较大, 不便调试; 而采样率相差较大, 同一时间段的采样的点数也相差较大, 不使用快速处理进行频率估计。

其次, 两路信号的采样率 f_{s1}, f_{s2} 不宜相差太小。由于支路采样信号的频率估计存在误差, 为了在后续处理中用中国余数定理求解时方便, 两采样率也不宜太过接近, 两频率之差要大于支路信号频率估计误差可能产生的偏差。

综合考虑, 两采样频率有差值大于 $\Delta F = 3\sqrt{\sigma_{F_1}^2 + \sigma_{F_2}^2}$ 即可。

第三, 两路信号的采样率要适中, 不宜太高, 也不宜太低。采样率太高了“低速”采样的优点就体现不出来了, 硬件实现和软件处理的困难均没有得到解决; 但采样率太低了对信噪比有较高的要求, 而且支路频率估计的精度也与采样率本身有关。

第四, 两路信号采样综合处理的不模糊区域要覆盖感兴趣的频域。

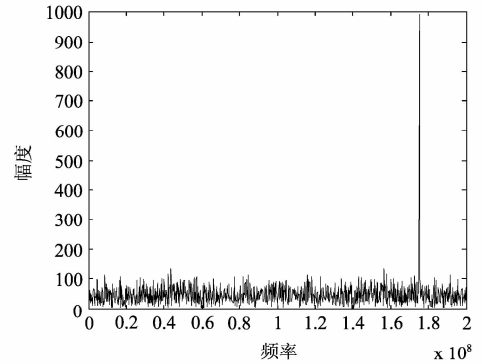
实际上, 两路信号采样的不模糊频率宽度为两采样率的最小公倍数。例如, 若 $f_{s1} = 200\text{MHz}, f_{s2} = 210\text{MHz}$, 则不模糊频率宽度为 4200MHz 。

3 计算机模拟仿真

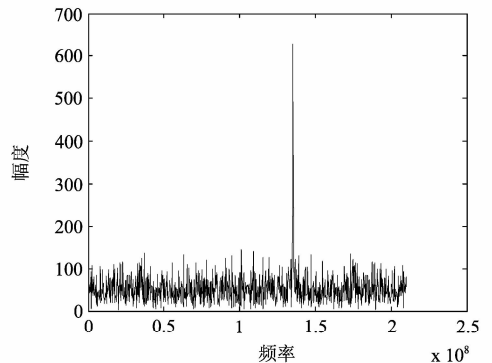
3.1 单信号的情况的仿真

为了验证低速采样条件下高频段多正弦波信号频

率估计方法的有效性, 我们做了下面的计算机模拟实验。假定只有一个信号 $s_1(t) = A_1 \exp\{j(2\pi f_1 t + \varphi_1)\} + n(t)$, 其中 $A = 1, f_1 = 9.375 \times 10^9 \text{Hz}, \varphi_1 = 0, \text{SNR} = -5 \text{dB}, f_{s1} = 200\text{MHz}, f_{s2} = 210\text{MHz}$ 。其不模糊区域为 4200MHz 。设感兴趣的频率区域(即已知频率范围)为 $[8, 12.0]$ (GHz), 进行仿真得到如图 1 所示的结果。



(a) 第一路低速采样后频谱
(a) Frequency spectrum of the first channel's low sampling output



(b) 第二路低速采样后频谱
(b) Frequency spectrum of the second channel's low sampling output

图 1 单信号情况下的双路频率估计

Fig. 1 Double channel frequency estimation of single signal

图 1(a) 表示 f_{s1} 支路估计的结果, 得到的信号频率的估计值为 $\hat{F}_{11} = 175.2 \times 10^6 \text{Hz}$, 图 1(b) 表示 f_{s2} 支路估计的结果, 得到的信号频率的估计值为 $\hat{F}_{21} = 135.24 \times 10^6 \text{Hz}$ 。根据感兴趣的频率区域, 求得 (k_1, k_2) 的频率估计值为: $(\hat{k}_1, \hat{k}_2) = (46, 44)$, 最终求得频率的估计值为:

$$\begin{aligned} \hat{f}_1 &= \frac{1}{2} (46 \times f_{s1} + 175.20 \times 10^6 + 44 \times f_{s2} + 135.24 \times 10^6) \\ &= 9375.22 \times 10^6 \text{Hz} \end{aligned}$$

求得的估计值与 $f_1 = 9.375 \times 10^9 \text{Hz}$ 相差不大, 而且在信噪比较低的情况下仿真图也很清晰精确。在 -5dB 条件下频率估计的绝对误差为 0.22MHz , 相对误差为

2.3×10^{-5} 。

3.2 多信号的情况的仿真

假定有 $p=4$ 个信号,各信号参数为:

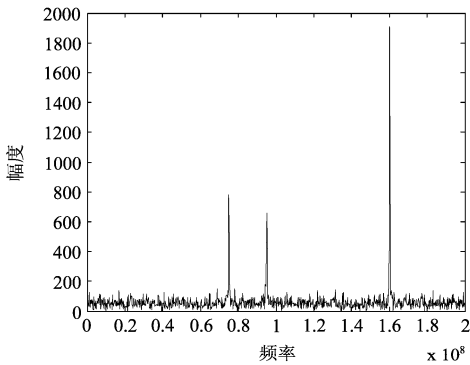
$$A_1 = 1, f_1 = 9.560 \times 10^9 \text{ Hz}, \varphi_1 = 0,$$

$$A_2 = 1, f_2 = 11.560 \times 10^9 \text{ Hz}, \varphi_2 = 0$$

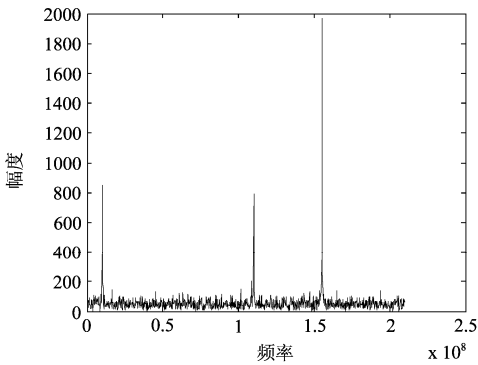
$$A_3 = 1, f_3 = 11.075 \times 10^9 \text{ Hz}, \varphi_3 = 0,$$

$$A_4 = 1, f_4 = 11.495 \times 10^9 \text{ Hz}, \varphi_4 = 0$$

信号频率范围: $(f_{\min}, f_{\max}) = [8, 12.0]$ (GHz)。还是在 $SNR = -5\text{dB}$, 采样频率为 $f_{s1} = 200\text{MHz}, f_{s2} = 210\text{MHz}$ 下进行仿真, 仿真结果如下:



(a) 第一路低速采样后频谱
(a) Frequency spectrum of the first channel's low sampling output



(b) 第二路低速采样后频谱
(b) Frequency spectrum of the second channel's low sampling output

图 2 $SNR = -5\text{dB}$ 时多信号情况下的双路频率估计

Fig. 2 Double channel frequency estimation of multiple signals while $SNR = -5\text{dB}$

由第一路得到信号的 3 个频率的估计值(分析可知,其中有两个混迭成一个):

$$\hat{F}_{11} = 75.0 \times 10^6 \text{ Hz}, \hat{F}_{12} = 95.0 \times 10^6 \text{ Hz}, \hat{F}_{13} = 160.2 \times 10^6 \text{ Hz}$$

由第二路也得到信号的 3 个频率的估计值(也有另两个混迭成一个):

$$\hat{F}_{21} = 10.08 \times 10^6 \text{ Hz}, \hat{F}_{22} = 110.0 \times 10^6 \text{ Hz}, \hat{F}_{23} = 155.2 \times 10^6 \text{ Hz}$$

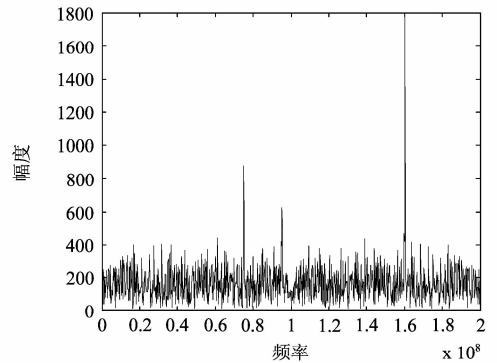
接下来进行配对处理。配对的情况如表 1 所示。从表中可以看出,我们得到了四个正确有配对频率。 $\hat{f}_{23} = 9560.1\text{Hz}$ 、 $\hat{f}_{13} = 11560.14\text{Hz}$ 、 $\hat{f}_{31} = 11075.1\text{Hz}$ 、 $\hat{f}_{32} = 11495.1\text{Hz}$ 分别是 f_1, f_2, f_3, f_4 的估计值。

表 1 四个信号时配对处理的结果 (MHz) (-5dB)

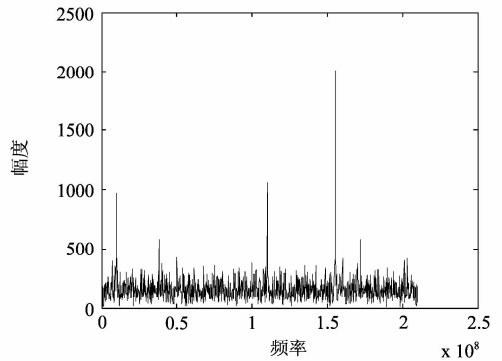
Tab. 1 Paring result of four signals (MHz) (-5dB)

第一路频率 估计值	$\hat{F}_{11} = 75.0$	$\hat{F}_{12} = 95.0$	$\hat{F}_{13} = 160.2$
第二路频率 估计值			
$\hat{F}_{21} = 10.08$	无解	无解	$\hat{f}_{13} = 11560.14$
$\hat{F}_{22} = 110.0$	无解	无解	$\hat{f}_{23} = 9560.1$
$\hat{F}_{23} = 155.2$	$\hat{f}_{31} = 11075.1$	$\hat{f}_{32} = 11495.1$	无解

为了进一步验证,在 $SNR = -15\text{dB}$ 下进行仿真,仿真结果如下:



(a) 第一路低速采样后频谱
(a) Frequency spectrum of the first channel's low sampling output



(b) 第二路低速采样后频谱
(b) Frequency spectrum of the second channel's low sampling output

图 3 $SNR = -15\text{dB}$ 多信号情况下的双路频率估计

Fig. 3 Double channel frequency estimation of multiple signals while $SNR = -15\text{dB}$

由第一路得到信号的 3 个频率的估计值(分析可知,其中有两个混迭成一个):

$$\hat{F}_{11} = 75.0 \times 10^6 \text{ Hz}, \hat{F}_{12} = 95.0 \times 10^6 \text{ Hz}, \hat{F}_{13} = 160.2 \times 10^6 \text{ Hz}$$

由第二路也得到信号的3个频率的估计值(也有另两个混迭成一个):

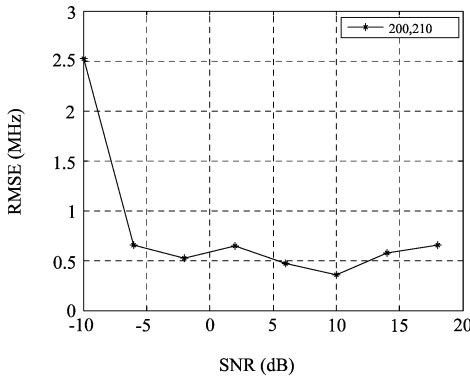
$$\hat{F}_{21} = 10.08 \times 10^6 \text{ Hz}, \hat{F}_{22} = 110.04 \times 10^6 \text{ Hz}, \hat{F}_{23} = 155.19 \times 10^6 \text{ Hz}$$

从图3的结果可以看出,谱估计出现了很多虚假信号。但若适当选择门限,两路信号仍可以观察到三个谱峰,误差变化不大且在低信噪比还是较为精确的,结果如表2所示。

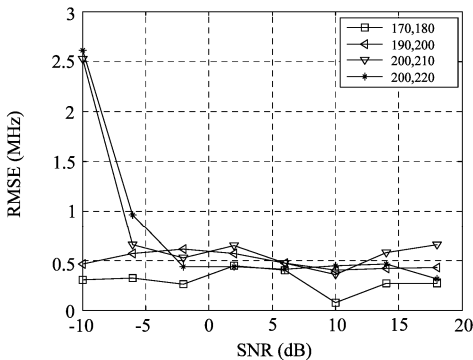
表2 四个信号时配对处理的结果 (MHz) (-15dB)

Tab.2 Paring result of four signals (MHz) (-15dB)

第一路频率 估计值	$\hat{F}_{11} = 75.0$	$\hat{F}_{12} = 95.0$	$\hat{F}_{13} = 160.2$
第二路频率 估计值			
$\hat{F}_{21} = 10.08$	无解	无解	$\hat{f}_{13} = 11560.14$
$\hat{F}_{22} = 110.04$	无解	无解	$\hat{f}_{23} = 9560.12$
$\hat{F}_{23} = 155.19$	$\hat{f}_{31} = 11075.095$	$\hat{f}_{32} = 11495.095$	无解



(a) 同一采样率时的RMSE-SNR关系图
(a) Diagram of RMSE-SNR under same sampling rate



(b) 不同采样率时的RMSE-SNR关系图
(b) Diagram of RMSE-SNR under different sampling rate

图4 RMSE-SNR 关系图

Fig.4 Diagram of RMSE-SNR

(a)图为采样率为 $f_{s1}=200\text{MHz}, f_{s2}=210\text{MHz}$ 时500次 Monte Carlo 实验结果的参数估计的 RMSE-SNR 关系图。(b)图为 f_{s1}, f_{s2} 分别采用 170MHz180MHz, 190MHz200MHz, 200MHz210MHz, 200MHz220MHz 时的 RMSE-SNR 关系图。

4 结束语

本文针对高频段多正弦波信号,提出了一种双路低速采样-分别频率估计-快速配对的处理方法,实现了对高频段多正弦波信号频率的估计。该算法解决了高频段多正弦波信号采样困难和低信噪比情况下的参数估计问题,且算法硬件量小,频率估计精度高,具有较好的工程应用价值。在计算机模拟中我们可以看出该频率估计方法简单而且运算小,是一种成功的低速采样信号多频率估计算法。

参考文献

- [1] Belega D, Dallet D. Frequency estimation via weighted multipoint interpolated DFT [J]. Science Measurement & Technology, IET, 2008, 2(1): 1-8.
- [2] Fu Hua, Kam P Y. MAP/ML estimation of the frequency and phase of a single sinusoid in noise [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(3): 834-845.
- [3] Volcker B, Handel P. Frequency estimation from proper sets of correlations [J]. IEEE Trans on Signal Process, 2002, 50(4): 791-802.
- [4] 邓振森,刘渝,王志忠等.正弦波频率估计的修正 Rife 算法[J]. 数据采集与处理, 2006, 21(4): 473-477. Deng Zheng-miao, Liu Yu, Wang Zhi-zhong et al. Modified Rife algorithm for frequency estimation of sinusoid wave[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2006, 21(4): 473-477. (in Chinese)
- [5] Zoltwoski M D, Mathews C P. Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-Nyquist spatio-temporal sampling [J]. IEEE Trans SP, 1994, (42): 2781-2794.
- [6] McCormick W S, Miller D E, Tsui J D Y. Resolution of a 2π ambiguity problem in multiple frequency spectral estimation [J]. IEEE Trans. on AES, 1995, AES-31(1): 2-7.
- [7] Tufts D W, Ge H Y. Digital estimate of frequencies of sinusoids from wide-band under-sampled data [C] // IC-ASSP-95. Melbourne, 1995. 3155-3158.
- [8] Donghai Li, Yongjun Zhao, Zhenxing Wang. High-precision measurement of radar carrier frequency [C] // Radar,

2001 CIE International Conference on Proceedings. 15-18 Oct. 2001. 241-243.

- [9] 唐斌,肖先赐. 欠采样环境下信号多频率估计[J]. 电子科学学刊, 1997, 19(5):619-624.

Tang Bin, Xiao Xian-ci. Multiple frequencies estimation of signal with sub-sampling [J]. Journal of Electronics, 1997, 19(5):619-624. (in Chinese)

- [10] 李辉,王岩飞,李炯. 正弦信号参数估计中的采样率选择研究[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(11):2653-2656.

Li Hui, Wang Yan-fei, Li Jiong. On the parameter estimation of sinusoidal signal [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(11): 2653-2656. (in Chinese)

- [11] M. Mishali, Y. C. Eldar. From theory to practice: Sub-Nyquist sampling of sparse wideband analog signals [P]. arXiv.org 0902.4291, 2009.

作者简介



叶丰(1988-),女,安徽黄山人,现为合肥电子工程学院硕士研究生,主要研究方向:空间信息处理理论与技术。

E-mail:yefeng19880521@163.com



罗景青(1957-),男,四川南溪人,现为合肥电子工程学院教授、博士生导师,863专家组成员,主要研究方向:阵列信号处理,信号与信息处理等。

E-mail:luojingqing001@163.com

陈明建(1983-),男,现为合肥电子工程学院博士研究生,主要研究方向:空间信息处理,宽带波束形成技术。

唐希雯(1983-),女,现为合肥电子工程学院讲师,主要研究方向:智能信息处理。