

一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法及其仿真

靳 翼 邵怀宗

(电子科技大学通信与信息工程学院, 611731)

摘 要: 传统变步长 LMS 算法存在收敛速度慢、易受噪声影响等缺点, 为了提高算法性能, 论文建立了 LMS 算法中步长因子 $\mu(n)$ 和误差信号 $e(n)$ 的相关统计量之间的非线性关系, 提出了一种基于改进的双曲正切函数的变步长 LMS (HTLMS) 算法。算法采用当前误差与上一步误差乘积的绝对值来调节步长, 并引入了绝对估计误差的扰动量来更新自适应滤波器抽头向量, 因而具有收敛速度快、噪声抑制能力强和稳态误差低等特点。计算机仿真结果表明, 在不同信噪比条件下, 与多种 LMS 算法相比, 本文算法都具有较快的收敛速度和较好的稳态误差。

关键词: 变步长 LMS 算法; 双曲正切函数; 噪声抑制

中图分类号: TN713 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2010)09-1385-04

A Novel Variable Step Size LMS Adaptive Filtering Algorithm and Its Simulation

JIN Yi SHAO Huai-zong

(School of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: The common variable step size LMS algorithms have many drawbacks, such as the poor performance of the step function, the fixed parameters and the sensitivity to noise. The paper presents the HTLMS algorithm based on modified hyperbolic tangent by setting a nonlinear function between estimation error $e(n)$ and step size factor $\mu(n)$. In the algorithm, the step size factor is adjusted by the absolute value of the product of the current and former errors. The algorithm also introduces the disturbance of the absolute estimation error to update the tapping vector of the adaptive filter, thus the algorithm has faster convergence speed, better performance of noise suppression and lower steady state error. The simulation shows that compared with several LMS algorithms, the novel algorithm has faster convergence speed and better steady state error under different SNR conditions.

Key words: variable step size LMS algorithm; hyperbolic tangent function; noise suppression

1 引言

LMS 算法是一种随机梯度算法, 具有计算量小、易于工程实现等优点, 被广泛应用于系统辨识、自适应均衡、噪声对消和波束成形等领域。收敛速度、跟踪速度、稳态误差和抗噪性能是衡量 LMS 算法的主要指标。算法采用大步长可以加快收敛速度, 但会导致稳态误差增大; 采用小步长可以减小稳态误差, 但会降低收敛速度和跟踪速度。为了解决定步长 (FSS) LMS 算法的

这一矛盾, 人们提出了各种变步长 LMS 算法^[1-9]。基于遗传的 VSS-LMS 算法^[6]具有较快的收敛速度, 但在低信噪比条件下收敛速度减小。SVSLMS 算法^[7]收敛速度快, 但步长函数过于复杂, 稳态时步长变化大, 因此稳态误差较大。与 SVSLMS 算法相比, G-SVSLMS 算法^[8]和基于箕舌线的变步长 LMS 算法^[9]的稳态步长变化都比较缓慢, 算法的计算复杂度也有所减小, 收敛速度更快。

SVSLMS、G-SVSLMS 和箕舌线 LMS 算法由于步长

受误差或误差功率调节,导致算法对噪声非常敏感。本文利用输入信号和噪声不相关的特点,用误差的自相关估计来调节步长因子,并引入绝对估计误差的扰动量来加快自适应滤波器抽头权向量的收敛。算法性能在高信噪比和低信噪比环境中都很优越,在信噪比很低的环境中明显优于上述算法。

2 自适应滤波器算法原理和模型

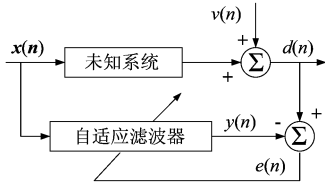


图1 自适应滤波器原理图

自适应滤波器原理图如图1所示。其中 $x(n)$ 为输入信号, $v(n)$ 为噪声, $d(n)$ 为期望响应, $y(n)$ 为自适应滤波器对当前信号的估计, $e(n)$ 为估计信号与期望信号之间的估计误差。最初 $x(n)$ 为训练序列。算法通过 $e(n)$ 调整自适应滤波器抽头权向量 $w(n)$, 使自适应滤波器逐渐收敛并稳定工作。基于最速下降法的LMS算法迭代公式为^[10]:

$$e(n) = d(n) - w^H(n)x(n) \quad (1)$$

$$w(n+1) = w(n) + 2\mu(n)e(n)x(n) \quad (2)$$

式(2)中 μ 为步长因子, 保证算法收敛的 μ 值范围为: $0 \leq \mu \leq 1/\lambda_{max}$, 其中 λ_{max} 为输入信号自相关矩阵的最大特征值。

3 新的变步长 LMS 自适应滤波算法及其性能分析

估计误差 $e(n)$ 和步长因子 $\mu(n)$ 之间的函数应该满足如下特性: 在算法初始阶段, w 偏离维纳解 w_0 较远, $e(n)$ 较大, 此时 $\mu(n)$ 应较大使得算法能快速收敛。在算法稳态阶段, 为减小失调噪声, $\mu(n)$ 取值应该较小。本文算法步长因子和权向量更新公式如下:

$$\beta(n) = p\beta(n-1) = \dots = p^n\beta(0) \quad (3)$$

$$\gamma(n) = q\gamma(n-1) = \dots = q^n\gamma(0) \quad (4)$$

$$\mu(n) = \beta(n)\tanh(\alpha|e(n)|\|e(n-1)\|) \quad (5)$$

$$w(n+1) = w(n) + 2\mu(n)e(n)x(n) + \gamma(n)$$

$$k(|e(n)| - |e(n-1)|) \quad (6)$$

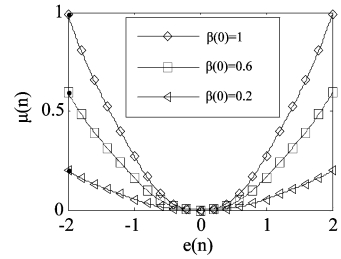


图2 $\beta(0)$ 变化, $\alpha=1, p=0.99$ 时 $e(n)$ 与 $\mu(n)$ 关系图

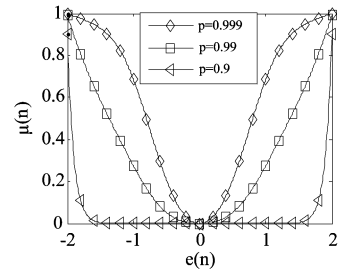


图3 p 变化, $\beta(0)=1, \alpha=1$ 时 $e(n)$ 与 $\mu(n)$ 关系图

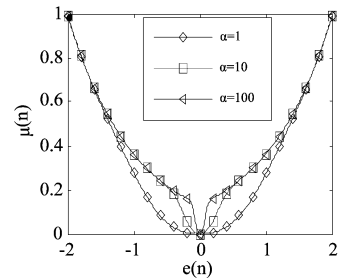


图4 α 变化, $\beta(0)=1, p=0.99$ 时 $e(n)$ 与 $\mu(n)$ 关系图

式(5)中 $\beta(n)$ 为步长函数幅度因子, 按式(3)表示的形式衰减, 其中 p 为衰减系数。由图2可知, $\beta(0)$ 取值越大, 步长初始值也越大, 收敛速度越快; $\beta(0)$ 取值越小, 步长初始值也小, 收敛速度减慢。由图3可知, p 越大步长幅度衰减越慢, p 越小步长幅度衰减越快。 α 为步长函数斜率因子, 控制步长函数的形状。由图4可知, $|e(n)| > 1.5$ 时, α 对步长影响不明显, $|e(n)| < 1.5$ 时 α 越大步长也越大, 收敛速度更快。 $e(n)$ 趋近于0时, 步长有陡峭的下降, α 越大 $|d\mu/de|$ 也越大, 这意味着很小的 Δe 会导致很大的 $\Delta\mu$, 使算法的稳态误差增大。由以上分析可知, 新算法稳态时步长变化平滑, 克服了 SVSLSMS 算法 $e(n)$ 接近0时步长变化太大的缺点。步长公式的性能由 $p, \beta(0)$ 和 α 确定, 要获得较快的收敛速度, 则三个参数的取值都应该较大, 若要降低稳态误差, 则三个参数的取值都应该较小, 应根据应用环境确定参数的最佳取值。

式(6)中右边第三项为绝对估计误差的扰动量。由于传统算法采用随机梯度调整抽头权向量, 每次迭代的估计误差 $e(n)$ 符号并不确定, 抽头权向量的调整围绕 w_0 震荡。用绝对估计误差 $|e(n)|$ 能更好地表示

估计信号偏离期望信号的程度,当估计信号偏离期望信号更远时,扰动量正向调节 $w(n)$,反之则反向调节 $w(n)$,算法初始收敛速度加快。 k 为与 $w(n)$ 维数相同的单位列向量。 $\gamma(n)$ 为扰动量幅度因子,通过该因子加权把扰动量对 $w(n)$ 的调节控制在一个最佳水平。 $\gamma(n)$ 以式(4)的指数形式衰减,收敛条件是衰减系数 $|q| < 1$ 。在迭代次数比较少时,扰动量对 $w(n)$ 的影响较大,随着迭代次数的增加, $\gamma(n)$ 趋近于 0, $e(n)$ 的波动几乎不会对 $w(n)$ 有影响,稳态误差被抑制在较低的水平。

为了加强算法的抗噪性能,式(5)用误差向量的自相关调节步长。为了减小计算复杂度,算法用当前误差和上一步误差的乘积 $e(n)e(n-1)$ 来近似误差的自相关函数 $E\{e(n)e(n-1)\}$ 。设自适应滤波器抽头权向量的维纳解为 w_0 ,此时自适应滤波器输出与期望响应之差为 $\xi(n)$,则:

$$e(n) = d(n) - x^H(n)w(n) \quad (7)$$

$$d(n) = x^H(n)w_0 + \xi(n) \quad (8)$$

$$e(n) = \xi(n) - x^H(n)[w(n) - w_0] \quad (9)$$

令 $g(n) = w(n) - w_0$,则:

$$e(n)e(n-1) = \xi(n)\xi(n-1) + g^H(n)x(n)x^H(n-1)g(n) - \xi(n)x^H(n-1)g(n) - g^H(n)x(n)\xi(n) \quad (10)$$

设噪声功率为 σ^2 ,由系统特性可知:

$$E\{x(n)\xi(m)\} = 0 \quad (11)$$

$$E\{\xi(n)\xi(m)\} = \sigma^2\delta(n-m) \quad (12)$$

$$E\{e(n)e(n-1)\} = E\{g^H(n)x(n)x^H(n-1)g(n)\} \quad (13)$$

$$E\{e^2(n)\} = E\{g^H(n)x(n)x^H(n)g(n)\} + \sigma^2 \quad (14)$$

比较式(13)和式(14)可知,误差自相关函数只与输入信号有关,和噪声无关。SVSLMS 算法用误差调节步长,G-SVSLMS 和箕舌线 LMS 算法用误差功率调节步长,导致在低信噪比条件下性能恶化。本文算法的噪声抑制能力优于上述算法。

4 与 FSS-LMS 算法和其它变步长 LMS 算法的仿真比较

下面通过仿真来比较本文算法和其它算法的性能。仿真条件为:自适应滤波器阶数 $M=5$,待辨识系统的权向量 $w=[0.3,0.7,1,0.7,0.3]^T$,输入信号 $x(n)$ 为零均值,单位方差的高斯随机信号,噪声 $v(n)$ 为与 $x(n)$ 不相关的高斯白噪声,均值为零,信噪比分别为 8dB 和 -5dB。实验 5000 次,每次采样 400 点,学习曲线为 5000 次实验的平均结果。

在本文实验条件下对各算法进行大量仿真,测定

了各算法性能最优时的参数取值范围。参数取值如下:FSS-LMS 算法固定步长 $\mu=0.02$;VSS 算法中 $\alpha=0.99$, $\beta=0.1$, $\gamma(0)=0.1$, $\mu_{max}=0.07$, $\mu_{min}=0.005$;SVSLMS 算法中 $\alpha=50$, $\beta=0.07$;箕舌线 LMS 算法中 $b=350$, $a=0.05$;G-SVSLMS 算法中 $\alpha=350$, $\beta=0.05$;本文算法中 $\beta(0)=0.04$, $\gamma(0)=0.3$, $\alpha=3000$, $p=0.99$, $q=0.3$ 。

由图 5 和图 6 可知,在 SNR 为 8dB 时,本文算法的收敛速度快于 FSS-LMS 算法,与 VSS-LMS、SVSLMS、G-SVSLMS 和箕舌线算法相当。SVSLMS、G-SVSLMS 和箕舌线算法的稳态均方误差较接近,FSS-LMS 算法低于前述四种算法,但这是以降低收敛速度为代价的。本文算法和 VSS-LMS 算法的稳态均方误差相当,低于其它四种算法。故 8dB 环境中本文算法的综合性能优于 VSS-LMS、SVSLMS、G-SVSLMS 和箕舌线算法,与 VSS-LMS 算法相当。

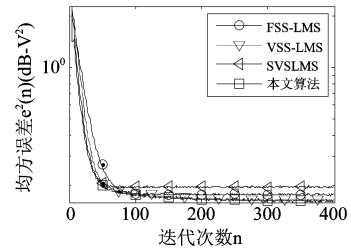


图5 本文算法与 FSS、VSS、SVS 算法比较(8dB)

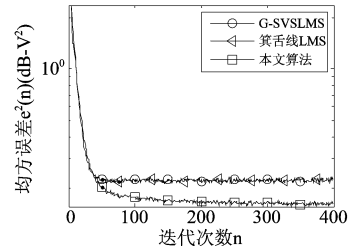


图6 本文算法与 G-SVS、箕舌线算法比较(8dB)

由图 7 和图 8 可知,当 SNR 降低到 -5dB 时,本文算法的初始收敛速度最快,在迭代次数约为 10 次时,瞬时误差功率已低于 G-SVSLMS 和箕舌线 LMS 算法的稳态均方误差,与 SVSLMS 算法的稳态均方误差相当,也低于 FSS-LMS 和 VSS-LMS 算法的瞬时误差功率。G-SVSLMS 和箕舌线算法稳态均方误差约为 $10^{0.65}$ dB,SVSLMS 算法约为 $10^{0.6}$ dB,定步长 LMS 算法约为 $10^{0.55}$ dB;在迭代次数超过 50 次以后,本文算法和 VSS-LMS 算法的学习曲线基本重合,稳态均方误差都为 $10^{0.5}$ dB。若假设系统具有单位电阻,则上述各算法均方误差单位为 V^2 。综上所述,本文算法在高信噪比环境下的初始收敛速度略快于其它五种算法,稳态均方误差最小,在低信噪比环境下的初始收敛速度极快,稳

态误差大大低于 SVSLMS、G-SVSLMS、箕舌线 LMS 和定步长 LMS 算法,和 VSS-LMS 算法相当。本文算法有效抑制了随机噪声对信号的干扰,在综合性能上优于传统的几种 LMS 算法,验证了前文对算法性能的分析。

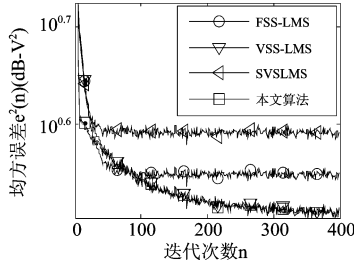


图7 本文算法与 FSS、VSS、SVS 算法比较(-5dB)

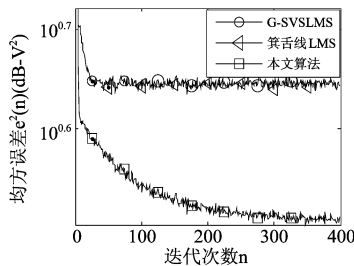


图8 本文算法与 G-SVS、箕舌线算法比较(-5dB)

5 结论

本文通过改进双曲正切函数和引入绝对估计误差的扰动量,提出了一种新的变步长 LMS 算法。用估计误差的自相关来调节步长因子可以有效抑制噪声。在自适应滤波器抽头权向量更新过程中引入绝对估计误差的扰动量,能够平衡随机梯度带来的波动,极大加快算法的初始收敛速度。步长和误差扰动量的幅度以指数收敛,保证了算法在稳态时具有较低的误差。仿真结果显示,在高信噪比和低信噪比环境中本文算法的初始收敛速度、稳态误差和抗噪性能等指标均优于传统的几种算法。

参考文献

[1] Mohammad Z U R, Ahamed S R, Koti R D V R. Cancellation of artifacts in ECG Signals using sign based normalized adaptive filtering technique [C] // 2009 IEEE Symposium on Industrial Electronics and Applications (ISIEA 2009), Kuala Lumpur, Malaysia, Oct. 2009, 442-445.

- [2] Givens M. Enhanced Convergence Normalized LMS Algorithm [J]. IEEE Signal Processing Magazine, May 2009, 26(3):81-95.
- [3] Fausto Casco, R. Carolina Medina-Ramírez, Miguel Lopez-Guerrero, César Jalpa-Villanueva. VS-SC: A Variable Step Size NLMS Algorithm [C] // 2007 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE 2007), Canada, April 2007, 896-899.
- [4] Paleologu C, Benesty J, Ciochina S. A Variable Step-Size Affine Projection Algorithm Designed for Acoustic Echo Cancellation [J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2008, 16(8):1466-1478.
- [5] Hong Cao, Jia Liu, Weiwei Zhang. A Combined De-correlation Method for Acoustic Feedback Cancellation in Hearing Aids [C] // 2009 WRI World Congress on Computer Science and Information Engineering, March 31 2009-April 2 2009, 220-224.
- [6] Li Yan, Wang Xinan. A Modified VS LMS Algorithm [C] // The 9th International Conference on Advanced Communication Technology, Feb. 2007:615-618.
- [7] 覃景繁, 欧阳景正. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法 [J]. 数据采集与处理. 1997, 12(3):171-194.
- [8] 高鹰, 谢胜利. 一种变步长 LMS 自适应滤波算法及分析 [J]. 电子学报. 2001, 29(7):1094-1097.
- [9] 邓江波, 侯新国. 一种新的变步长 LMS 自适应算法及其性能分析 [J]. 电声基础. 2004, 12:4-6.
- [10] Glentis G-O, Berberidis K, Theodoridis S. Efficient least squares adaptive algorithms for FIR transversal filtering [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1999, 16(4):13-4.

作者简介



靳翼(1985-),男,硕士生,主要研究方向为数字通信技术,自适应均衡技术。



邵怀宗(1969-),男,副教授,硕士生导师。主要从事通信信号处理,盲信号处理和 DSP 技术方面的科研和教学工作。