

# 时频双选信道 OFDM 系统的 ICI 消除与均衡

韩 华 吴乐南

(东南大学信息科学与工程学院 南京 210096)

**摘要:** 在正交频分复用 (OFDM) 系统中, 因高速移动造成的多普勒效应导致子载波间正交性的破坏并产生载波间干扰 (ICI)。为了消除 ICI, 本文通过分析 ICI 分布特性及带状矩阵特性, 提出了低复杂度的迭代干扰抵消算法和基于最小均方误差准则的排序串行干扰抵消 (MMSE-OSIC) 算法。仿真结果表明, 与传统子载波间干扰频域均衡算法相比, 新算法在计算复杂度和性能之间取得了良好的平衡, 且 MMSE-OSIC 算法可以利用时变信道的时分集特性在高信噪比情况下有效地消除“地板效应”。

**关键词:** 正交频分复用 (OFDM); 载波间干扰 (ICI); 排序串行干扰抵消; 时频双选信道

**中图分类号:** TN92    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1003-0530(2010)07-1039-05

## ICI Cancellation and Equalization for OFDM over Doubly-Selective Channel

HAN Hua WU Le-nan

(School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** In orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems, Doppler effect introduced by high mobility leads to the loss of subcarrier orthogonality and the occurrence of inter-carrier interference (ICI). In order to eliminate ICI, by exploiting the ICI distribution and banded matrix property, a novel low complexity iterative interference cancellation algorithm and minimum-mean-squared error with ordering successive interference cancellation (MMSE-OSIC) algorithm are proposed. Compared with the traditional ICI one-tap frequency domain equalization algorithm, simulation results show that the new schemes obtain the tradeoff between computational complexity and performance. The proposed MMSE-OSIC could effectively eliminate “error floor” by using the time diversity of time-varying channel in high SNR environments.

**Key words:** orthogonal frequency division multiplexing (OFDM); inter-carrier interference (ICI); ordering successive interference cancellation (OSIC); Doubly-Selective Channel

## 1 引言

OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 作为一种无线环境下的高速传输技术, 已被诸如 DVB-H, IEEE 802.11.a, IEEE 802.16e 以及 3GPP LTE 等标准所采用<sup>[1]</sup>。

为了克服多径传播效应, OFDM 利用快速傅里叶变换 (FFT) 将信号调制在相互正交的并行子载波上, 并引入循环前缀 (Cyclic Prefix, CP), 将频率选择性衰落信道转换成平坦衰落信道, 这样接收机只需用简单

的单抽头均衡即可抵消信道影响。但未来无线通信系统需要满足更高的发射频率和高速移动的应用需求, 而高速移动产生的多普勒频移将会破坏 OFDM 系统中子载波的正交性, 产生载波间干扰 (Inter Carrier Interference, ICI)。

为了消除 ICI, 文献[2-3]提出了线性最小均方误差 (Minimum Mean Square Error, MMSE) 均衡算法; 文献[4]提出了复杂度为  $O(N^3)$  的最小二乘 (Least Square, LS) 以及串行检测 (Successive Detection) 算法; 文献[5]基于信道在一个 OFDM 符号内线性变化的假

设,提出了两种消除 ICI 的信道估计方法。但在实际应用中,通常子载波数  $N$  会很大,此时这些方法需要很大计算量。文献[6]提出了一种 ICI 自消除算法,但以牺牲信道带宽效率为代价;文献[7]研究了带状结构(Banded Structure)频域信道矩阵的特性,并给出了一种 MMSE-DFE 算法,但复杂度仍然达到了  $O(N^2)$ 。本文在分析 ICI 分布以及信道矩阵特性的基础上,首先提出一种简化的信道变化线性化模型,而后提出一种低复杂度的 ICI 迭代干扰抵消算法,最后提出可以消除“地板效应”的低复杂度 MMSE-OSIC 算法,并比较了排序方式对 OSIC 算法的影响。

本文符号定义如下:  $(\cdot)^T, (\cdot)^*, (\cdot)^H$  分别表示转置,复共轭,复共轭转置;  $(\cdot)_N$  表示模  $N$  运算;  $\lceil \cdot \rceil$  表示上取整;  $G_{i,j}$  表示矩阵  $\mathbf{G}$  的第  $i$  行第  $j$  列元素,  $\mathbf{I}$  表示  $N \times N$  的单位矩阵。

## 2 系统模型

假设一个 OFDM 符号包含  $N$  个子载波,  $N \times 1$  维频域向量  $\mathbf{X}$  经过  $N$  点逆傅里叶变换 (IFFT) 得到  $N \times 1$  维时域向量  $\mathbf{x}$ 。其对应关系式为

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^H \mathbf{X} \quad (1)$$

这里  $\mathbf{F}^H$  是  $N$  点 IFFT 矩阵。假定循环前缀 CP 大于等于最大多径时延  $L$ , 则移除 CP 后的接收信号为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (2)$$

这里  $\mathbf{y}$  是  $N \times 1$  维时域接收向量,  $\mathbf{w}$  是  $N \times 1$  维时域噪声向量,  $\mathbf{H}$  是  $N \times N$  的线性时变信道时域传输矩阵, 矩阵元素  $H_{n,l} = h_{n,(n-l)_N}$ , 这里  $h_{n,l}$  表示在时刻  $n$ , 第  $l$  个抽头上的时变信道冲激响应, 其中  $0 \leq n \leq N-1, 0 \leq l \leq L-1$ 。

对(2)做 FFT 得到

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{H}\mathbf{F}^H \mathbf{X} + \mathbf{F}\mathbf{w} = \mathbf{G}\mathbf{X} + \mathbf{W} \quad (3)$$

这里  $\mathbf{G}$  是频域信道传输矩阵,  $\mathbf{F}$  是  $N$  点 FFT 矩阵,  $\mathbf{Y}$  是  $N \times 1$  维频域接收向量。对于非时变信道而言,  $\mathbf{H}$  是循环矩阵, 因而  $\mathbf{G}$  就是一个对角阵; 而对于本文所分析的时变信道来说,  $\mathbf{H}$  已经不是循环矩阵了, 因此  $\mathbf{G}$  也不再是对角阵。对于第  $k$  个子载波而言, (3) 可以写成如下表达

$$Y_k = G_{k,k} X_k + \sum_{n=0, n \neq k}^{N-1} G_{k,n} X_n + W_k \quad (4)$$

式中右边第一项是期望信号, 第二项是 ICI。

## 3 采用信道线性模型的 ICI 消除和均衡

### 3.1 ICI 分析

将频域信道传输矩阵展开可得

$$G_{k,n} = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{L-1} \sum_{r=0}^{N-1} h_{r,m} e^{\frac{j2\pi r(n-k)}{N}} e^{-\frac{j2\pi rnm}{N}} \quad (5)$$

对于准静态信道, 可以得到

$$G_{k,n} = \begin{cases} \sum_{m=0}^{L-1} h_m^{avg} e^{-\frac{j2\pi mk}{N}} & k = n \\ 0 & k \neq n \end{cases} \quad (6)$$

这里  $h_m^{avg} = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} h_{r,m}$  表示第  $m$  径信道抽头上的时间平均。显然, 在信道非时变的情况下,  $\mathbf{G}$  是一个对角矩阵, 其对角线上的元素等于信道频率响应。

对于时变信道, 其冲激响应 (CIR) 在一个 OFDM 符号内不再保持不变, 文献[5]提出一种线性变化信道模型, 将一个 OFDM 符号内的信道变化用分段线性模型来近似。由文献[5], 用  $\alpha_m$  表示第  $m$  径信道抽头的斜率, 得到时刻  $r$  的第  $m$  径信道冲激响应如下:

$$h_{r,m} = h_m^{avg} + \Delta h_{r,m}; \Delta h_{r,m} = \left( r - \frac{N-1}{2} \right) \alpha_m \quad (7)$$

$0 \leq r \leq N-1; 0 \leq m \leq L-1$

这里  $\Delta h_{r,m}$  表示第  $m$  径抽头上的时变项, 文献[5]中已经证明,  $h_m^{avg} \approx h_{N/2-1,m}$ 。将式(5)和(7)合并, 得到:

$$G_{k,n} = \begin{cases} \sum_{m=0}^{L-1} h_m^{avg} e^{\frac{j2\pi mk}{N}} & k = n \\ \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{L-1} \sum_{r=0}^{N-1} \Delta h_{r,m} e^{\frac{j2\pi(n-k)r}{N}} e^{-\frac{j2\pi rnm}{N}} & k \neq n \end{cases} \quad (8)$$

由式(8)可以看出,  $h_m^{avg}$  对应非时变项, 即  $\mathbf{G}$  对角线的元素, 而  $\Delta h_{r,m}$  则对应了时变项, 即  $\mathbf{G}$  中由 ICI 产生的非对角线元素。

由文献[7]可知, 因为大部分 ICI 干扰项的能量都来自于相邻子载波, 因此  $\mathbf{G}$  矩阵可由如图1所示的带状矩阵近似。

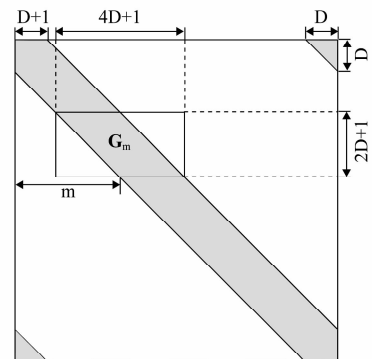


图1 带状矩阵结构

$$\mathbf{G}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{(m-D)_s, (m-2D)_s} & \cdots & \mathbf{G}_{(m-D)_s, (m+2D)_s} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{G}_{(m)_s, (m-2D)_s} & \cdots & \mathbf{G}_{(m)_s, (m+2D)_s} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{G}_{(m+D)_s, (m-2D)_s} & \cdots & \mathbf{G}_{(m+D)_s, (m+2D)_s} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$\mathbf{G}_m$  是一个  $(2D+1) \times (4D+1)$  的矩阵, 对应的  $Q$  抽头 ( $Q=2D+1$ ) MMSE 均衡器为  $\mathbf{g}_m = \mathbf{G}_m^H(:, 2D+1) (\mathbf{G}_m \mathbf{G}_m^H + \sigma^2 \mathbf{I}_Q)^{-1}$ , 因此第  $m$  个子载波检测器输出为

$$\hat{\mathbf{X}}_m = \mathbf{g}_m \mathbf{Y}_m, \mathbf{Y}_m = [Y_{(m-D)_s}, \cdots, Y_{(m+D)_s}]^T \quad (10)$$

通过这样的近似, 整个矩阵求逆的运算复杂度从  $O(N^3)$  降到了  $O(N(2D+1)^3)$ , 实用中一般选取  $D \geq \lceil f_d T_s \rceil + 1$ , 可在计算复杂度和性能之间寻求一个平衡。

文献[8]已经证明, 在归一化多普勒频移小于 0.2 时, 信道在一个 OFDM 符号周期内的变化近似满足线性特性。文献[5]提出了一种基于线性分段模型模拟时变信道的方法, 本文则在此基础上提出一种改进的信道变化线性化模型, 见图 2。在式(7)中, 定义

$$\alpha_m = \frac{h_{N/2-1, m}^{\text{next}} - h_{N/2-1, m}^{\text{prev}}}{2N} \quad 0 \leq m \leq L-1 \quad (11)$$

其中  $h_{N/2-1, m}^{\text{next}}$  和  $h_{N/2-1, m}^{\text{prev}}$  分别表示下一个和前一个 OFDM 符号的信道平均冲激响应。文献[5]将信道内的线性变化用两段不同斜率的折线来近似, 而本文只用单一线段来近似, 这样不但大大减少了计算复杂度, 易于实现, 而且在后面的 SINR 分析中, 还将看到性能的改变。

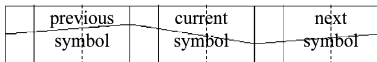


图 2 信道变化线性化模型

为了减少 ICI 带来的判决错误, 本节提出一种低复杂度的迭代 ICI 抵消算法:

- (1)、估计信道, 得到信道估计频域矩阵  $\hat{\mathbf{G}}$ , 对接收信号  $\mathbf{Y}$  进行匹配滤波得到  $\mathbf{Y}' = \hat{\mathbf{G}}^H \mathbf{Y}$ , 以及  $\mathbf{G}' = \hat{\mathbf{G}}^H \mathbf{G} + \sigma^2 \mathbf{I}$ 。
- (2)、将  $\mathbf{G}'$  分拆,  $\mathbf{G}' = \mathbf{G}'_{3diag} + \mathbf{G}'_{3ICI}$ , 这里的  $\mathbf{G}'_{3diag}$  为  $\mathbf{G}'$  的主对角线元素及其两侧元素所构成的三对角阵, 而  $\mathbf{G}'_{3ICI}$  为剩余的 ICI 干扰元素构成的矩阵。
- (3)、令  $\mathbf{G}'_{3ICI} = 0$ , 求得  $\mathbf{X}' = \mathbf{G}'_{3diag}^{-1} \mathbf{Y}'$ 。
- (4)、硬判决  $\mathbf{X}'$  得到  $\hat{\mathbf{X}}$ , 进而求出  $\hat{\mathbf{Y}}'_{3diag} = \mathbf{Y}' - \mathbf{G}'_{3ICI} \hat{\mathbf{X}}^{k-1}$ 。

(5)、再次进行理想均衡和判决, 得到  $\hat{\mathbf{X}}^k, k = k+1$ , 回到第 3 步, 直到  $k > 3$  则迭代结束。

由于这个算法引入了  $\mathbf{G}'_{3diag}$ , 相当于开始迭代之初就考虑了相邻子载波的 ICI 干扰, 提高了均衡后  $\mathbf{X}$  的信干比, 增加了硬判决的准确度, 系统的信噪比也得到了提高, 而且本算法的计算复杂度只有  $O(N)$ , 一般迭代 3 次即可得到不错的效果。

### 3.2 SINR (signal to interference plus noise ratio) 分析

文献[5]中给出了一个没有考虑高斯白噪声的信干比(SIR)表达式, 本文则给出包含了高斯白噪声的信干噪比(SINR)的完整推导。为了方便, 所有推导都基于单径时变信道。令  $h_i$  为单径信道冲激响应, 则接收信号

$$y_i = h_i x_i + w_i \quad 0 \leq i \leq N \quad (12)$$

其中  $w_i$  是高斯白噪声。输入信号  $x_i$  的估计值为

$$\hat{x}_i = \frac{y_i}{\hat{h}_i} = x_i + \frac{x_i \cdot e_i}{\hat{h}_i} + \frac{w_i}{\hat{h}_i} \quad (13)$$

这里  $\hat{h}_i$  是  $h_i$  的估计值,  $e_i = h_i - \hat{h}_i$  是信道估计的误差。

$$SINR = \frac{x_i^2}{\left| \frac{x_i \cdot e_i}{\hat{h}_i} + \frac{w_i}{\hat{h}_i} \right|^2} \quad (14)$$

$$E[SINR] = \frac{E[x_i^2]}{E\left[\left| \frac{x_i \cdot e_i}{\hat{h}_i} + \frac{w_i}{\hat{h}_i} \right|^2\right]} \quad (15)$$

因为  $x_i, e_i, w_i$  是独立零均值高斯变量, 因此

$$E\left[\left| \frac{x_i \cdot e_i}{\hat{h}_i} + \frac{w_i}{\hat{h}_i} \right|^2\right] = E[x_i^2] \cdot E\left[\left| \frac{e_i}{\hat{h}_i} \right|^2\right] + E[w_i^2] \cdot E\left[\left| \frac{1}{\hat{h}_i} \right|^2\right] \quad (16)$$

定义信噪比  $SINR = \frac{E[x_i^2]}{E[w_i^2]}$ , 得到

$$E[SINR] = \frac{1}{E\left[\left| \frac{e_i}{\hat{h}_i} \right|^2\right] + E\left[\left| \frac{1}{\hat{h}_i} \right|^2\right]} \cdot SINR \quad (17)$$

因为  $e_i, \hat{h}_i$  相关且联合高斯分布, 因此由文献[9]可得

$$E\left[\left| \frac{e_i}{\hat{h}_i} \right|^2\right] = \frac{\sigma_{e_i}^2 \cdot \rho_i^2}{\sigma_{\hat{h}_i}^2} + \sigma_{e_i}^2 \cdot (1 - \rho_i^2) \cdot E\left[\left| \frac{1}{\hat{h}_i} \right|^2\right] \quad (18)$$

这里  $\sigma_{e_i}^2 = E[|e_i|^2], \sigma_{\hat{h}_i}^2 = E[|\hat{h}_i|^2], \rho_i = \frac{E[e_i \hat{h}_i^*]}{\sigma_{e_i} \sigma_{\hat{h}_i}}$

$$E\left[\left|\frac{1}{\hat{h}_i}\right|^2\right] = \frac{\text{expint}(-\ln(1-\varepsilon))}{E[\hat{h}_i^2]} \quad (19)$$

这里  $\text{expint}(x) = \int_x^\infty \left(\frac{e^{-t}}{t}\right) dt$ ,  $\varepsilon = 1e - 6$ , 合并式(17),

(18), (19) 得到

$$E[\text{SINR}] = \frac{1}{\frac{\sigma_{e_i}^2 \rho_i^2}{\sigma_{h_i}^2} + \left(\sigma_{e_i}^2 (1 - \rho_i^2) + \frac{1}{\text{SNR}}\right) \cdot \frac{\text{expint}(-\ln(1-\varepsilon))}{\sigma_{h_i}^2}} \quad (20)$$

$0 \leq i \leq N$

### 3.3 低复杂度 MMSE-OSIC 算法

在信道快时变的情况下, MMSE 均衡会产生“地板效应”, 即无论信噪比如何增加, 也无法降低误码率。为了尽可能消除“地板效应”, 本节提出一种基于 MMSE 均衡和排序串行干扰抵消 (Ordering Successive Interference Cancellation, OSIC) 的低复杂度迭代算法。其基本思想是将已检出的信号从待检测信号中消除, 提高了判决的可靠性, 同时积累了分集增益。算法过程如下:

- (1)、对于每一个子载波  $m$ , 计算均衡系数  $g_m = G_m^H(:, 2D + 1)(G_m G_m^H + \sigma^2 I_Q)^{-1}$ 。
- (2)、取  $i = \arg \min_i (1 - g_m G_m^H(:, 2D + 1))$ 。
- (3)、硬判决  $\hat{X}_i = g_i Y_i$ 。
- (4)、修正接收信号矩阵,  $\mathbf{Y} = \mathbf{Y} - G(:, i) \hat{X}_i$ 。
- (5)、将  $G$  矩阵第  $i$  列置 0,  $G(:, i) = [0, \dots, 0]^T$ 。
- (6)、重复以上步骤, 直到所有子载波均检测完毕。

由于  $g_m$  的运算复杂度为  $O(N(2D + 1)^3)$ , 排序的运算复杂度为  $N \log_2 N$ , 因此上述算法的运算复杂度仅为  $O(N \log_2^N)$ , 大大低于 MMSE 均衡算法的运算复杂度  $O(N^3)$ 。

## 4 仿真结果及分析

本文的仿真参数如下: OFDM 子载波数  $N = 128$ , CP 长度  $N_p = 16$ , QPSK 调制。多径信道采用文献 [10] 的方法建立, 信道径数为 6, 延迟功率谱服从指数分布。

图 3 表示了 在归一化多普勒频移  $f_d = 0.1$  的情况下, 迭代干扰抵消算法, 无迭代均衡和传统迭代干扰抵消算法的误码率比较, 可以明显看出随着迭代 3 次后, 本文迭代干扰算法性能明显优于无迭代均衡和传统迭代干扰算法。图 4 则对本文所提出的信道变化线性化模型与文献 [5] 中模型的 SINR 进行了比较, 明显看出

本文模型在同等信道变化条件下可以获得更高的信干噪比。图 5-7 分别表示在不同的  $f_d$  的情况下, 本文所提出的 MMSE-OSIC 的性能和传统单抽头均衡以及 3 抽头 MMSE 均衡的对比。当  $f_d \geq 0.1$  的时候, 信道在一个 OFDM 符号内变化较大, 所以 MMSE-OSIC 的性能明显好于传统的单抽头和 3 抽头 MMSE 均衡, 特别是  $f_d = 0.3$  时, 传统的 MMSE 均衡器几乎难以发挥作用, 而 MMSE-OSIC 则可以随着 SNR 的增加, 利用时间分集带来的增益, 消除“地板效应”; 当  $f_d = 0.01$  时, 信道在一个 OFDM 符号内变化很小, 因此这时 MMSE-OSIC 与单抽头及 3 抽头 MMSE 均衡的性能相近。此外, 仿真中还发现, 当归一化多普勒频移  $f_d \leq 0.1$  时, MMSE-OSIC 不论是只在初始化阶段排序一次还是每次迭代都排序, 性能都比较相近, 但在  $f_d > 0.1$ , 比如达到 0.3 时, 这两种不同的排序方式性能差异较大, 因此在  $f_d \leq 0.1$  时, 出于减少计算复杂度的考虑, 可以选用只排序一次的 MMSE-OSIC 算法, 而当  $f_d = 0.3$  时, 则每次迭代均重新排序的 MMSE-OSIC 算法性能最优。

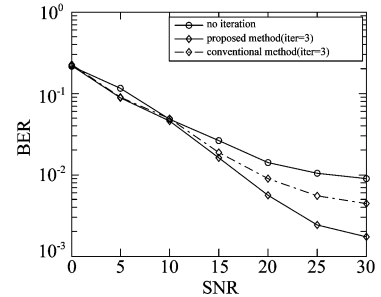


图 3 迭代干扰抵消  $f_d = 0.1$

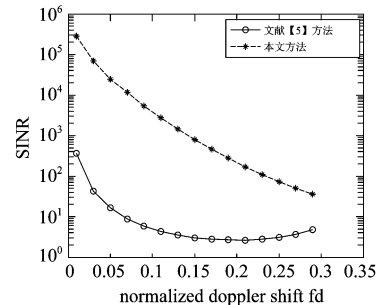


图 4 两种线性化模型的 SINR 对比

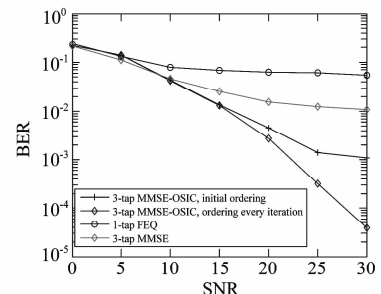
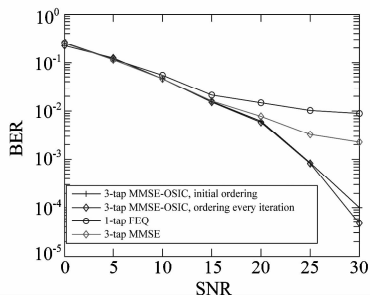
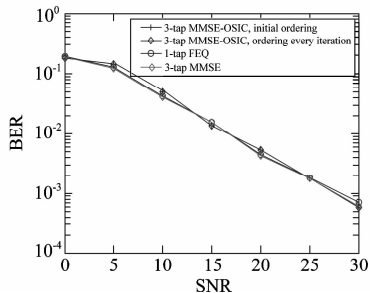


图 5 BER 性能比较  $f_d = 0.3$

图6 BER性能比较  $f_d = 0.1$ 图7 BER性能比较  $f_d = 0.01$ 

## 5 结论

本文提出了一种简化的信道变化线性化模型对 ICI 进行了分析,进而利用带状矩阵的特性提出了低复杂度的 ICI 迭代干扰抵消算法和 MMSE-OSIC 算法,仿真表明新的算法在计算复杂度和性能之间取得了较好的平衡,并且可以利用时变信道的时分集特性消除“地板效应”。

## 参考文献

- [1] Taewon Hwang, Chenyang Yang, Gang Wu, et al. OFDM and Its Wireless Applications: A Survey[J]. IEEE Trans. Vehicular Tech, 2009, vol. 58, no. 4:1673-1694.
- [2] S. Kim and G. Pottie, Robust OFDM in fast fading channel[C]. in Proceedings of GLOBECOM, 2003, vol. 2: 1074-1078.
- [3] W. Jeon, K. Chang, and Y. Cho. An equalization technique for orthogonal frequency-division multiplexing systems in time-variant multipath channels[J]. IEEE Trans. Commun. 1999, vol. 47, no. 1:27-32.

- [4] Y. Choi, P. Voltz, and F. Cassara, On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels [J]. IEEE Trans. Commun. 2001, vol. 49, no. 8:1375-1387.
- [5] Y. Mostofi and D. Cox, ICI mitigation for pilot-aided OFDM mobile systems[J]. IEEE Trans. Wireless Commun. 2005, vol. 4, no. 2:765-774.
- [6] Y. Zhao and S.-G. Haggman, Inter-carrier interference self-cancellation scheme for OFDM mobile communication systems[J]. IEEE Trans. Commun. 2001, vol. 49, no. 7: 1185-1191.
- [7] X. Cai and G. Giannakis. Bounding performance and suppressing inter-carrier interference in wireless mobile OFDM[J]. IEEE Trans. Commun., 2003, vol. 51, no. 12: 2047-2056.
- [8] Linnartz J P and Gorokhov A. New equalization approach for OFDM dispersive and rapidly time varying channel [C]. In Proc. of IEEE PIMRC, 2000, vol. 1:1375-1379.
- [9] A. Papoulis, Probability, Random Variables and Stochastic Processes[M], 3rd ed. New York: McGraw-Hill International, 1991.
- [10] Y. Zheng and C. Xiao. Simulation models with correct statistical properties for Rayleigh fading channels [J]. IEEE Trans. Commun., 2003, vol. 51, no. 6:920-928.

## 作者简介



韩华(1975-),男,东南大学博士研究生,主要研究方向为 OFDM 信道估计和均衡。E-mail: hanhua\_2000@126.com



吴乐南(1952-),男,东南大学教授,博士生导师,主要研究方向为多媒体信息处理、智能信息处理和通信信号处理。