

基于 VCR 模型的空间相关信道下 V-BLAST 系统性能分析

蓝 兴 魏急波

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 本文研究了空间相关信道下 V-BLAST 系统的最大似然检测性能。本文的分析基于 VCR 信道模型, 它可以描述本地相关和非本地相关同时存在的情形。通过推导成对错误概率的精确表达式, 得出系统误比特率的联合界, 并利用成对错误概率在高信噪比下的近似表达式, 研究了系统的分集性能, 最后用计算机仿真对理论分析进行了验证。

关键词: V-BLAST; Virtual Channel Representation (VCR); 空间相关衰落; 最大似然检测

中图分类号: **文献标识码:** **文章编号:** 1003-0530(2010)02-0310-04

Performance Analysis of V-BLAST System in spatial correlated fading via the VCR model

LAN Xing WEI Ji-bo

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In this paper, we study the error performance of Vertical Bell Labs layered Space-Time (V-BLAST) system using Maximum Likelihood (ML) receiver in the presence of correlated fading channel. Our analysis is based on the channel model of Virtual Channel Representation (VCR) form, which considers both the local scatters and non-local scatters. The Pairwise Error Probability (PEP) expression over VCR channel model is derived exactly. The approximated expression of the PEP for high signal-to-noise ratio (SNR) region is used to analyze the characteristics of the diversity order. Simulation results are given to corroborate the theoretical analysis.

Key words: V-BLAST; Virtual Channel Representation (VCR); spatial correlated fading; Maximum Likelihood (ML) detection

1 引言

信息论研究表明[1],多输入多输出(MIMO)系统在充分散射的环境中可以获得非常高的信道容量,而 V-BLAST 这种体系结构正是开发 MIMO 系统信道容量的一种有效手段[2]。对于一个 V-BLAST 系统,如果在接收端已知信道状态信息,可以采用最大似然检测来恢复发射信号矢量。最大似然检测的误码性能可以通过计算机仿真来衡量,但是仿真需要消耗大量的时间,因此,寻找误码性能的数学表达式是非常重要的。因为误码性能的精确分析在数学上非常困难,所以目前已有的研究通常采用联合界技术给出误码率的上界[3][4]。

在实际的 MIMO 系统中,由于散射簇分布以及天线间距的影响,天线之间难免存在相关性。为此,文献[5]分析了空间相关信道下,V-BLAST 系统采用最大似然检

测的性能,给出了精确的成对错误概率表达式,得出了误码率联合界,文献[5]采用的空间相关信道模型是 Kronecker 模型,并且它只考虑了发射端不存在空间相关性,而接收端存在空间相关性的特殊情况。文献[6]指出:Kronecker 模型只考虑了收发天线的本地相关,而实际的环境中,收发天线间还存在非本地相关,需要用 VCR (Virtual Channel Representation)模型来描述;VCR 模型是一种更广义的 MIMO 系统空间相关信道模型,它与实验结果也更加吻合,而 Kronecker 模型只是它的特例。文献[7]通过近似计算,得出了 V-BLAST 系统在 VCR 模型下的成对错误概率上界,为了得到更加准确的性能分析,本文通过理论推导,得出了该条件下成对错误概率的精确表达式,并在此基础上,给出了系统误码率的联合界,及其在高信噪比下的近似表达式,并对分集性能做出分析,最后通过计算机仿真验证了理论结果。由于 VCR 模

型是一种更广义的空间相关信道模型,所以本文的研究成果是前人所做工作的完善和补充,目前 Kronecker 模型下的理论分析成果(如参考文献[5])可以作为本文结论的特例。

2 系统模型

2.1 V-BLAST 系统模型

对于一个 V-BLAST 系统,假设它有 N_T 个发射天线和 N_R 个接收天线,那么系统的输入和输出关系为:

$$\mathbf{X} = \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \mathbf{H} \mathbf{S} + \mathbf{V} \quad (1)$$

其中 E_s 是发射机的发射功率, \mathbf{X} 是 $N_R \times 1$ 的接收信号矢量, \mathbf{S} 是 $N_T \times 1$ 的发射信号矢量,并且满足每个天线上的发射功率相等,则 $E[\mathbf{S} \mathbf{S}^H] = \mathbf{I}_{N_T}$ 。 \mathbf{V} 是 $N_R \times 1$ 的噪声矢量,它由相互独立同分布的零均值复高斯随机变量组成,方差为 N_0 。 \mathbf{H} 是 $N_R \times N_T$ 的衰落信道矩阵。

2.2 VCR 模型

VCR 模型适用于发射端和接收端均采用一维均匀分布的线性阵列,与 Kronecker 模型相比,它还考虑了远场效应。VCR 模型相应于在虚拟的确定方向进行波束成形,它可以揭示相关信道中的结构和真正的自由度。这里我们只给出它的数学表达式,具体细节可以参考[8]。考虑一个 MIMO 系统具有 N_T 个发射天线和 N_R 个接收天线,那么系统的信道衰落矩阵 \mathbf{H} 可以由 VCR 信道衰落矩阵 \mathbf{H}_v 的二维傅立叶变换产生:

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}_R \mathbf{H}_v \mathbf{A}_T^H \quad (2)$$

其中, $\mathbf{A}_T = [\bar{\mathbf{a}}_T(\theta_1) \quad \bar{\mathbf{a}}_T(\theta_2) \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{a}}_T(\theta_{N_T})]$, ($\mathbf{A}_T \in C^{N_T \times N_T}$), $\mathbf{A}_R = [\bar{\mathbf{a}}_R(\varphi_1) \quad \bar{\mathbf{a}}_R(\varphi_2) \quad \cdots \quad \bar{\mathbf{a}}_R(\varphi_{N_R})]$, ($\mathbf{A}_R \in C^{N_R \times N_R}$)。而 $\bar{\mathbf{a}}_T(\theta_n) = \frac{1}{\sqrt{N_T}} [1 \quad \exp(-2\pi j \theta_n) \quad \cdots \quad \exp(-2\pi j(N_T - 1)\theta_n)]^T$, $n \in \{1, 2, \dots, N_T\}$

$\bar{\mathbf{a}}_R(\varphi_m) = \frac{1}{\sqrt{N_R}} [1 \quad \exp(-2\pi j \varphi_m) \quad \cdots \quad \exp(-2\pi j(N_R - 1)\varphi_m)]^T$, $m \in \{1, 2, \dots, N_R\}$

分别是发射机和接收机的阵列矢量。 θ_n 和 φ_m 在 $[-0.5, 0.5]$ 之间等间距选择,例如, $\theta_n = \frac{2n - 1 - N_T}{2N_T}$,

$\varphi_m = \frac{2m - 1 - N_R}{2N_R}$ 。这样, \mathbf{A}_T 和 \mathbf{A}_R 都是酉矩阵, \mathbf{H} 和 \mathbf{H}_v 是二维傅立叶变换对。

VCR 信道衰落矩阵 \mathbf{H}_v 的每个元素都是零均值复高斯型随机变量,它们之间相互独立但方差不必相同,方差矩阵可以表示为 $\Psi = \text{var}(\mathbf{H}_v)$, Ψ 可以完全描述 \mathbf{H}_v 的统计特性。为了分析方便并且不失一般性,假设 $\sum_{m=1}^{N_R} \sum_{n=1}^{N_T} \psi_{m,n} = N_T N_R$, $\psi_{m,n}$ 是 Ψ 的第 m 行和第 n 列。

2.3 信噪比定义

在采用上述模型以后, VCR 模型下接收端的信噪比可以定义为:

$$\rho = \frac{E \left[\left\| \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \mathbf{H} \mathbf{S} \right\|^2 \right]}{E[\|\mathbf{V}\|^2]} \quad (3)$$

易证: $\rho = \frac{E_s}{N_0}$ 。

3 成对错误概率与联合界

3.1 误比特率的联合界

当采用最大似然检测时,当发送信号矢量为 \mathbf{S}_i ,接收机将其判决为 \mathbf{S}_j 的概率为^[5]:

$$P(\mathbf{S}_i \rightarrow \mathbf{S}_j | \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{d_{i,j}^2}{2N_0}}\right) \quad (4)$$

其中 $d_{i,j}^2 = \left\| \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \mathbf{H}(\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j) \right\|^2$ 为平方欧几里德距离, $Q(\cdot)$ 是高斯 Q 函数,那么平均成对错误概率可以表示为:

$$PEP^{(i,j)} = E_{d_{i,j}} \left[Q\left(\sqrt{\frac{d_{i,j}^2}{2N_0}}\right) \right] \quad (5)$$

对所有的成对错误概率,用参数 $\omega^{(i,j)}$ 进行加权平均,可以得到误比特率的联合界:

$$P_b \leq \frac{1}{|C|^{N_T}} \sum_{i=1}^{|C|^{N_T}} \sum_{j \neq i}^{|C|^{N_T}} \omega^{(i,j)} PEP^{(i,j)} \quad (6)$$

其中 $|C|$ 代表每个发射天线上调制星座集的大小, $\omega^{(i,j)} = \frac{e_b^{(i,j)}}{N_T \log_2(|C|)}$ 代表发射信号矢量为 \mathbf{S}_i 而接收机错判为 \mathbf{S}_j 时的比特错误率, $e_b^{(i,j)}$ 代表发射信号矢量 \mathbf{S}_i 和 \mathbf{S}_j 之间的比特错误数。

3.2 VCR 模型下的成对错误概率

发射符号矢量 \mathbf{S}_i 和 \mathbf{S}_j 之间的平方欧几里德距离可以表示为:

$$d_{ij}^2 = \left\| \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \mathbf{H}(\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j) \right\|^2 \quad (7)$$

利用等式(2)并且定义 $\Delta \mathbf{S}^{(i,j)} = \mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j$, (4) 式中的平方欧几里德距离 $d_{i,j}^2$ 可以写成:

$$d_{i,j}^2 = \left\| \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \mathbf{H}_v \mathbf{A}_T^H \Delta \mathbf{S}^{(i,j)} \right\|^2 \quad (8)$$

定义 $\mathbf{Z}^{(i,j)} = \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \mathbf{H}_v \mathbf{A}_T^H \Delta \mathbf{S}^{(i,j)}$, 其中 $\mathbf{Z}^{(i,j)} = [z_1^{(i,j)}$

$z_2^{(i,j)} \quad \cdots \quad z_{N_R}^{(i,j)}]^T$, $z_m^{(i,j)} = \sqrt{\frac{E_s}{N_T}} \sum_{n=1}^{N_T} h v_{mn} \bar{\mathbf{a}}_T^H(\theta_n) \Delta \mathbf{S}^{(i,j)}$, $m \in \{1, 2, \dots, N_R\}$, $h v_{mn}$ 是矩阵 \mathbf{H}_v 第 m 行第 n 列的元

素。 $\mathbf{Z}^{(i,j)}$ 的元素 $z_1^{(i,j)}, z_2^{(i,j)}, \dots, z_{N_R}^{(i,j)}$ 是相互独立的零均值复高斯型随机变量,方差可以表示为:

$$\text{var}(z_m^{(i,j)}) = \frac{E_s}{N_T} \sum_{n=1}^{N_r} \psi_{m,n} \|\bar{\mathbf{a}}_r^H(\theta_n) \Delta \mathbf{S}^{(i,j)}\|^2 \quad (9)$$

定义 $\Sigma \subseteq \{1, 2, \dots, N_R\}$, $\Sigma = \{\sigma(1), \sigma(2), \dots, \sigma(r)\}$, r 表示集合 Σ 的元素个数,并且有:

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{N_r} \psi_{m,n} \|\bar{\mathbf{a}}_r^H(\theta_n) \Delta \mathbf{S}^{(i,j)}\|^2 \neq 0, m \in \Sigma \\ \sum_{n=1}^{N_r} \psi_{m,n} \|\bar{\mathbf{a}}_r^H(\theta_n) \Delta \mathbf{S}^{(i,j)}\|^2 = 0, m \notin \Sigma \end{cases} \quad (10)$$

$\|z_{\sigma(k)}^{(i,j)}\|^2$ 是一个具有二维自由度的中心卡方分布(Central Chi-square distribution)随机变量。 $d_{i,j}^2$ 可以进一步表示为:

$$d_{i,j}^2 = \sum_{k=1}^r \|z_{\sigma(k)}^{(i,j)}\|^2 \quad (11)$$

平方欧几里德距离 $d_{i,j}^2$ 是 r 个中心卡方分布随机变量之和,它的概率密度函数为:

$$p_{d_{i,j}}(x) = \sum_{k=1}^r \frac{[\text{var}(z_{\sigma(k)}^{(i,j)})]^{r-2}}{\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^r [\text{var}(z_{\sigma(k)}^{(i,j)}) - \text{var}(z_{\sigma(l)}^{(i,j)})]} \exp\left(-\frac{x}{\text{var}(z_{\sigma(k)}^{(i,j)})}\right) \quad (12)$$

平均成对错误概率为:

$$PEP^{(i,j)} = E_{d_{i,j}} \left[Q\left(\sqrt{\frac{d_{i,j}^2}{2N_0}}\right) \right] \quad (13)$$

可以推导出:

$$PEP^{(i,j)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r \frac{[\text{var}(z_{\sigma(k)}^{(i,j)})]^{r-1}}{\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^r [\text{var}(z_{\sigma(k)}^{(i,j)}) - \text{var}(z_{\sigma(l)}^{(i,j)})]} \left(1 - \sqrt{\frac{\text{var}(z_{\sigma(k)}^{(i,j)})}{4N_0 + \text{var}(z_{\sigma(k)}^{(i,j)})}} \right) \quad (14)$$

运用泰勒级数展开,(14)在高信噪比下的近似表达式为:

$$PEP^{(i,j)} \approx \sum_{k=1}^r \binom{r-1+k}{k} \frac{(N_0)^r}{\prod_{l=1}^r \text{var}(z_{\sigma(l)}^{(i,j)})} \quad (15)$$

根据(9)并利用等式:

$$\sum_{k=1}^r \binom{r-1+k}{k} = \binom{2r-1}{r-1} \quad (16)$$

高信噪比下成对错误概率的近似表达式(15)可以重写为:

$$PEP^{(i,j)} \approx \binom{2r-1}{r-1} \left(\frac{N_T}{\rho} \right)^r$$

$$\cdot \frac{1}{\prod_{l=1}^r \left[\sum_{n=1}^{N_r} \psi_{\sigma(l),n} \|\bar{\mathbf{a}}_r^H(\theta_n) \Delta \mathbf{S}^{(i,j)}\|^2 \right]} \quad (17)$$

4 讨论与性能分析

4.1 VCR模型与Kronecker模型

Kronecker模型可以表示为:

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}_R^{1/2} \mathbf{H}_p (\mathbf{G}_T^{1/2})^H \quad (18)$$

其中 \mathbf{H}_p 是一个 $N_R \times N_T$ 的矩阵,由相互独立同分布的零均值复高斯型随机变量组成。 $\mathbf{G}_T = \mathbf{G}_T^{1/2} (\mathbf{G}_T^{1/2})^H$ 和 $\mathbf{G}_R = \mathbf{G}_R^{1/2} (\mathbf{G}_R^{1/2})^H$ 分别是发射与接收相关矩阵。

文献[6]证明了Kronecker模型与VCR模型等效的充要条件为: \mathbf{H}_p 的方差矩阵 Ψ 可以分解为两个矢量之积: $\Psi = \vec{\psi}_T \vec{\psi}_T^H$,其中 $\vec{\psi}_T \in R^{N_r \times 1}$, $\vec{\psi}_R \in R^{N_r \times 1}$ 。

如果 $\vec{\psi}_T = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$, $\vec{\psi}_R = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$,那么在VCR模型下,由 \mathbf{H} 和 \mathbf{H}_p 的二维傅立叶变换关系可知, \mathbf{H} 的元素之间是相互独立同分布的零均值高斯型随机变量。可以计算出不存在空间相关性的情况下,成对错误概率在高信噪比时的近似表达式为:

$$PEP_{i.i.d.}^{(i,j)} \approx \left(\frac{2N_R - 1}{N_R - 1} \right)^{N_r} \left(\frac{N_T}{\rho \|\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j\|^2} \right)^{N_r} \quad (19)$$

参考文献[5]也给出了与(19)式相同的结果。

如果 $\vec{\psi}_T \neq [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$, $\vec{\psi}_R = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$,则VCR模型对应的是Kronecker模型只存在发射相关的情况;如果 $\vec{\psi}_T = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$, $\vec{\psi}_R \neq [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$,则VCR模型对应的是Kronecker模型只存在接收相关的情况。同样可以利用(17)式以及3.2节中的分析得到相应的结果。

4.2 分集特性分析

分集阶数的定义为:

$$D = -\lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{10 \lg P_b(\rho)}{10 \lg(\rho)} \quad (20)$$

其中 P_b 表示误比特率。

当信噪比足够高的时候, P_b 可以用联合界来近似,利用(6)(19)(20)可以计算出不存在空间相关性的情况下,系统的分集阶数为:

$$D_{i.i.d.} = N_R \quad (21)$$

在VCR模型下,(17)式中的参数是由 \mathbf{H}_p 的方差矩阵 Ψ 和 $\Delta \mathbf{S}^{(i,j)}$ 共同决定的。可以采用参考文献[7]中的酉预编码器,使得对于所有的 i, j 有以下不等式成立:

$$\|\bar{\mathbf{a}}_r^H(\theta_n) \Delta \mathbf{S}^{(i,j)}\|^2 > \varepsilon > 0, n = 1, 2, \dots, N_r \quad (22)$$

其中 ε 为一设计参数。这样根据(6)(17)(20)(22)可知,系统能够获得的最大分集阶数由 \mathbf{H}_p 的方差矩阵 Ψ 确定:

$$D_{VCR-MAX} = r \quad (23)$$

等式(23)中, r 表示 Ψ 的非零行矢量数,代表存在散射的虚拟接收角的个数[8]。

5 计算机仿真

本节我们利用计算机仿真来验证前面分析得出的结论,VCR信道矩阵通过以下三步来生成^[6];

第一步:选择虚拟方差矩阵 Ψ , Ψ 可以任意选择或者从实际的信道模型映射得来。

第二步:利用 $\Psi = \text{var}(\mathbf{H}_v)$ 生成虚拟信道矩阵 \mathbf{H}_v 。

第三步:利用等式(2)生成信道矩阵 \mathbf{H} 。

仿真中,考察一个 6×6 的V-BLAST系统,每个天线上的发射信号均采用BPSK调制,通过计算机随机产生一个 \mathbf{H}_v 的方差矩阵 Ψ_1 (等号右边第一项是归一化系数):

$$\Psi_1 = \frac{36}{170} \begin{pmatrix} 8 & 6 & 1 & 1 & 2 & 5 \\ 5 & 6 & 9 & 0 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 2 & 8 & 0 & 4 \\ 7 & 9 & 2 & 1 & 9 & 2 \\ 5 & 5 & 8 & 2 & 5 & 5 \\ 4 & 8 & 7 & 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

再次 Ψ_1 的第二个行矢量设置为零,得到另一个方差矩阵 Ψ_2 :

$$\Psi_2 = \frac{36}{143} \begin{pmatrix} 8 & 6 & 1 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 2 & 8 & 0 & 4 \\ 7 & 9 & 2 & 1 & 9 & 2 \\ 5 & 5 & 8 & 2 & 5 & 5 \\ 4 & 8 & 7 & 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

仿真结果如图1所示,可以看出,联合界曲线与仿真结果吻合的较好。当误比特率低于 10^{-6} 时,高信噪比下的近似曲线与仿真结果也趋于重合。两个高信噪比下的近似曲线具有不同的斜率是因为 Ψ_2 的第二个行矢量为零,造成了分集阶数的损失,这点与本文前面的分析结果相吻合。

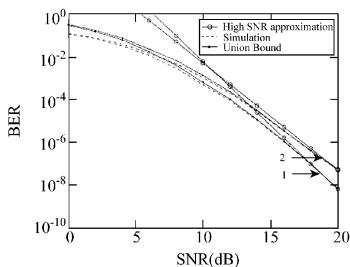


图1 VCR模型下 6×6 的V-BLAST系统的误码率性能比较

6 结论

本文在VCR模型下对V-BLAST系统采用最大似

然检测的误码性能进行研究,推导了成对错误概率的精确表达式,由此得出系统误比特率的联合界,并利用成对错误概率在高信噪比下的近似表达式,对系统的分集性能进行分析,分析表明,系统可以获得的最大分集阶数等于VCR模型中存在散射的虚拟接收角的个数。由于VCR模型是一种更广义的空间相关信道模型,所以本文得出的结论是Kronecker模型下的理论分析成果的完善和补充。

参考文献

- [1] E. Telatar, "Capacity of Multiple-antenna Gaussian Channels," European Transactions on Telecommunications, Vol. 10, No. 6, pp. 585-595, November-December, 2000.
- [2] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden and R. A. Valenzuela, "V-BLAST: An Architecture for Realizing Very High Data Rates Over the Rich-Scattering Wireless Channel," 1998 URSI Int. Symp. On Signals, Systems, and Electronics, ISSSE 98, Pisa, 29 Sept.-2 Oct. 1998, pp. 295-300.
- [3] R. Van Nee, A. Van Zelst and G. Awater, "Maximum likelihood decoding in a space division multiplexing systems," IEEE VTC'00, Tokyo, Japan, May. 2000, pp. 6-10.
- [4] X. Zhu and R. D. Murch, "Performance analysis of maximum likelihood detection in a MIMO antenna system," IEEE Transactions on Communications, Vol. 50, No. 2, pp. 188-191, Feb. 2002.
- [5] H. Liu, H. Zhou, and D. Li, "Impact of Receive Correlation on the Performance of V-BLAST System," ISWPC 2006, Phuket, Thailand, Jan. 2006, pp. 1-5.
- [6] Hui Tong and Seyed A. Zekavat, "Spatially Correlated MIMO Channel: Generation via Virtual Channel Representation," IEEE Communication Letters, Vol. 10, No. 5, pp. 332-334, May 2006.
- [7] Zhihong Hong, Ke Liu, Robert W. Heath, Akbar M. Sayeed, "Spatial Multiplexing in Correlated Fading via the Virtual Channel Representation," IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 21, No. 5, June 2003.
- [8] A. M. Sayeed, "Deconstructing multi-antenna fading channels," IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 50, pp. 2563-2579, Oct. 2002.

作者简介

蓝兴(1980-),男,国防科技大学博士研究生,主要研究领域为MIMO系统信号检测。

E-mail:lanxing1023@yahoo.com.cn

魏急波(1967-),男,国防科技大学博士生导师,主要研究领域为通信信号处理与通信网络。