

# 一种 TDCS 信号检测及基函数周期估计的方法

侯文达 付天晖

(海军工程大学电子工程学院, 湖北武汉 430033)

**摘要:** 针对变换域通信系统(Transform Domain Communication System, TDCS)信号难以检测的问题,设计了基于功率谱二次处理的检测方法。通过数学建模,理论推导了TDCS信号的自相关函数,并由此推出了TDCS信号的二次功率谱函数,证明了TDCS信号的二次功率谱存在周期性谱峰的特征,并给出了谱峰周期与基函数周期的数学关系。据此设计了一种TDCS信号检测算法,该算法能够检测TDCS信号并对基函数周期给予估计。理论分析了高斯白噪声对检测算法的影响,通过计算机仿真,验证了该算法在低信噪比下的性能,对比了二次功率谱法与时域相关法的检测性能,验证了采样数据长度对检测性能的影响。仿真结果表明在低信噪比条件下,本文算法对基函数周期估计仍有效,且算法性能相较于自相关法提高了约1.5 dB,增加采样数据长度可进一步提高二次功率谱算法的准确性。

**关键词:** TDCS 信号; 二次功率谱; 谱峰周期; 基函数周期

**中图分类号:** TN914.42 **文献标识码:** A **DOI:** 10.16798/j.issn.1003-0530.2023.05.011

**引用格式:** 侯文达,付天晖. 一种TDCS信号检测及基函数周期估计的方法[J]. 信号处理,2023,39(5): 866-874. DOI: 10.16798/j.issn.1003-0530.2023.05.011.

**Reference format:** HOU Wenda, FU Tianhui. A method of TDCS signal detection and basis function period estimation [J]. Journal of Signal Processing, 2023, 39(5): 866-874. DOI: 10.16798/j.issn.1003-0530.2023.05.011.

## A Method of TDCS Signal Detection and Basis Function Period Estimation

HOU Wenda FU Tianhui

(College of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, Hubei 430033, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that TDCS signal is difficult to detect, a detection method based on secondary processing of power spectrum is designed. The secondary power spectrum function of TDCS signal was theoretically deduced by mathematical modeling. Moreover, the secondary power spectrum of TDCS signal was proved that has the characteristics of periodic peaks, and the relationship between the spectral peak period and the basis function period was given. Accordingly, a TDCS signal detection algorithm is designed, which can detect the TDCS signal and estimate the period of the basis function. Through computer simulation, the performance of the algorithm under low signal-to-noise ratio was verified, and the detection performance of the secondary power spectrum method and the time-domain correlation method were compared. The simulation results show that under the condition of low signal-to-noise ratio, the algorithm proposed in this paper is still effective in estimating the period of the basis function, and the performance of the algorithm is improved by about 1.5 dB compared with the autocorrelation method. In addition, increasing the number of sampling points can further improve the accuracy of the secondary power spectrum algorithm.

**Key words:** TDCS signal; secondary power spectrum; periodic spectral peaks; basis function period

### 1 引言

20 世纪 90 年代美国军方为了解决飞机编队在进入敌方领空面临极强电磁干扰如何实现可靠通信的问题时提出了变换域通信系统的概念<sup>[1]</sup>。变换域通信系统通过感知周围的电磁频谱,生成不含干扰频段的基函数(Basic Function, BF),以基函数作为基础调制波形进行通信,有效地躲避了干扰。除此之外,TDCS 采取扩频的方式把有效数据扩展到空闲频谱,将信号有效地隐藏在噪声中<sup>[2]</sup>,使其频域特征不突出。并且在时域中,由于构成 TDCS 信号的各个子载波初始相位的不同,其表现出伪噪声的特点,因而无论从时域还是频域 TDCS 信号均不易被侦察,具有较好的隐蔽性。

检测并估计 TDCS 信号的相关参数具有一定的实际意义。作为干扰方,侦察 TDCS 信号并对其特征参数做出一定估计,能够有效地对 TDCS 实施干扰。作为通信方,由于收发双方所处电磁环境的不同,会导致基函数的差异,影响 TDCS 的同步与解调,降低 TDCS 的性能。因而,这就要求接收方对 TDCS 信号基函数特征参数给予估计,从而对本地产生的基函数做一定修正,提高相关解调的准确度,降低系统的误码率。TDCS 信号的特征参数主要有基函数长度  $N$ , 伪随机相位序列  $\varphi(i)$  以及频谱感知结果  $A(\omega)$  等<sup>[3]</sup>。根据 TDCS 信号的产生机理,基函数长度  $N$  也是 TDCS 信号的码元长度,本文便是对 TDCS 信号基函数长度  $N$  的估计。

有关 TDCS 信号的检测的研究,国内外相关文献较少<sup>[3-4]</sup>。但 TDCS 信号与直扩信号有许多相似性:TDCS 的基函数具有较好的自相关性<sup>[5]</sup>,这与直扩信号扩频码特性十分相似;其次,TDCS 是一种多载波的宽带系统,这一点也与直扩信号类似。基于此,本文借鉴直扩信号检测的相关研究<sup>[6-10]</sup>,首次推导了 TDCS 信号的二次功率谱函数,设计了基于功率谱二次处理的 TDCS 信号检测方法,完成对 TDCS 信号的检测及基函数周期的估计。

### 2 TDCS 基本原理及数学建模

TDCS 在进行通信前对周围电磁环境进行采样并完成采样信号的幅度谱估计。以固定的阈值作为是否存在干扰的判据,将干扰所处频点置 0,空闲频点置 1,频谱感知的结果记为  $A(\omega)$ ,如图 1 所示。

随后伪随机相位模块生成与  $A(\omega)$  等长度的复伪随机相位  $e^{j\varphi(i)}$ ,两者进行向量内积运算并乘功率

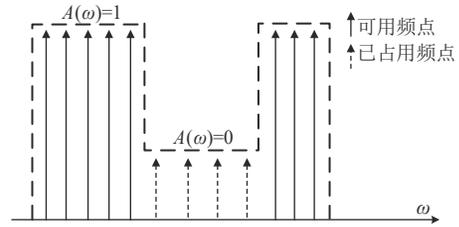


图 1 TDCS 频谱感知结果示意图

Fig. 1 Schematic diagram of TDCS spectrum sensing results

归一化因子  $C$  后,得到基函数的频域表达式

$$B(\omega) = C \cdot A(\omega) \cdot e^{j\varphi(i)} \quad (1)$$

$$C = \sqrt{N\varepsilon_s/N_A} \quad (2)$$

其中, $N$  为基函数长度, $\varepsilon_s$  为发射一个码元的能量, $N_A$  为频谱感知结果  $A(\omega)$  中值为 1 的频点数,将  $B(\omega)$  反变换到时域得到基函数的时域函数  $b(n)$

$$b(n) = \text{IFFT}\{B(\omega)\} = \frac{C}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{j\varphi(k)} e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \quad (3)$$

由于基函数良好的自相关性<sup>[5]</sup>,TDCS 常用的调制方式是 CCSK 调制。CCSK 调制是以基函数的循环移位表示不同的数据。由傅里叶变换性质可知,时域信号的移位等同于频域信号的相位偏移<sup>[3]</sup>,故经 CCSK 调制后的信号可由公式(4)表示

$$s_m(n) = \frac{C}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{j\varphi(k)} e^{-j\frac{2\pi mk}{M}} e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \quad (4)$$

其中, $M$  为进制数, $m$  为代表的信息码元, $m \in \{0, 1, \dots, M-1\}$ 。在接收端,基函数生成部分与发射端完全一致,因此当收发双方电磁环境一致时可得到相同的基函数。此时,将接收端的基函数  $b'(n)$  与下变频且同步后的接收信号  $r'(n)$  做相关运算,以相关峰值作为解调结果的判据,完成相关解调,TDCS 原理框图如图 2 所示<sup>[11]</sup>。

为了简化分析,本文研究的 TDCS 信号均采用二元 CCSK 调制<sup>[12]</sup>,并假设该信号已完成同步和下变频工作。此时,TDCS 信号  $s(n)$

$$s(n) = \frac{C}{N} \sum_{p=0}^{\text{num}-1} \left\{ \left( \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{j\varphi(k)} e^{-j\frac{2\pi m_p k}{2}} e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \right) [\mu(n-pN) - \mu(n-(p+1)N)] \right\} \quad (5)$$

其中, $N$  为基函数长度,num 为码元数量, $m_p$  代表第  $p$  个码元的值,其值域为  $\{0, 1\}$ , $\mu(n)$  为单位阶跃函数。

### 3 TDCS 信号二次功率谱分析

二次功率谱是对信号功率谱二次处理的结果,

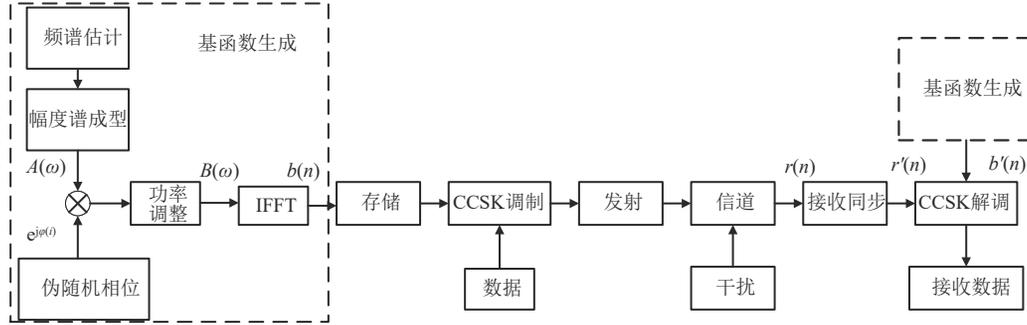


图2 TDCS原理框图

Fig. 2 Block Diagram of a TDCS

即对信号进行两次功率谱操作<sup>[13]</sup>,如图3所示。

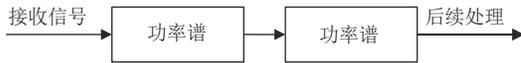


图3 二次功率谱检测器

Fig. 3 Secondary power spectrum detector

其计算公式为

$$S(e) = \left| \text{DFT} \left\{ \left| \text{DFT} \{ s(n) \} \right|^2 \right\} \right|^2 \quad (6)$$

在功率谱估计这个问题上,有两种经典方法:周期图法和自相关法(Blackman-Tukey, BT)。周期图法是将信号傅里叶变换后模值的平方作为信号功率谱的估计,也正是公式(6)所用方法<sup>[14]</sup>。BT法是通过计算信号的自相关函数,对自相关函数加窗取其部分做傅里叶变换并取模值,其结果作为信号的功率谱估计。当BT法所取的观测数据相同,且窗函数为对称矩形窗时,BT谱估计等同于周期图谱估计<sup>[15]</sup>。在实际应用中,由于BT法时间复杂度较大,故计算二次功率谱时常采用基于快速傅里叶变换的周期图法,又因为二者的等价性,因而在理论研究中可用BT法对TDCS信号的二次功率谱函数进行推导。

### 3.1 TDCS信号自相关函数

对于TDCS信号自相关函数的推导,先对单一码元TDCS信号的自相关和互相关函数进行推导,后根据单一码元TDCS信号自相关和互相关函数与多码元TDCS信号自相关函数的内在联系,推出多码元TDCS信号的自相关函数。离散信号的自相关函数、互相关函数公式分别定义为<sup>[16]</sup>

$$R_{xx}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x^*(n-\tau) \quad (7)$$

$$R_{xy}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y^*(n-\tau) \quad (8)$$

由公式(4)可推出,二元调制中码元0和码元1的可分别表示为

$$s_0(n) = \frac{C}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{j\varphi(k)} e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \quad (9)$$

$$s_1(n) = \frac{C}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{j\varphi(k)} e^{-j\pi k} e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \quad (10)$$

#### 3.1.1 单一码元TDCS信号自相关、互相关函数

根据自相关函数的定义,在 $\tau=0$ 处,自相关函数取得最大值,又由CCSK调制方式可知, $s_1(n)$ 是由 $s_0(n)$ 循环移位得来,故两者最大自相关值相等,可得

$$\begin{aligned} R_{s_0s_0}(0) &= R_{s_1s_1}(0) = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{C}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{j\varphi(k)} e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \cdot \frac{C}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A_k e^{-j\varphi(k)} e^{-j\frac{2\pi kn}{N}} \right) = \\ &= \frac{C^2}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left( \sum_{k=0}^{N-1} A_k + \sum_{0 \leq p < q \leq N-1} A_p A_q e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q)\right)} + \right. \\ &\quad \left. \sum_{0 \leq q < p \leq N-1} A_p A_q e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q)\right)} \right) \quad (11) \end{aligned}$$

为了简化分析,假定频谱感知范围内频点均可用即 $A_k$ 均为1,此时公式(11)可进一步表示为

$$\begin{aligned} R_{s_0s_0}(0) &= R_{s_1s_1}(0) = \\ &= \frac{C^2}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left( N + \sum_{0 \leq p < q \leq N-1} e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q)\right)} + \right. \\ &\quad \left. \sum_{0 \leq q < p \leq N-1} e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q)\right)} \right) = \\ &= \varepsilon_s + \frac{\varepsilon_s}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{0 \leq p < q \leq N-1} e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q)\right)} + \\ &\quad \frac{\varepsilon_s}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{0 \leq q < p \leq N-1} e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q)\right)} \quad (12) \end{aligned}$$

公式(12)中 $e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q)\right)}$ 的函数周期 $T=N/$

$|p-q|$ , 因为  $p, q$  均为整数值, 所以当采样点数为  $N$  时, 包含了  $|p-q|$  个整数周期, 因为在一个周期内复正弦信号的采样累加和为 0, 故公式 (12) 后两项均为 0, 继而得到最大自相关值:

$$R_{s_0s_0}(0) = R_{s_1s_1}(0) = \varepsilon_s \quad (13)$$

当  $\tau \neq 0$  时, 以  $R_{s_0s_0}(\tau)$  为例, 假设  $A_k$  均为 1:

$$R_{s_0s_0}(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} s_0(n) s_0^*(n-\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_s}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\left(\frac{2\pi kn}{N} + \varphi(k)\right)} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_s}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-j\left(\frac{2\pi kn}{N} + \varphi(k) - \frac{2\pi k\tau}{N}\right)} \right) = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\varepsilon_s}{N^2} \left( \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi k\tau}{N}} + \sum_{0 \leq p, q \leq N-1} e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q) + \frac{2\pi q\tau}{N}\right)} \right) \right) = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\varepsilon_s}{N^2} \sum_{0 \leq p, q \leq N-1} e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q) + \frac{2\pi q\tau}{N}\right)} \right) \quad (14)$$

对公式 (14) 参照公式 (12) 的处理方法, 推得  $R_{s_0s_0}(\tau) \approx 0$ 。同样地, 对单一码元 TDCS 信号  $s_1(n)$  的自相关函数  $R_{s_1s_1}(\tau)$  采取与  $R_{s_0s_0}(\tau)$  相同的解析方法, 可得

$$R_{s_1s_1}(\tau) = R_{s_0s_0}(\tau) \approx 0 \quad \tau \neq 0 \quad (15)$$

综上, 单一码元 TDCS 信号的自相关函数

$$R_{s_0s_0}(\tau) = R_{s_1s_1}(\tau) = \begin{cases} \varepsilon_s & \tau = 0 \\ 0 & \tau \neq 0 \end{cases} \quad (16)$$

当  $\tau = N/2$  时, 因为  $s_1(n)$  是由  $s_0(n)$  的循环移位  $N/2$  得来, 很显然:

$$R_{s_0s_1}\left(\frac{N}{2}\right) \approx R_{s_1s_0}\left(\frac{N}{2}\right) = \frac{\varepsilon_s}{2} \quad (17)$$

当  $\tau \neq N/2$  时, 以  $R_{s_0s_1}(\tau)$  为例, 假设  $A_k$  均为 1:

$$R_{s_0s_1}(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} s_0(n) s_1^*(n-\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_s}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\left(\frac{2\pi kn}{N} + \varphi(k)\right)} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_s}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{-j\left(\frac{2\pi kn}{N} + \varphi(k) - \frac{2\pi k\tau}{N} - k\pi\right)} \right) = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\varepsilon_s}{N^2} \left( \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\left(2k\pi\left(\frac{\tau}{N} + \frac{1}{2}\right)\right)} + \sum_{0 \leq p, q \leq N-1} e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q) + \frac{2\pi q\tau}{N} + q\pi\right)} \right) \right) = \sum_{n=0}^{N-1} \left( \frac{\varepsilon_s}{N^2} \sum_{0 \leq p, q \leq N-1} e^{j\left(\frac{2\pi(p-q)n}{N} + \varphi(p) - \varphi(q) + \frac{2\pi q\tau}{N} + q\pi\right)} \right) \quad (18)$$

对公式 (18) 参照公式 (12) 的处理方法, 推得  $R_{s_0s_1}(\tau) \approx 0$ 。同样地, 对单一码元 TDCS 信号的互相关函数  $R_{s_1s_0}(\tau)$  采取与  $R_{s_0s_1}(\tau)$  相同的解析方法, 可得

$$R_{s_0s_1}(\tau) = R_{s_1s_0}(\tau) \approx 0 \quad \tau \neq \frac{N}{2} \quad (19)$$

综上, 单一码元 TDCS 信号的互相关函数

$$R_{s_0s_1}(\tau) = R_{s_1s_0}(\tau) = \begin{cases} \varepsilon_s/2 & \tau = N/2 \\ 0 & \tau \neq N/2 \end{cases} \quad (20)$$

### 3.1.2 多码元 TDCS 信号自相关函数

多码元 TDCS 信号是由单一码元 TDCS 信号在时域上拼接而成, 故多码元 TDCS 信号的自相关函数可由单一码元 TDCS 信号的自相关和互相关函数的加和表示, 其自相关函数计算示意图如图 4 所示。

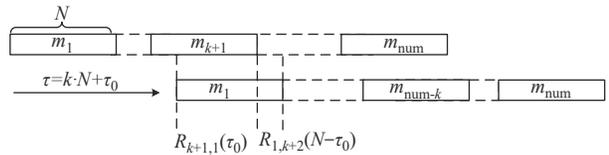


图 4 自相关函数计算示意图

Fig. 4 Schematic diagram of autocorrelation function calculation

对图中  $R_{a,b}(\tau_0)$  函数做如下说明:  $R_{a,b}(\tau_0)$  表示  $m_a$  码元波形函数与  $m_b$  码元的波形函数在  $\tau = \tau_0$  处的相关值。根据前后码元  $m_a, m_b$  的分布和时移值  $\tau_0$ ,  $R_{a,b}(\tau_0)$  的函数值见表 1。

表 1  $R_{a,b}(\tau_0)$  函数值

Tab. 1  $R_{a,b}(\tau_0)$  function value

码元分布	相关值	$\tau_0=0$	$\tau_0=N/2$
$m_a=0 \quad m_b=0$	$R_{a,b}(\tau_0)=R_{s_0s_0}(\tau_0)$	$\varepsilon_s$	0
$m_a=0 \quad m_b=1$	$R_{a,b}(\tau_0)=R_{s_0s_1}(\tau_0)$	0	$\varepsilon_s/2$
$m_a=1 \quad m_b=0$	$R_{a,b}(\tau_0)=R_{s_1s_0}(\tau_0)$	0	$\varepsilon_s/2$
$m_a=1 \quad m_b=1$	$R_{a,b}(\tau_0)=R_{s_1s_1}(\tau_0)$	$\varepsilon_s$	0

(1) 当  $\tau \neq kN/2$  即  $\tau_0 \neq 0$  且  $\tau_0 \neq N/2$  时:

$$R_{ss}(\tau) = \sum_{p=1}^{num-k} \left( R_{p+k,p}(\tau_0) + R_{p,p+k+1}(N-\tau_0) \right) \approx 0 \quad 0 \leq k \leq num-1 \quad (21)$$

(2) 当  $\tau = \frac{(2k+1)N}{2}$  即  $\tau_0 = \frac{N}{2}$  时:

$$R_{ss}\left(\frac{(2k+1)N}{2}\right) = \sum_{p=1}^{num-k} \left( R_{p+k-1,p}\left(\frac{N}{2}\right) + R_{p,p+k}\left(\frac{N}{2}\right) \right) \quad 0 \leq k \leq num-1 \quad (22)$$

(3) 当  $\tau = kN$  即  $\tau_0 = 0$  时:

$$R_{ss}(kN) = \sum_{p=1}^{num-k} R_{p,p+k}(0) \quad 0 \leq k \leq num-1 \quad (23)$$

综上, 在只分析  $\tau \geq 0$  的情况时, TDCS 信号的自相关函数  $R_{ss}(\tau)$  可表示为:

$$R_{ss}(\tau) = \begin{cases} 0 & \tau \neq \frac{(2k+1)N}{2} \text{ 且 } \tau \neq kN \\ \sum_{p=1}^{\text{num}-k} (R_{p+k-1,p}(\frac{N}{2}) + R_{p,p+k}(\frac{N}{2})) & \tau = \frac{(2k+1)N}{2} \\ \sum_{p=1}^{\text{num}-k} R_{p,p+k}(0) & \tau = kN \end{cases} \quad (24)$$

由如上分析我们可以得到这样的结论, TDCS信号的自相关函数在 $N/2$ 的整数倍处出现谱峰且谱峰的大小与信息码元的分布有关。随着 $\tau$ 的增大, 加数项减少, 因而峰值幅度总体趋势是减小的。 $\tau \leq 0$ 时的情况与 $\tau \geq 0$ 时完全类似, 因此, TDCS信号的自相关函数可近似为间隔 $N/2$ 的冲激信号, 且幅值由中央向两侧递减。

$$R_{ss}(\tau) = \sum_{k=-2\text{num}}^{2\text{num}} A_s(\tau) \delta(\tau - \frac{k \cdot N}{2}) \quad -\text{num} \cdot N + 1 \leq \tau \leq \text{num} \cdot N - 1 \quad (25)$$

其中,  $A_s(\tau)$ 是幅度函数, 其值的大小与信息码元的随机性有关, 当信息码元随机分布时,  $A_s(\tau)$ 趋势由 $\tau=0$ 向左右两端递减。

### 3.2 TDCS信号二次功率谱

根据BT法可知, 信号的功率谱等于信号自相关函数的傅里叶变换, 故对TDCS信号的自相关函数 $R_{ss}(\tau)$ 的傅里叶变换取模值, 得到TDCS信号的一次功率谱函数

$$P_1(\gamma) = |\text{DFT}(R_{ss}(\tau))| = \left| \sum_{\tau=-\text{num} \cdot N + 1}^{\text{num} \cdot N - 1} \left[ \sum_{k=-2\text{num}}^{2\text{num}} A_s(\tau) \delta(\tau - \frac{k \cdot N}{2}) \right] e^{-j \frac{2\pi\gamma\tau}{2\text{num} \cdot N - 1}} \right| \quad (26)$$

根据 $R_{ss}(\tau)$ 函数的特性, 对公式(26)的解析过程, 可以换角度考虑为:  $P_1(\gamma)$ 是在区间 $[-\text{num} \cdot N + 1, \text{num} \cdot N - 1]$ 上, 以 $N/2$ 为采样间隔, 以 $A_s(\tau)$ 为采样权值, 对复指数函数 $e^{-j \frac{2\pi\gamma\tau}{2\text{num} \cdot N - 1}}$ 采样后累加取模值的结果。显然, 当每个采样点处原始采样值相等, 即 $N/2$ 是 $e^{-j \frac{2\pi\gamma\tau}{2\text{num} \cdot N - 1}}$ 周期的整数倍时,  $P_1(\gamma)$ 方可取得最大值, 相邻的最大值对应的 $\gamma$ 的差值为

$$\Delta\gamma = \frac{2\text{num} \cdot N - 1}{N/2} \approx \frac{2\text{num} \cdot N}{N/2} = 4\text{num} \quad (27)$$

因此可以看出, TDCS信号的功率谱函数 $P_1(\gamma)$ 是间隔为码元数 $\text{num}$ 四倍的一系列谱线, 其自相关函数 $R_{pp}(\xi)$ 可表示为

$$R_{pp}(\xi) = \sum_{k=-2\text{num}}^{2\text{num}} A_p(\xi) \delta(\xi - k \cdot 4\text{num}) \quad -\text{num} \cdot N + 1 \leq \xi \leq \text{num} \cdot N - 1 \quad (28)$$

其中,  $A_p(\xi)$ 是加权函数, 对 $R_{pp}(\xi)$ 进行傅里叶变换

并取模值后, 得到TDCS信号 $s(n)$ 的二次功率谱函数 $P_2(v)$

$$P_2(v) = |\text{DFT}(R_{pp}(\xi))| = \left| \sum_{\xi=-\text{num} \cdot N + 1}^{\text{num} \cdot N - 1} \left( \sum_{k=-2\text{num}}^{2\text{num}} A_p(\xi) \delta(\xi - k \cdot 4\text{num}) \right) e^{-j \frac{2\pi v \xi}{2\text{num} \cdot N - 1}} \right| \quad (29)$$

公式(29)的处理方法可参考公式(26)的解析过程, 同理可得 $R_{pp}(\xi)$ 的傅里叶变换后其相邻最大值对应的 $v$ 的差值为

$$\Delta v = \frac{2\text{num} \cdot N - 1}{4 \cdot \text{num}} \approx \frac{2\text{num} \cdot N}{4 \cdot \text{num}} = \frac{N}{2} \quad (30)$$

由公式(30)可得, TDCS信号的二次功率谱函数相邻谱峰间的距离为基函数周期 $N$ 的一半。

### 3.3 噪声环境下分析

现实信道环境中往往存在着噪声的影响, 因而下面分析在加性高斯白噪声环境下二次功率谱法的适用性:

$$r'(n) = s(n) + \omega(n) \quad (31)$$

其中,  $s(n)$ 是基带TDCS信号,  $\omega(n)$ 为加性高斯白噪声, 当观测 $M$ 个采样点时, 接收信号的自相关函数可表示为

$$R_{r,r'}(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} [s(n) + \omega(n)][s^*(n-\tau) + \omega^*(n-\tau)] = R_{ss}(\tau) + R_{s\omega}(\tau) + R_{\omega s}(\tau) + R_{\omega\omega}(\tau) \quad (32)$$

$R_{s\omega}(\tau)$ 与 $R_{\omega s}(\tau)$ 表示TDCS信号 $s(n)$ 与加性高斯白噪声 $\omega(n)$ 的互相关, 因为其信号完全无关, 所以 $R_{s\omega}(\tau)$ 与 $R_{\omega s}(\tau)$ 的值相对较小。根据高斯白噪声的特性, 其自相关函数 $R_{\omega\omega}(\tau)$ 会在 $\tau=0$ 处出现峰值, 随后迅速衰减为零<sup>[17]</sup>。因而可以得到

$$R_{r,r'}(\tau) \approx \begin{cases} R_{ss}(\tau) + \sigma_{\omega}^2, & \tau = 0 \\ R_{ss}(\tau), & \text{其他} \end{cases} \quad (33)$$

其中,  $\sigma_{\omega}^2$ 为高斯白噪声功率。由公式(33)不难发现, 在加性高斯白噪声环境下, TDCS信号的自相关函数仅仅是在 $\tau=0$ 处叠加了 $\sigma_{\omega}^2$ 。显然, 该改变不会影响后续的推导分析结果, 因而高斯白噪声环境下的TDCS信号的二次功率谱会出现相同的谱峰特征, 二次功率谱法对加性高斯白噪声环境下的

TDCS 信号检测仍然适用。

### 3.4 算法设计

由以上分析可得, TDCS 信号的二次功率谱会出现周期性的谱峰且峰峰的间距等于基函数长度的一半。根据上述结论本文设计了基于二次功率谱的 TDCS 信号检测及基函数周期估计的算法, 该算法替代了人工判读基函数长度的过程, 符合工程实际且更有利于定量的分析。算法主要分为三部分: 求取接收信号二次功率谱、锁定谱峰、由谱峰出现的坐标位置估计基函数长度<sup>[18]</sup>, 算法流程如图 5 所示。

首先求下变频和同步后的接收信号  $r'(n)$  的二次功率谱  $P_2$ <sup>[19]</sup>。由离散傅里叶变换公式可知, 离散傅里叶变换后零频处的值等于变换前函数离散值的加和。由于接收信号中包含着加性高斯白噪声, 根据公式 (33) 其自相关函数会在  $\tau=0$  处叠加  $\sigma_w^2$ , 经傅里叶变换后该影响累积到零频处, 随后功率谱的第二次处理即相关和变换后使其噪声的影响传递到二次功率谱的零频处。故在二次功率谱的零频处会出现远大于其他局部峰值的最大峰值, 且该峰值与信道噪声有关, 因而不适合作为门限值  $P_{th}$  的参考。取  $P_2$  的次最大值  $P'_{max}$  作为门限值  $P_{th}$  设置的参考, 一般将峰值门限  $P_{th}$  设置为  $P'_{max}/4$ , 二次功率谱如图 6 所示。

确定好阈值  $P_{th}$  后, 将  $P_2$  中大于阈值  $P_{th}$  的峰值坐标存储下来, 不重复地计算坐标数组中两个相邻元素的差值, 从而避免一次峰值坐标的偏差, 影响两次峰峰间距的判断, 将差值记为数组  $L$ 。统计数组  $L$  中每个元素出现的次数, 并计算数组  $L$  中每个元素的占比, 记为  $W$ 。取  $W$  数组中的最大值  $W_{max}$ , 若  $W_{max}$  大于等于  $W_{th}$ , 将  $W_{max}$  对应的差值  $L_0$  的两倍作为基函数长度的估计值  $\hat{N}$ ; 若  $W_{max}$  小于  $W_{th}$ , 则认为接收信号中不存在 TDCS 信号。

## 4 仿真分析

为了验证算法的性能和影响因素, 总共设计了

三个仿真实验: 仿真实验 1 为了验证算法在低信噪比条件下的检测性能, 仿真实验 2 是对二次功率谱法和自相关法检测性能的比较, 仿真实验 3 验证同等采样率下, 采样数据长度对算法的检测性能的影响。三个仿真实验均为蒙特卡洛仿真实验且用检测概率  $P_d$  作为衡量指标。

$$P_d = \frac{M_w}{M} \quad (34)$$

其中,  $M$  是蒙特卡洛仿真实验中重复次数, 对  $M$  次实验中大于阈值  $W_{th}$ , 即正确检出 TDCS 信号的次数记为  $M_w$ 。

### 仿真 1 低信噪比下检测算法性能

仿真参数: 基函数带宽 1 kHz, 基函数长度  $N=1024$ , 调制方式为二元 CCSK 调制, 码元数 500。图 7 是信噪比 -19 dB 和 -17 dB 的 TDCS 信号求取二次功率谱后的结果, 两图对比可明显看出, 信噪比为 -19 dB 的噪声大, 谱峰与噪声不易区分, 信噪比为 -17 dB 的谱峰相对较为明显, 因而信噪比越高, 信号的二次功率谱的局部峰值这一特征越显著。

基函数不变, 信噪比由 -19 dB 到 -17 dB, 步进 0.1 dB。每个信噪比下进行 1000 次蒙特卡洛实验, 检测概率  $P_d$  随信噪比的变化, 结果如图 8 所示。

由图可以看出, 随着信噪比提高, 检测概率逐步提升, 且在 -17.3 dB 的信噪比下, 检测概率已达 1。说明该算法在低信噪比条件下对 TDCS 信号的检测仍有效。

### 仿真 2 二次功率谱法和自相关法检测性能比较

根据公式 (24) 可知, TDCS 信号的自相关函数会在基函数周期的一半处出现谱峰, 故也可以利用 TDCS 信号的自相关特征, 通过谱峰搜索的算法进行信号检测和周期估计, 但由于谱峰峰值的随着自变量  $\tau$  的改变而变化较大, 因此基于单一门限的谱峰搜索算法效果未必理想, 门限设置过高时,  $\tau$  相对较大的谱峰难以被检测, 使得可用来估计周期的谱

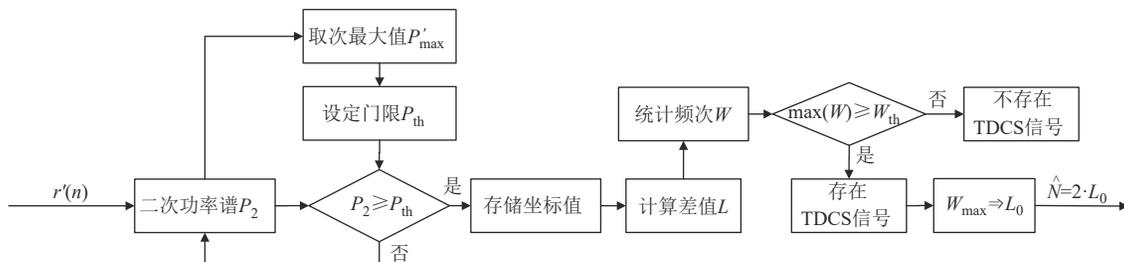


图 5 TDCS 信号检测算法流程

Fig. 5 TDCS signal detection algorithm flow

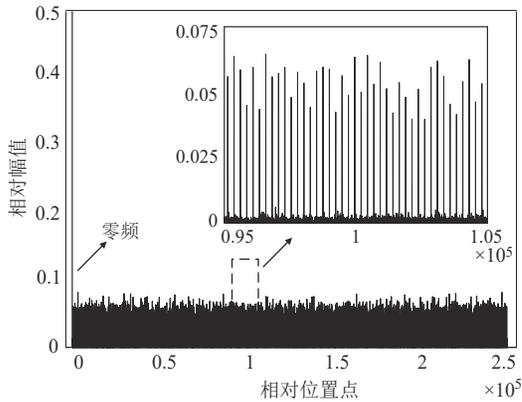


图6 TDCS信号二次功率谱

Fig. 6 Secondary power spectrum of TDCS signal

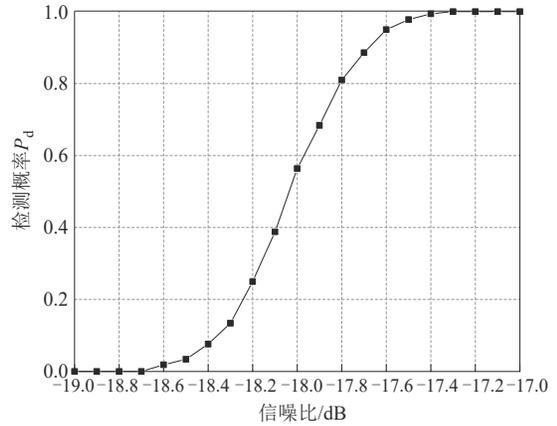
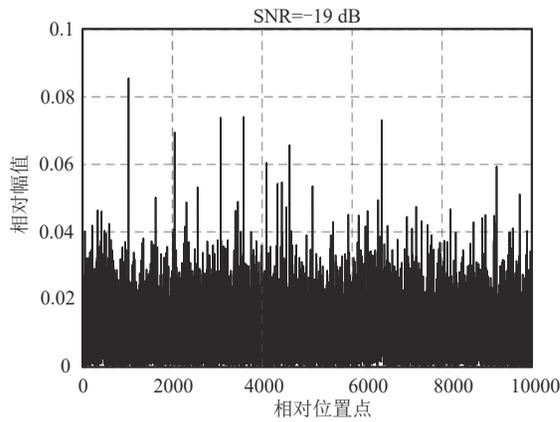
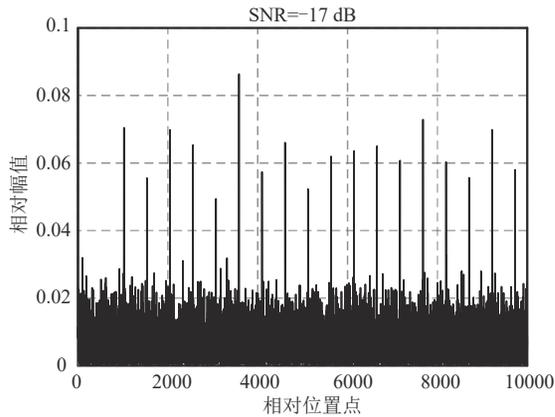


图8 不同信噪比下检测性能曲线

Fig. 8 Detection performance curves under different SNR



(a) 信噪比-19 dB时TDCS信号的二次功率谱



(b) 信噪比-17 dB时TDCS信号的二次功率谱

图7 信噪比-19 dB、-17 dB时TDCS信号的二次功率谱  
Fig. 7 Secondary power spectrum of TDCS signal when SNR is -19 dB and -17 dB

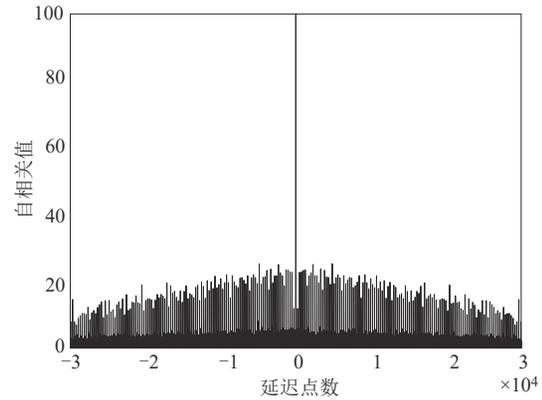


图9 TDCS信号自相关图

Fig. 9 Autocorrelation diagram of TDCS signal

仿真参数:基函数带宽 1 kHz,基函数长度  $N=1024$ ,采用二元 CCSK 调制,采样数分别为 256000, 153600。分别采用基于时域相关的检测算法与基于二次功率谱的检测算法,仿真结果如图 10 所示。

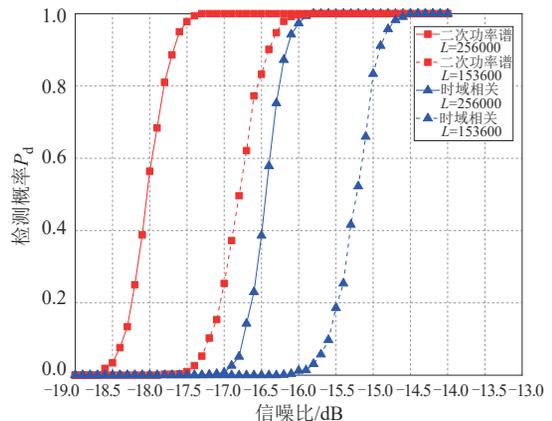


图10 不同算法检测性能比较

Fig. 10 Detection performance of different algorithms

峰数量减少,影响最终的检测效果;门限设置过低时,容易将底噪的峰值误作为谱峰,从而影响对周期的估计。下面对两种算法的检测性能加以比较, TDCS信号自相关图如图9所示。

由上图分析可知,随着信噪比增加,两种方法检测概率均增大,对比相同采样点数不同方法可知,当检测概率为1时,二次功率谱法的信噪比容限度比时域相关法提高约1.5 dB。

### 仿真3 采样数据长度对检测算法影响

为了验证同等采样率下,采样数据长度对算法的检测性能的影响,设计如下的仿真实验,基函数带宽1 kHz,基函数长度 $N=1024$ ,采样长度分别为25600、51200、153600、256000,每组采样长度下做1000次蒙特卡洛实验,仿真结果如图11所示。

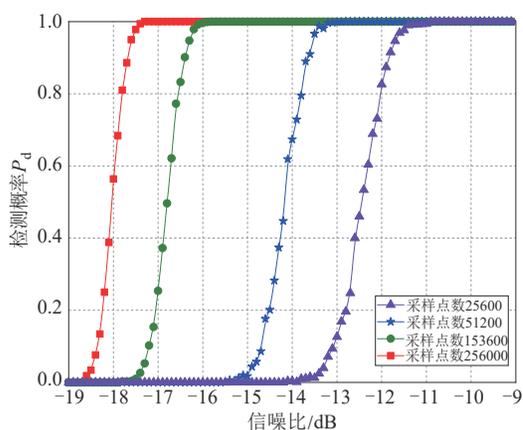


图11 不同采样长度下检测性能曲线

Fig. 11 Detection performance curves under different sampling lengths

比较采样点数为25600与256000的曲线可得,采样数据长度提高10倍,这时最小检测信噪比降低约6 dB。故在相同采样率下,采样数据越长,在低信噪比信道下检测算法的检测概率越大,但随着采样数据增加,计算量随之加大,对软硬件都提出了较高的要求。因而在时间和设备条件允许的前提下,可以通过提高采样数据长度的做法来提高算法的准确性。

## 5 结论

本文提出了基于二次功率谱的TDCS信号检测及基函数周期估计的方法,通过对TDCS信号进行数学建模和二次功率谱推导,证明了TDCS信号的二次功率谱出现周期谱峰的现象,且谱峰周期为基函数周期的一半。通过设计的谱峰检测算法完成了对TDCS信号的检测和基函数周期估计,解决了TDCS信号难以侦察的问题。通过仿真实验,验证了二次功率谱法对TDCS信号检测的可行性,并分析了信噪比和采样数据长度对检测性能的影响,信

噪比越大、采样数据越长,基于二次功率谱的基函数长度估计算法准确性越高。除此之外,比较了二次功率谱法与自相关法的检测性能,仿真结果表明TDCS信号均检出的前提下,二次功率谱法信噪比容限度相较于自相关法提高了1.5 dB。

### 参考文献

- [1] KUMPUMAKI T J, ISOHOOKANA M A, JUNTTI J K. Narrow-band interference rejection using transform domain signal processing in a hybrid DS/FH spread-spectrum system [C]. MILCOM 97 Proceedings. Monterey, CA, USA. IEEE, 2002: 89-93.
- [2] 胡苏,唐万斌,王军.变换域通信系统[M].北京:国防工业出版社,2015.  
HU Su, TANG Wanbin, WANG Jun. Transform Domain Communication Systems [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015. (in Chinese)
- [3] 石荣,杜宇,胡苏.变换域通信信号侦察中的参数估计方法[J].无线电通信技术,2018,44(2):174-179.  
SHI Rong, DU Yu, HU Su. Parameter estimation method for transform domain communication signals [J]. Radio Communications Technology, 2018, 44(2): 174-179. (in Chinese)
- [4] 石荣,邓科.变换域通信信号的频域分集特性与非合作解调[J].通信技术,2018,51(7):1542-1547.  
SHI Rong, DENG Ke. Frequency-diversity characteristic and non-cooperative demodulation for transform domain communication signal [J]. Communications Technology, 2018, 51(7): 1542-1547. (in Chinese)
- [5] 何智青.变换域通信系统设计、建模与仿真研究[D].西安:西北工业大学,2003.  
HE Zhiqing. Research on design, modeling and simulation of transform domain communication system [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2003. (in Chinese)
- [6] 张天骐,周正中.直扩信号伪码周期的谱检测[J].电波科学学报,2001,16(4):518-521,528.  
ZHANG Tianqi, ZHOU Zhengzhong. A new spectral method of periodic detection of PC sequence in lower SNR DS/SS signals [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2001, 16(4): 518-521, 528. (in Chinese)
- [7] 张天骐,周正中,邝育军,等.低信噪比长伪码直扩信号伪码周期的估计方法[J].系统工程与电子技术,2007,29(1):12-16.  
ZHANG Tianqi, ZHOU Zhengzhong, KUANG Yujun, et al. New method for periodic estimation of the PN sequence in the lower SNR long code DS-SS signals [J]. Systems Engineering and Electronics, 2007, 29(1): 12-

16. (in Chinese)
- [8] 刘秋红. 混叠条件下直扩信号的截获与分析[D]. 郑州: 战略支援部队信息工程大学, 2021.  
LIU QiuHong. Interception and analysis of DSSS signals under aliasing conditions [D]. Zhengzhou: Information Engineering University, 2021. (in Chinese)
- [9] 张伟, 董阳泽, 张刚强, 等. 一种基于广义互相关的水声直扩信号检测方法[J]. 声学技术, 2021, 40(1): 44-48.  
ZHANG Wei, DONG Yangze, ZHANG Gangqiang, et al. A detection method of underwater acoustic DSSS signal based on generalized cross-correlation [J]. Technical Acoustics, 2021, 40(1): 44-48. (in Chinese)
- [10] 张天骐, 周正中, 林孝康, 等. 低信噪比长伪码直扩信号的盲估计方法[J]. 信号处理, 2008, 24(3): 370-376.  
ZHANG Tianqi, ZHOU Zhengzhong, LIN Xiaokang, et al. Approach to blind estimation of lower SNR long code DS Signals [J]. Signal Processing, 2008, 24(3): 370-376. (in Chinese)
- [11] 宋耀辉, 黄仰超, 高维廷, 等. TDCS改进型反馈控制混沌基函数生成方法[J]. 信号处理, 2021, 37(1): 104-110.  
SONG Yaohui, HUANG Yangchao, GAO Weiting, et al. TDCS modified feedback control chaotic basis function generation method [J]. Journal of Signal Processing, 2021, 37(1): 104-110. (in Chinese)
- [12] 苏宇航, 陈朝, 翟都, 等. 一种降低新型OFDM数据链误码率的方法[J]. 电子技术应用, 2021, 47(3): 44-50.  
SU Yuhang, CHEN Zhao, ZHAI Ruo, et al. A way of decreasing the reliability of new OFDM data link [J]. Application of Electronic Technique, 2021, 47(3): 44-50. (in Chinese)
- [13] 洪居亭, 代华建, 孙田亮. 基于窗分段延迟相乘的二次功率谱算法[J]. 现代计算机, 2020, 39(15): 52-55, 70.  
HONG Juting, DAI Huajian, SUN Tianliang. A quadratic power spectrum algorithm based on window segment delay multiplication [J]. Modern Computer, 2020, 39(15): 52-55, 70. (in Chinese)
- [14] 刘宝洲. 周期图法功率谱估计及其改进算法的研究[J]. 电子测量技术, 2020, 43(5): 76-79.  
LIU Baozhou. Research on periodogram method power spectrum estimation and its improved algorithm [J]. Electronic Measurement Technology, 2020, 43(5): 76-79. (in Chinese)
- [15] 张旭东. 现代信号分析和处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2018.  
ZHANG Xudong. Modern Signal Analysis and Processing [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2018. (in Chinese)
- [16] 唐秋荻. 变换域通信系统的自适应调制编码技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2021.  
TANG Qiudi. Research on adaptive modulation and coding technology in transform domain communication system [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2021. (in Chinese)
- [17] JOHN G P, DIMITRIS G M. 数字信号处理——原理、算法、应用[M]. 方艳梅, 刘永清, 等, 译. 第四版. 北京: 电子工业出版社, 2014: 91.  
JOHN G P, DIMITRIS G M. Digital Signal Processing Principles, Algorithms, and Applications [M]. FANG Yanmei, LIU Yongqing, et al, Translated. Fourth Edition. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2014: 91. (in Chinese)
- [18] HOU W D, FU T H, ZHU Y X, et al. Design of Threshold in TDCS Signal Detection based on Time-Domain Correlation [C]. 2022 IEEE 10th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC), 2022: 1930-1933.
- [19] 彭博, 陈齐乐, 李锐. 基于变分正则化参数估计的伪码调相信重构造式干扰方法[J/OL]. 兵工学报, 2022, 1-9 [2022-10-09]. <http://www.co-journal.com/CN/10.12382/bgxb.2022.0572>.  
PENG Bo, CHEN Qile, LI Rui. Parameters estimation of binary phase-coded modulation radar waveform based on non-convex total variation regularization [J/OL]. Acta Armamentarii, 2022, 1-9 [2022-10-09]. <http://www.co-journal.com/CN/10.12382/bgxb.2022.0572>. (in Chinese)

#### 作者简介



侯文达 男, 1997年生, 山东潍坊人。海军工程大学硕士研究生, 主要研究方向为变换域通信、通信信号处理等。  
E-mail: hgdy808@163.com



付天晖 男, 1981年生, 黑龙江大庆人。海军工程大学博士, 海军工程大学副教授, 硕士生导师。主要研究方向为抗干扰通信、透地通信、通信信号处理等。  
E-mail: fthyes@yeah.net