

DOA 估计算法评价准则在不同功率入射信号下的修正

方庆园^{1,3} 韩 勇² 金梦哲¹ 刘卫东¹

(1. 石家庄铁道大学河北省电磁环境效应与信息处理学科重点实验室, 河北石家庄 050043; 2. 哈尔滨工业大学(威海), 山东威海 264209; 3. 中国人民解放军陆军工程大学电磁环境效应国家级重点实验室, 河北石家庄 050003)

摘 要: 针对复杂电磁环境中信号功率对入射信号波达方向(DOA)估计的影响问题进行研究, 发现用于 DOA 估计算法性能分析的经典评价准则对不同功率入射信号存在局限性。针对该问题, 首先证明了强信号功率会影响弱信号 DOA 估计性能, 得到强信号功率增加会导致弱信号功率克拉美罗界上升, 即弱信号 DOA 估计的均方根误差增加。然后分析了 DOA 估计算法的经典评价准则对分辨不同功率入射信号存在的局限性, 通过蒙特卡洛实验验证了经典评价准则对分辨不同功率入射信号存在较大误判率, 当弱信号信噪比低于 5 dB 时, 其误判率大于 50%。最后本文提出了 DOA 估计算法新的评价准则, 并仿真证明了新准则较经典准则更适用于分辨弱信号信噪比较低时的不同功率入射信号。所提出的评价准则可为基于空间谱估计的 DOA 估计算法性能分析提供参考依据。

关键词: 复杂电磁环境; 波达方向(DOA)估计; 信号功率; 评价准则; 分辨性能

中图分类号: TN97 **文献标识码:** A **DOI:** 10.16798/j.issn.1003-0530.2021.07.019

引用格式: 方庆园, 韩勇, 金梦哲, 等. DOA 估计算法评价准则在不同功率入射信号下的修正[J]. 信号处理, 2021, 37(7): 1285-1294. DOI: 10.16798/j.issn.1003-0530.2021.07.019.

Reference format: FANG Qingyuan, HAN Yong, JIN Mengzhe, et al. Modification of evaluation criterion for DOA estimation algorithms in resolving incident signals with different power[J]. Journal of Signal Processing, 2021, 37(7): 1285-1294. DOI: 10.16798/j.issn.1003-0530.2021.07.019.

Modification of Evaluation Criterion for DOA Estimation Algorithms in Resolving Incident Signals with Different Power

FANG Qingyuan^{1,3} HAN Yong² JIN Mengzhe¹ LIU Weidong¹

(1. Shijiazhuang Tiedao University, Hebei Key Laboratory for Electromagnetic Environmental Effects and Information Processing, Shijiazhuang, Hebei 050043, China; 2. Harbin Institute of Technology, Weihai, Shandong 264209, China; 3. National Key Laboratory on Electromagnetic Environment Effect, Army Engineering University, Shijiazhuang, Hebei 050003, China)

Abstract: In this paper, the effect of signal power on the DOA estimation of incident signals in complex electromagnetic environment is investigated. It is found that the classic evaluation criterion for performance analysis of DOA estimation algorithms has limitations on incident signals with different power. Thus, this paper first demonstrates that the power of strong signal has influence on the DOA estimation performance of weak signal. The increasing of strong signal power will lead to the rising of Cramer-Rao Lower Bound of weak signal, that is, the increasing of the root mean square error. Then this paper analyzes the limitations of the classic evaluation criterion for DOA estimation algorithms in resolving incident signals with different power. Further Monte Carlo experiment results prove that the classic evaluation criterion has a large misjudgment

rate for resolving incident signals with different power. When the signal to noise ratio (SNR) of the weak signal is below 5 dB, the misjudgment rate of the classic evaluation criterion is higher than 50%. Finally, this paper proposes a new evaluation criterion for DOA estimation algorithm in resolving incident signals with different power. The simulation results indicate that the proposed criterion has better resolution than the classical criterion in dealing with incident signals with different power when the SNR of the weak signal is low. The evaluation criteria proposed in this paper can provide a reference for the performance analysis of DOA estimation algorithm based on spatial spectrum.

Key words: complex electromagnetic environment; direction of arrival (DOA) estimation; signal power; evaluation criterion; resolving performance

1 引言

近年随着高功率微波技术的快速发展,高功率微波武器已成为电子战中抢夺作战先机的有力武器。因其所辐射的高功率电磁波可掩盖真实目标所发射信号,可干扰雷达对真实目标的探测^[1-2]。尤其是现代电子战的战场环境中,强干扰信号与弱真实信号交织在一起,导致战场的电磁环境异常复杂^[3-4]。研究不同功率的信号同时入射到雷达接收天线阵列时,入射信号的功率对波达方向(DOA)估计的影响,对雷达的辐射源定位具有重要意义。

复杂电磁环境中普遍存在强信号与弱信号同时入射到天线接收阵列的情形,强信号会淹没弱信号从而导致弱信号波达方向(DOA)估计性能下降。当前针对不同功率入射信号 DOA 估计问题的研究大致可分为两类:一类集中于研究如何提高 DOA 估计算法对弱信号的分辨率。如文献[5]提出了 SSMUSIC 算法,该方法通过建立标准子空间与信号-干扰模型下子空间的关系,利用信号空间的信息构造基于 MUSIC 方法的谱估计函数,可同时入射的强信号与弱信号进行 DOA 估计。文献[6]等研究了基于特征空间干扰相消的方法,该方法利用阻塞矩阵来剔除信号协方差矩阵中的强干扰。文献[7-8]利用噪声子空间对入射信号功率不变这一性质,提出了有效的不同功率入射信号的 DOA 算法。此类算法利用噪声子空间的不变性,可对不同功率的入射信号进行 DOA 估计,与利用信号空间的 DOA 算法相比具有较高的分辨率。文献[9]提出将强信号对应的特征向量纳入噪声空间,然后利用与 MUSIC 算法类似的谱估计对不同功率入射信号进行 DOA 估计。文献[10]提出基于特征波束 mCapon 方法,通过简单的门限比较和子空间处理,提高了大功率差异下空间临近入射信号的性能估计。上述研究均不同程度的提高了 DOA 估计算法

对弱信号的分辨性能;另外一类研究集中于分析强信号对算法 DOA 估计性能的影响。通常此类研究以 MUSIC 算法作为研究对象,这是由于 MUSIC 算法是十分具有代表性的空间谱估计算法,在通信、雷达、声呐等领域获得广泛而深入的研究^[11-13]。文献[14]采用渐进统计分析的方法对 MUSIC 算法的估计性能进行了研究,得到强信号功率远远高于弱信号功率时,弱信号零谱的数学期望谱表达式。文献[15]提出了针对不同功率入射信号的平均信噪比分辨门限,给出了 MUSIC 算法平均信噪比分辨门限表达式,并得到入射信号功率差异越大,平均信噪比分辨门限越高的结论。文献[16]给出了 MUSIC 算法对相关信源的平均信噪比分辨门限表达式,并讨论了信源功率差异对 MUSIC 算法分辨性能的影响。上述两类研究均针对具体的 DOA 估计算法进行研究,未注意到信号功率对入射信号 DOA 估计算法评价准则的影响,未从更普遍的意义证明强信号功率对弱信号 DOA 估计的影响。

本文首先从克拉美罗界的角度证明了强信号功率会影响弱信号 DOA 估计性能,由于克拉美罗界是任何无偏估计算法均方根误差的最下界,因此分析强信号对弱信号 DOA 估计 CRB 的影响更具有普遍意义;然后分析了 DOA 估计算法经典评价准则在分辨不同功率入射信号时存在的局限性,评价准则是评价算法性能的依据,通过蒙特卡洛实验验证了当弱信号信噪比低于 5 dB 时,经典评价准则对分辨不同功率入射信号其误判率较大;最后提出了针对不同功率入射信号的新评价准则,并证明了新准则较经典准则更适用于评价 DOA 估计算法对不同功率入射信号的分辨性能。

2 接收信号阵列模型

假设自由空间中有 P 个相互独立且波长为 λ_0 的窄带信号,入射到如图 1 所示均匀直线接收天线

阵列中。该均匀线阵各阵元间距为 d , 阵元总数为 M , 第一个阵元位于坐标原点处。 θ_i 为第 i 个人射信号的 DOA 与 y 轴的夹角, 则均匀线阵所接收到的入射信号可表示为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

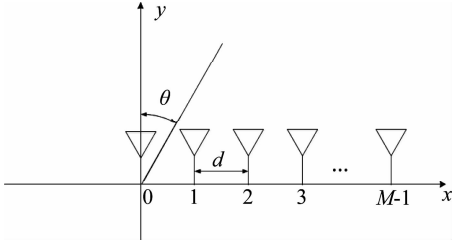


图 1 均匀直线接收天线阵列示意图

Fig. 1 Configuration of uniform linear receiving antenna array

式中 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 为 t 时刻均匀直线阵列所接收到的入射信号的数据矢量, $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]^T \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ 与 $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 分别为入射信号复振幅矢量与加性高斯白噪声矢量, 信号与噪声不相关, 各阵元所接收的噪声独立同分布, 协方差为 $\sigma_n^2 \mathbf{I}$ 。 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{C}^{M \times P}$ 为阵列流形矩阵:

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_i), \dots, \mathbf{a}(\theta_p)] \quad (2)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{-j\omega_i}, \dots, e^{-j(M-1)\omega_i}]^T$, $\omega_i = k_0 d \sin \theta_i$, k_0 为入射信号自由空间波数。则接收信号 $\mathbf{X}(t)$ 的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}(t)^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (3)$$

其中 \mathbf{R}_s 为入射信号协方差矩阵。接收信号 $\mathbf{X}(t)$ 的样本协方差矩阵为:

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \mathbf{X}(j)\mathbf{X}(j)^H \quad (4)$$

其中 K 为采样的快拍数。对 $\hat{\mathbf{R}}_x$ 进行特征值分解得:

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \sum_{i=1}^M \hat{\lambda}_i \hat{\mathbf{u}}_i \hat{\mathbf{u}}_i^H \quad (5)$$

其中 $\hat{\lambda}_i$ 为特征值, $\hat{\mathbf{u}}_i$ 为特征向量。

3 强信号功率对弱信号 DOA 估计克拉美罗界的影响

CRB 为任何无偏估计子提供了估计均方误差的最下界, 因此研究信号功率对入射信号 DOA 估计 CRB 的影响, 对其他 DOA 估计算法分析信号功率对算法性能的影响具有重要借鉴意义。本节将分

析入射信号中其中一个信号入射功率的提高, 对其他信号 DOA 估计 CRB 的影响。信号 DOA 估计的 CRB, 可利用 Fisher 信息矩阵求逆得到。对于图 1 所示的直线阵列, P 个人射信号的角度分别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$, 此时 Fisher 信息矩阵为:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\theta_1\theta_1} & \mathbf{F}_{\theta_1\theta_2} & \cdots & \mathbf{F}_{\theta_1\theta_p} \\ \mathbf{F}_{\theta_2\theta_1} & \mathbf{F}_{\theta_2\theta_2} & \cdots & \mathbf{F}_{\theta_2\theta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{F}_{\theta_p\theta_1} & \mathbf{F}_{\theta_p\theta_2} & \cdots & \mathbf{F}_{\theta_p\theta_p} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 Fisher 信息矩阵中的每个元素

$$\mathbf{F}_{ij} = K \cdot \text{tr} \left[\mathbf{R}_x^{-1} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_x}{\partial \theta_i} \mathbf{R}_x^{-1} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_x}{\partial \theta_j} \right] \quad (7)$$

当入射信号相互独立时, $\mathbf{R}_s = \text{diag}(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p)$ 为对角阵, 其中 ρ_i 代表第 i 个人射信号的功率。此时 \mathbf{R}_x 可简化为

$$\mathbf{R}_x = \sum_{i=1}^P \rho_i \mathbf{a}(\theta_i) \mathbf{a}(\theta_i)^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (8)$$

则阵列协方差矩阵对 θ_i 的偏导 $\partial \mathbf{a}(\theta_i) / \partial \theta_i$ 为

$$\frac{\partial \mathbf{R}_x}{\partial \theta_i} = \rho_i \left(\frac{\partial \mathbf{a}(\theta_i)}{\partial \theta_i} \mathbf{a}(\theta_i)^H + \mathbf{a}(\theta_i) \frac{\partial \mathbf{a}(\theta_i)^H}{\partial \theta_i} \right) \quad (9)$$

其中导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_i)$ 对 θ_i 的偏导 $\partial \mathbf{a}(\theta_i) / \partial \theta_i$ 为

$$\frac{\partial \mathbf{a}(\theta_i)}{\partial \theta_i} = \frac{\partial}{\partial \theta_i} [1 \quad q(\theta_i) \quad \cdots \quad q(\theta_i)^{M-1}]^T \quad (10)$$

其中 $q(\theta_i) = e^{-jk_0 d \sin \theta_i}$, 相移因子 $q(\theta_i)$ 对 θ_i 的导数为

$$\frac{dq(\theta_i)^{m-1}}{d\theta} = (m-1)q(\theta_i)^{m-2} \cdot q(\theta_i) \cdot (-jk_0 d \cos \theta_i) = -j(m-1)k_0 d \cos \theta_i \cdot q(\theta_i)^{m-1}, m=1, 2, \dots, M \quad (11)$$

当阵元间距 $d = \lambda_0 / 2$ 时, 相移因子 $q(\theta_i)$ 可简化为 $q(\theta_i) = \exp(-j\pi \sin \theta_i)$ 。将式(11)、(10)、(9)代入式(7), 便可得到 Fisher 信息矩阵中的每个元素。进而对式(6)求逆便可得入射信号 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]$ 估计的 CRB 为

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{CRB}} = \text{diag}(\mathbf{F}^{-1}) \quad (12)$$

假设有两个功率不相等的信号从正上方入射到如图 1 所示的均匀线阵上, 其中阵元数 $M=9$, 阵元间距 $d = \lambda_0 / 2$, 噪声功率 $\sigma_n^2 = 1$ 。两入射信号夹角为 $\Delta = 10^\circ$, 其中信号 1 入射角为 $\theta_1 = -5^\circ$, 信号 2 入射角 $\theta_2 = 5^\circ$ 。本节将重点考察当信号 1 与信号 2 的功率不同时, 即信噪比 (SNR) 不同时, 功率较大的信号对功率较小的信号 DOA 估计 CRB 的影响。在

此设信号1为强信号,信号2为弱信号,强信号与弱信号功率的比值为强弱信号比(Strong Weak Ratio, SWR)。

当强信号功率提高时,弱信号 DOA 估计的 CRB 如图 2 所示。由图 2 可知,在不同强信号功率下随着弱信号 SNR₂ 的提高,弱信号 DOA 估计的 CRB 均不断降低,即 DOA 估计的均方根误差不断减小。当 SWR=0 dB 时,两入射信号功率相等。对比 SWR=0 dB 与 SWR=5 dB 可得,当强信号功率增加 5 dB,而弱信号功率不变时,弱信号 DOA 估计的 CRB 有所上升,即估计的均方根误差增加。同样可得当 SWR=10 dB、15 dB、20 dB 时,弱信号 DOA 估计的 CRB 均有所上升。因此可知,对于均匀线阵当其中一个入射信号功率增加时,会导致另外一个入射信号 DOA 估计的最小均方根误差增加。不同的弱信号信噪比下,强信号功率提高导致弱信号 DOA 估计 CRB 上升的百分比如图 3 所示。由图 3 可知,强信号功率提高均会导致弱信号 DOA 估计 CRB 上升。随着强信号功率的进一步提高,弱信号 DOA 估计的 CRB 上升幅度有所减小。随着弱信号 SNR₂ 的提高,强信号功率的提高对弱信号 DOA 估计 CRB 的影响降低,这说明当弱信号 SNR 较高时,强信号功率对其影响较小。

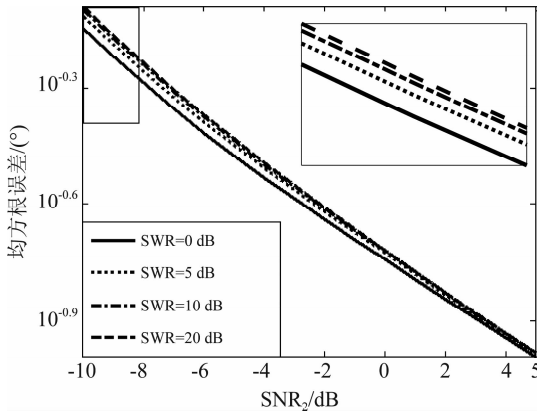


图 2 不同 SWR 下弱信号 DOA 估计的 CRB 随弱 SNR₂ 的变化
Fig. 2 The CRB of DOA estimation for weak signal against different SNR₂ under different SWR

通过本节分析可知,强信号功率增加会影响弱信号 DOA 估计的 CRB,强信号功率增加导致弱信号 CRB 上升,即均方根误差增加。这种影响在弱信号信噪比较低时体现尤其明显,伴随着强功率信号进一步增加,此影响最终趋于稳定。

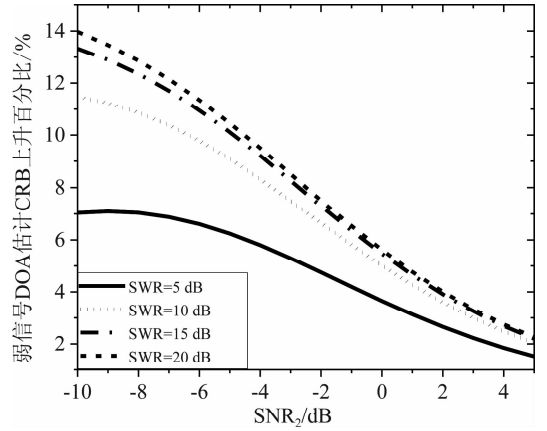


图 3 不同 SWR 下弱信号 DOA 估计 CRB 上升百分比随弱 SNR₂ 的变化

Fig. 3 The rising percentage of CRB for weak signal DOA estimation against different SNR₂ under different SWR

4 DOA 估计算法经典评价准则局限性分析

DOA 估计算法对入射信号的理论分辨性能依赖于评价准则,评价准则是计算算法理论分辨性能的前提。对利用空间谱进行 DOA 估计的算法而言,经典的判定两入射信号分辨成功的准则为^[17]:对于两个相邻的入射信号 θ_1 与 θ_2 ,其中 $\theta_m = (\theta_1 + \theta_2)/2$,若满足

$$\frac{\hat{D}(\theta_1) + \hat{D}(\theta_2)}{2} < \hat{D}(\theta_m) \quad (13)$$

则认为算法可以成功分辨两个入射信号,其中 $\hat{D}(\theta_1)$ 、 $\hat{D}(\theta_2)$ 、 $\hat{D}(\theta_m)$ 为算法的零谱估计。通常式(13)被用作评价算法对入射信号理论分辨率的准则。然而在复杂电磁环境中式(13)的评价准则存在一定局限性,当入射信号功率不同时,应用此准则会导致部分误判。下面以经典的空间谱估计算法 MUSIC 算法为例,说明式(13)经典评价准则的局限性。

4.1 MUSIC 算法期望谱

MUSIC 算法是基于空间谱进行入射信号 DOA 估计的经典方法,获得了广泛而深入的研究^[11-13]。因此以 MUSIC 算法为例说明式(13)经典评价准则存在局限性具有一定代表性。本文通过分析 MUSIC 算法零谱的数学期望(期望谱),来分析式(13)经典评价准则存在的局限性。

MUSIC 算法的零谱 $\hat{D}(\theta)$ 在入射信号到达角 θ 邻近区域内的统计特性,可通过分析 $\hat{D}(\theta)$ 的统计

均值 $E[\hat{D}(\theta)]$ 与方差 $\text{var}[\hat{D}(\theta)]$ 获得,进而可获得 MUSIC 算法在入射角 θ 处对入射信号的分辨性能。当有两个入射信号同时入射到如图 1 所示的均匀线阵上时, MUSIC 算法的期望谱为^[14]:

$$E[\hat{D}(\theta_l)] \approx \frac{\sigma_n^2}{MK} \mathbf{a}^H(\theta_l) \left[\begin{array}{l} \frac{\lambda_1(M-2)}{(\lambda_1 - \sigma_n^2)^2} \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^H + \\ \frac{\lambda_2(M-2)}{(\lambda_2 - \sigma_n^2)^2} \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^H \end{array} \right] \mathbf{a}(\theta_l), \quad l=1,2 \quad (14)$$

其中 λ_1, λ_2 与 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ 分别为 \mathbf{R}_s 特征值分解后所得特征值与特征向量。由于 MUSIC 算法零谱的方差 $\text{var}[\hat{D}(\theta)]$ 与期望谱 $E[\hat{D}(\theta)]$ 的比值 $\ll 1$, 因此通过分析 MUSIC 算法期望谱可获得 MUSIC 算法的分辨性能。

若有两个不相关的信号入射到如图 1 所示的天线阵列上, 两入射信号波达方向分别为 θ_1, θ_2 , 功率分别为 P_1, P_2 。则入射信号的协方差矩阵可记为:

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

此时式(3)中第一项:

$$\mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H = P_1 \mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}^H(\theta_1) + P_2 \mathbf{a}(\theta_2) \mathbf{a}^H(\theta_2) \quad (16)$$

由于 $\theta_1 \neq \theta_2$, 对方阵 $\mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H$ 进行特征值分解可得两个非零特征值分别记为 λ_1, λ_2 , 相应的特征向量记为 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ 。则有^[18]

$$\lambda_i = \frac{1}{2} M (P_1 + P_2) \cdot$$

$$\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4P_1P_2(1 - |\varphi|^2)}{(P_1 + P_2)^2}} \right] + \sigma_n^2 \quad i=1,2 \quad (17)$$

$$\mathbf{e}_{1,2} = \alpha_i \left[\mathbf{a}(\theta_1) + \frac{\lambda'_i - MP_1}{MP\varphi} \mathbf{a}(\theta_2) \right] \quad i=1,2 \quad (18)$$

其中

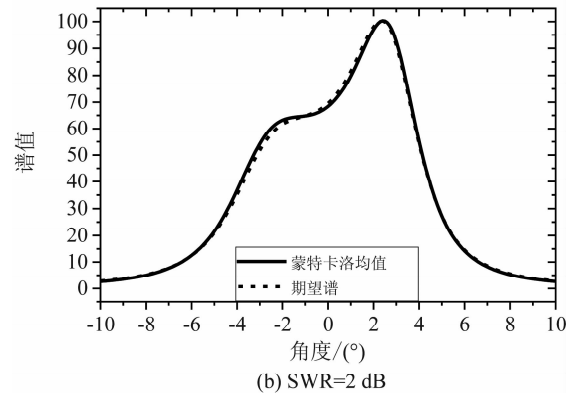
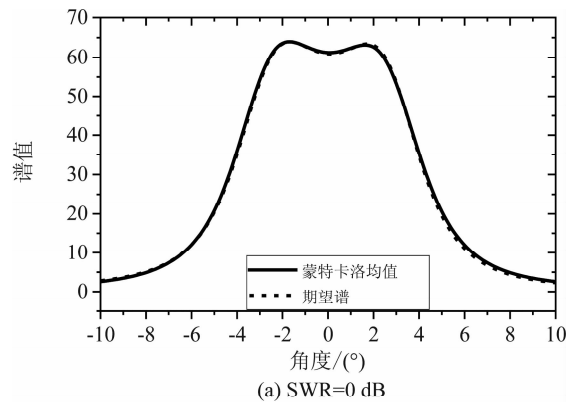
$$\varphi = \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2) = \frac{1}{M} e^{j\frac{M-1}{2}(\theta_2 - \theta_1)} \frac{\sin\left(\frac{M(\theta_2 - \theta_1)}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right)} \quad (19)$$

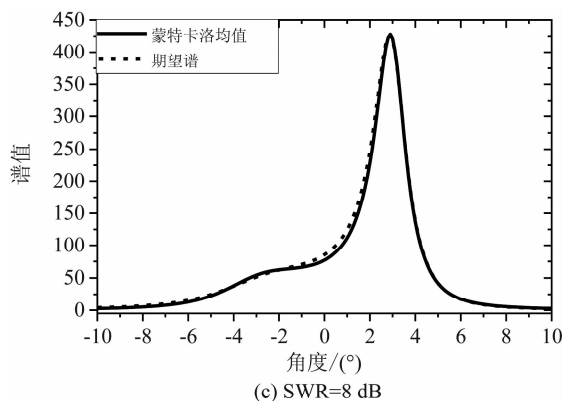
$$\alpha_i = \left[1 + 2 \frac{(\lambda'_i - NP_1)}{NP_1} + \left(\frac{\lambda'_i - NP_1}{NP_1 |\varphi|} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$$\lambda'_i = \lambda_i - \sigma_n^2 \quad (21)$$

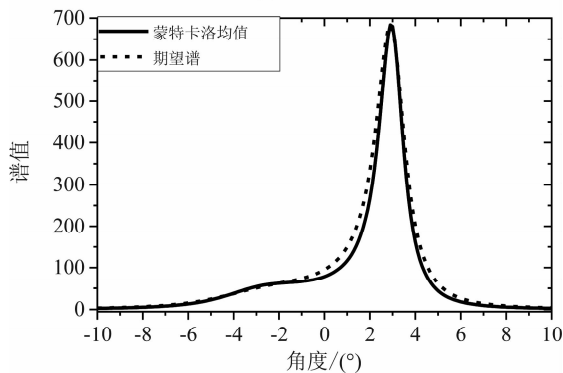
将式(17)、(18)所求得特征值与特征向量代入式(14), 便可得 MUSIC 算法的期望谱。

为了验证式(14)所得 MUSIC 算法期望谱的有效性, 下面将对蒙特卡洛实验所得 MUSIC 算法零谱的平均值与式(14)所得 MUSIC 算法的期望谱, 其中蒙特卡洛实验的次数为 1000 次。假设两个相互独立的信号入射到如图 1 所示的均匀阵列上, 其中阵元数 $M=9$, 阵元间距 $d = \lambda_0/2$, 噪声功率 $\sigma_n^2 = 1$ 。两入射信号夹角为 $\Delta = 6^\circ$, 信号 1 入射角为 $\theta_1 = 3^\circ$, 信号 2 入射角 $\theta_2 = -3^\circ$, 设信号 1 为强信号, 信号 2 为弱信号, 信噪比为 $\text{SNR}_2 = 7 \text{ dB}$ 。不同的入射信号强弱信号比 SWR 下, 计算式(14)中 MUSIC 算法的期望谱和蒙特卡洛实验所得 MUSIC 算法零谱的均值。为了方便对比, 在此将 MUSIC 的期望谱与蒙特卡洛实验的零谱均值二者均取倒数, 取倒数后分别命名为极值期望谱与极值平均谱, 如图 4 所示。由图 4 可知, 强信号功率提高时, 其极值期望谱与极值平均谱均在增加。两信号功率相等即 $\text{SWR} = 0 \text{ dB}$ (见图 4(a)) 与两信号功率不同时 (见图 4(b)、(c)、(d)), MUSIC 算法的极值期望谱与极值平均谱基本相同。因此可得, MUSIC 算法的期望谱与采





(c) SWR=8 dB



(d) SWR=10 dB

图4 不同强弱信号比下极值期望谱与极值平均谱
Fig. 4 The extremum expectation spectrum and extremum average spectrum under different SWR

用蒙特卡洛实验所得零谱均值具有良好的一致性,验证了式(14)的正确性,并说明 MUSIC 算法的期望谱可作为分析 MUSIC 算法对入射信号理论分辨性能的依据。因此下文将借助 MUSIC 算法的期望谱,分析经典评价准则对评价 MUSIC 算法对不同功率入射信号分辨性能的局限性。

4.2 经典评价准则的局限性

根据 4.1 节中式(14),可计算不同入射信号功率下 MUSIC 算法的期望谱。与 MUSIC 算法单次 DOA 估计所得零谱相比,期望谱为零谱的数学期望,更具代表性。下面借助于 MUSIC 算法的期望谱分析经典评价准则的局限性。

实验 1 设两个相互独立的信号入射到如图 1 所示的均匀阵列上,其中阵元数 $M=9$,阵元间距 $d=\lambda_0/2$,噪声功率 $\sigma_n^2=1$ 。两入射信号夹角为 6° ,入射信号 1 的入射角度 $\theta_1=3^\circ$,信噪比为 $\text{SNR}_1=10$ dB,入射信号 2 的入射角度 $\theta_2=-3^\circ$,信噪比为 $\text{SNR}_2=8$ dB。由式(14)所得到的 MUSIC 算法的极值期望谱如图 5 所示。

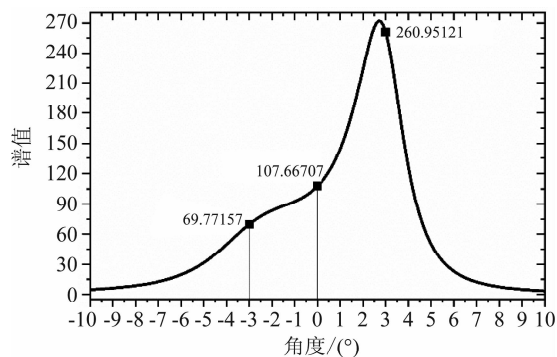
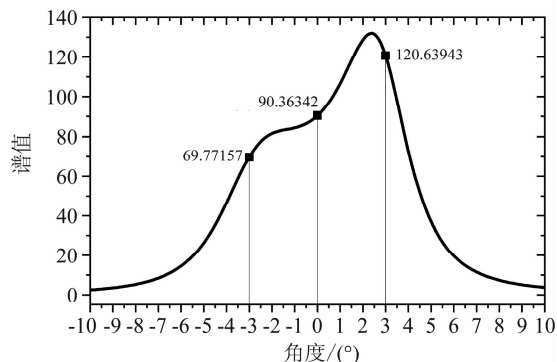
(a) $\text{SNR}_2=8$ dB, $\text{SWR}=2$ dB(b) $\text{SNR}_2=8$ dB, $\text{SWR}=5$ dB

图5 入射信号的极值期望谱

Fig. 5 The extremum expectation spectrum of input signals

由图 5 可知,此时 MUSIC 算法无法成功分辨两入射信号。然而此时极值期望谱满足 $(\hat{Q}(\theta_1) + \hat{Q}(\theta_2))/2 > \hat{Q}(\theta_m)$,其中 $\hat{Q}(\theta_1)$ 、 $\hat{Q}(\theta_2)$ 、 $\hat{Q}(\theta_m)$ 为极值期望谱在 θ_1 、 θ_2 、 θ_m 处的谱值。即对于期望谱而言仍然满足式(13)所示的准则 $(\hat{D}(\theta_1) + \hat{D}(\theta_2))/2 < \hat{D}(\theta_m)$,也即依据式(13)仍然判定两入射信号分辨成功。显然以式(13)作为 DOA 估计算法的评价准则,来评价算法对两个不同功率入射信号的分辨率有一定局限性。

下面将通过 MUSIC 算法进行蒙特卡洛实验进一步验证式(13)经典评价准则存在的局限性。首先根据式(13)判断 MUSIC 算法每次蒙特卡洛实验可否分辨两个不同功率的入射信号。然后利用每次蒙特卡洛实验所得 MUSIC 算法空间谱,实际统计该次实验下是否出现两个入射信号的谱峰,如果出现则认为此次实验 MUSIC 算法实际能成功分辨两入射信号,反之则认为不能分辨两入射信号。最后对比依据式(13)得到的分辨成功次数与实际分辨成功概率,其中分辨成功概率定义为:成功分辨两入射信号的次数与蒙特卡洛实验总次数的比值。

实验 2 设有两个相互独立的信号入射到如图 1 所示的均匀阵列上,其中阵元数 $M=9$,阵元间距 $d=\lambda_0/2$,噪声功率 $\sigma_n^2=1$ 。设入射信号 1 为强信号,入射信号 2 为弱信号,两入射信号夹角为 6° ,入射信号 1 的入射角度 $\theta_1=3^\circ$,入射信号 2 的入射角度 $\theta_2=-3^\circ$ 。如上所述,不同强弱信号比 SWR 与弱信号信噪比 SNR_2 条件下,进行 1000 次蒙特卡洛实验。由经典评价准则得到的分辨成功概率(简称经典准则)与实际分辨成功概率(简称实际)如图 6 所示。

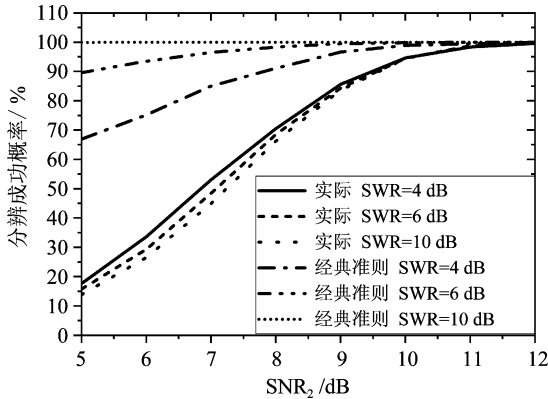


图 6 1000 次蒙特卡洛实验中经典准则与实际分辨成功概率
Fig. 6 The actual probability of success and that based on the classical criterion in 1000 Monte Carlo experiments

由图 6 可知,随着弱信号信噪比的增加,基于经典准则的分辨成功概率与实际分辨概率均增加。在相同的弱信号信噪比 SNR_2 条件下,随着强信号功率的提高,实际分辨成功概率逐步降低,而基于经典准则的分辨成功概率却增加,显然经典准则发生误判。经典准则与实际分辨成功概率的差值即为误判率,误判率如图 7 所示,在相同的弱信号信噪比 SNR_2 条件下,当强信号功率提高时,经典准则的误判率增加。

由图 6、图 7 可知,当实际分辨成功概率小于 50% 时,经典准则的误判率高于 30%,并随强信号功率的增加误判率增加,尤其当 $\text{SWR}=10\text{ dB}$ 时,误判率高于 50%。当 $\text{SNR}_2=5\text{ dB}$ 时,不同强弱信号比下经典准则的误判率均高于 50%。这说明经典准则不适用于评价算法对不同功率入射信号的分辨性能,尤其当算法实际分辨成功概率小于 50% 时,经典准则误判率较高。由图 7 可知,随着弱信号信噪比的变化,不同的强弱信号比下多条误判率曲线各不同,这进一步说明经典准则不适用于评价算法

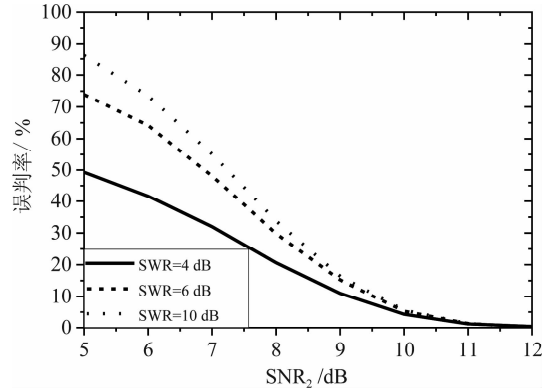


图 7 经典准则的误判率

Fig. 7 Misjudgment rate of classical criterion

对不同功率入射信号的分辨性能。

5 DOA 估计算法新的评价准则

复杂电磁环境中入射信号功率通常是不同的,由第 4 节的分析可知,采用经典评价准则评价 DOA 估计算法对不同功率入射信号的分辨率存在局限性。因此本文针对不同功率入射信号提出新的算法评价准则。

5.1 新的评价准则

对于两个相邻的入射信号 θ_1 与 θ_2 ,其中 $\theta_m=(\theta_1+\theta_2)/2$ 。若满足

$$\hat{D}(\theta_m) > \max(\hat{D}(\theta_1), \hat{D}(\theta_2)) \quad (22)$$

则认为算法可以成功分辨两个入射信号,其中 $\hat{D}(\theta_1)$ 、 $\hat{D}(\theta_2)$ 、 $\hat{D}(\theta_m)$ 为算法的零谱估计。因此对于极值谱,若满足

$$\hat{Q}(\theta_m) < \min(\hat{Q}(\theta_1), \hat{Q}(\theta_2)) \quad (23)$$

则认为算法可以成功分辨两个入射信号,其中 $\hat{Q}(\theta_1)$ 、 $\hat{Q}(\theta_2)$ 、 $\hat{Q}(\theta_m)$ 为算法的极值谱估计。

实验 3 此实验条件设置与实验 2 相同,由新的评价准则得到的分辨成功概率(简称新准则)与实际分辨成功概率(简称实际)如图 8 所示。由图 8 可知,随着弱信号信噪比的增加,新准则分辨成功概率与实际分辨成功概率均增加。在相同的弱信号 SNR_2 条件下,强信号功率增加时,实际分辨成功概率与新准则分辨成功概率均有所减少。

总体而言在不同的弱信号信噪比 SNR_2 条件下,新准则分辨成功概率小于实际分辨成功概率。这说明新准则较苛刻,即实际上 MUSIC 算法已经成功分辨了两人射信号,而依据新准则依然判断

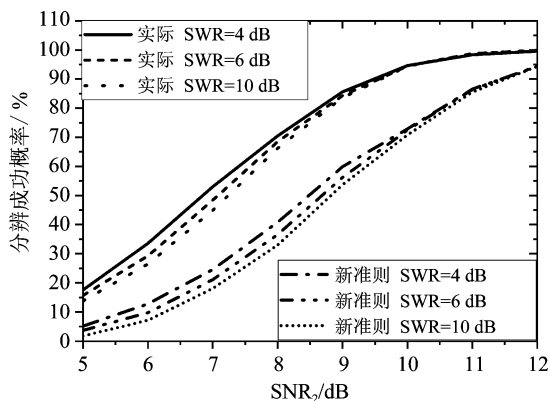


图8 1000次蒙特卡洛实验中新准则与实际分辨成功概率

Fig. 8 The actual probability of success and that based on the new criterion in 1000 Monte Carlo experiments

MUSIC算法无法分辨两入射信号。在此定义实际分辨成功概率与新准则分辨成功概率的差值为漏判率,则新准则的漏判率如图9所示。

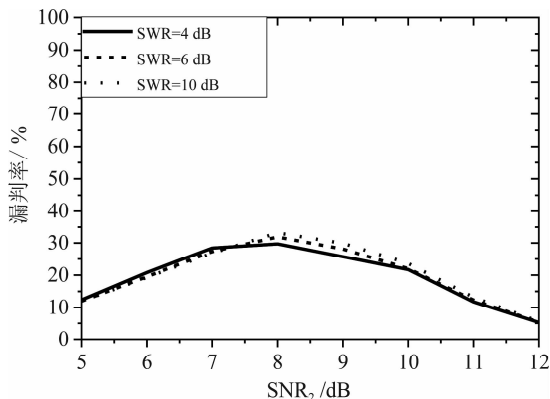


图9 新准则的漏判率

Fig. 9 Misjudgment rate of new criterion

由图9可知,不同的强弱信号比下,新准则的漏判率基本一致,这说明新准则对不同功率的入射信号鲁棒性较强。不同弱信号信噪比 SNR_2 条件下,新准则的漏判率基本都在30%以下。对比图9与图7可知,新准则与经典准则相比,新准则判定结果具有较高的可信性。当算法实际分辨成功率小于40%时,对不同功率入射信号新准则漏判率小于25%,而经典准则对 $SWR = 10$ dB 不同功率入射信号,误判率高于65%。同时本文所提出的新评价准则对不同功率入射信号的漏判率基本一致,具有较好的鲁棒性。因此本文所提的新准则与经典准则相比,更适用于评价算法对不同功率入射信号的分辨性能。

为了评价经典准则与新准则的适用性,下面将进一步对比分析经典准则与新准则的性能。为此

需定义几个新的参量以更精细的区分不同准则对两入射信号的分辨性能。此处定义判断准确概率 p_s 为: $p_s = c_{cc}/c_m + c_{ff}/c_m$, 其中 c_{cc} 为根据判定准则与空间谱的谱峰均判断两入射信号分辨成功的次数, c_{ff} 为通过判定准则与空间谱的谱峰均判断两入射信号未分辨成功的次数, c_m 为蒙特卡洛实验的总次数; 定义虚警概率 p_{cf} 为: $p_{cf} = c_{cf}/c_m$, 其中 c_{cf} 为通过判定准则判断两入射信号分辨成功,但根据空间谱的谱峰判断两入射信号未分辨成功。定义漏警概率 p_{fc} 为: $p_{fc} = c_{fc}/c_m$, 其中 c_{fc} 为通过判定准则判断两入射信号未分辨成功,但根据空间谱的谱峰判断两入射信号分辨成功。则由实验2和实验3可得经典准则与新准则的虚警概率如图10所示,漏警概率如图11所示,判断准确概率如图12所示。

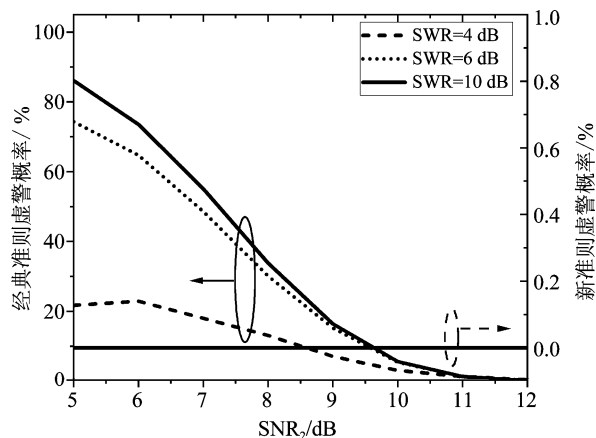


图10 经典准则与新准则的虚警概率

Fig. 10 The false alarm probability of classical criterion and new criterion

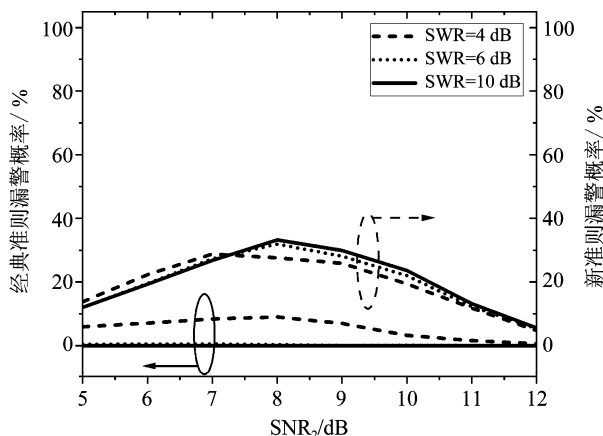


图11 经典准则与新准则的漏警概率

Fig. 11 The missed alarm probability of classical criterion and new criterion

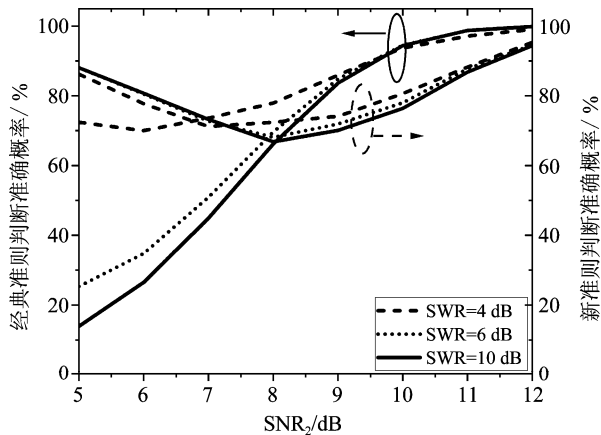


图 12 经典准则与新准则的判断准确概率

Fig. 12 The accurate probability of classical criterion and new criterion

由图 10 可知,经典准则在不同强弱信号比下的虚警概率均高于新准则。当强弱信号比 $SWR = 10$ dB 时,相对于 $SWR = 4$ dB 时来说,经典准则的虚警概率有明显的升高,尤其当 $SNR_2 = 5$ dB 时,经典准则的虚警概率升高了 65%。这说明针对于强弱信号比较大的两入射信号,经典准则存在局限性,新准则很好的改善了经典准则的虚警概率。由图 11 可知,新准则的漏警概率高于经典准则,当 $SNR_2 = 8$ dB 时,新准则的漏警概率为 33%。不同强弱信号比下新准则的漏警概率均低于 33%,而不同强弱信号比下经典准则的漏警概率均低于 10%。由图 12 可知,当 $SNR_2 < 8$ dB 时,新准则具有较好的判断准确概率,尤其当 $SNR_2 = 5$ dB、 $SWR = 10$ dB 时,新准则的判断准确概率较经典准则提高了 74%。当 $SNR_2 > 8$ dB 时,经典准则具有较好的判断准确概率。对比分析图 10 与图 11 可得,当弱信号信噪比 $SNR_2 > 9$ dB 时,经典准则的漏判概率与虚警概率均低于 16%;当弱信号信噪比 $SNR_2 < 7$ dB 时,新准则的虚警概率为 0,漏判率低于 29%,而经典准则的虚警概率高于 55%;当弱信号信噪比 SNR_2 为 7 dB ~ 9 dB 之间时,经典准则的虚警概率为 16% ~ 55% 高于新准则,新准则的漏警概率为 29% ~ 33% 高于经典准则。因此可得,经典准则适用于弱信号信噪比 SNR_2 高于 9 dB 的情况,新准则适用于信噪比 SNR_2 低于 5 dB 的情况。当信噪比处于 7 dB ~ 9 dB 之间时,两种准则各有优缺点,但新准则的漏警概率要低于经典准则的虚警概率,且新准则的鲁棒性较好。

6 结论

通过本文研究得到以下结论:

(1) 复杂电磁环境中强信号功率会影响弱信号 DOA 估计的克拉美罗界。随着强信号功率的增加弱信号 DOA 估计的 CRB 不断恶化,即弱信号 DOA 估计的均方根误差增加,并随着强信号功率的进一步增加此影响最终趋于稳定。

(2) 经典评价准则对评价 DOA 算法对不同功率入射信号的分辨性能具有局限性。经典评价准则对分辨功率差别大的入射信号误判率较高,尤其当弱信号信噪比低于 5 dB 时,其误判率大于 50%,且不同的强弱信号比 (SWR) 下经典评价准则的误判率不一致。

(3) 本文提出的新评价准则很好的改善了经典评价准则的虚警概率,当弱信号信噪比较低时更适于分辨不同功率的入射信号,尤其 $SNR_2 = 5$ dB、 $SWR = 10$ dB 时新准则的判断准确概率较经典准则提高了 74%,且新准则与经典准则相比的其鲁棒性较高。

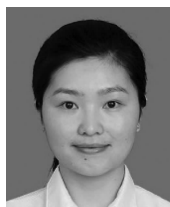
本文的研究可为复杂电磁环境中评价不同 DOA 估计算法的分辨性能提供参考依据。

参考文献

- [1] CHEN X, SHU T, YU K B, et al. Joint adaptive beamforming techniques for distributed array radars in multiple mainlobe and sidelobe jammings[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2020, 19(2): 248-252.
- [2] 刘尚合,刘卫东. 电磁兼容与电磁防护相关研究进展[J]. 高电压技术, 2014, 40(6): 1605-1613.
LIU Shanghe, LIU Weidong. Progress of relevant research on electromagnetic compatibility and electromagnetic protection[J]. High Voltage Engineering, 2014, 40(6): 1605-1613. (in Chinese)
- [3] DAWOOD H S, HUSSEIN A H, GEMEAY E, et al. DOA/MoM-based ABF algorithm for SINR enhancement[J]. IET Communications, 2019, 13(11): 1565-1572.
- [4] SCHOENECKER S, WILLETT P, BAR-SHALOM Y. Resolution limits for tracking closely spaced targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(6): 2900-2910.
- [5] MCCLOUD M L, SCHARF L. A new subspace identification algorithm for high-resolution DOA estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2002, 50(10): 1382-1390.
- [6] LEE J H, LEE C C. Analysis of the performance and sen-

- sitivity of an eigenspace-based interference canceler[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2000, 48(5): 826-835.
- [7] HAN Y, FANG Q, YAN F, et al. Joint DOA and polarization estimation for unequal power sources based on reconstructed noise subspace[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2016, 27(3): 501-513.
- [8] 方庆园, 韩勇, 金铭, 等. 基于噪声子空间特征值重构的DOA估计算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(12): 2876-2881.
FANG Qingyuan, HAN Yong, JIN Ming, et al. DOA estimation based on eigenvalue reconstruction of noise subspace[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(12): 2876-2881. (in Chinese)
- [9] 徐亮, 曾操, 廖桂生, 等. 基于特征波束形成的强弱信号波达方向与信源数估计方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(2): 321-325.
XU Liang, ZENG Cao, LIAO Guisheng, et al. DOA and source number estimation method for strong and weak signals based on eigen beamforming[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(2): 321-325. (in Chinese)
- [10] GAO Y, XU J, JIA X. Joint number and DOA estimation via the eigen-beam mCapon method for closely spaced sources[J]. Science China Information Sciences, 2015, 58(12): 1-3.
- [11] CHEN L, QI W, LIU P, et al. Low-complexity joint 2-D DOA and TOA estimation for multipath OFDM signals[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2019, 26(11): 1583-1587.
- [12] ZHANG X, CHEN W, ZHENG W, et al. Localization of near-field sources: A reduced-dimension MUSIC algorithm[J]. IEEE Communications Letters, 2018, 22(7): 1422-1425.
- [13] CLAUDIOE D, PARISI R, JACOVITTI G. Space time MUSIC: Consistent signal subspace estimation for wide-band sensor arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(10): 2685-2699.
- [14] KAVEH M, BARABELL A. The statistical performance of the MUSIC and the minimum-norm algorithms in resolving plane waves in noise[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, 34(2): 331-341.
- [15] 程正东, 罗景青, 樊祥, 等. 信号源功率不一致对MUSIC算法分辨性能的影响[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(5): 1088-1091.
CHENG Zhengdong, LUO Jingqing, FAN Xiang, et al. Effect of power difference of two signal sources on resolving performance of MUSIC algorithm[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(5): 1088-1091. (in Chinese)
- [16] 樊祥, 程正东, 马东辉, 等. 两信号源的相关性对MUSIC算法分辨性能的影响[J]. 电子学报, 2008, 36(12): 2315-2318.
FAN Xiang, CHENG Zhengdong, MA Donghui, et al. Effect of correlation of two signal sources on resolution performance of MUSIC algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(12): 2315-2318. (in Chinese)
- [17] ZHANG Q T. Probability of resolution of the MUSIC algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(4): 978-987.
- [18] 刘德树. 空间谱估计及应用[M]. 合肥: 中国科学技术出版社, 1997: 205-206.
LIU Deshu. Spatial spectrum estimation and its applications[M]. Hefei: China Science and Technology Press, 1997: 205-206. (in Chinese)

作者简介



方庆园 女, 1987年生, 济宁人。石家庄铁道大学, 讲师, 博士, 研究方向为电磁环境效应、阵列信号处理。

E-mail: fangqingyuanHIT@gmail.com



韩勇(通讯作者) 男, 1976年生, 哈尔滨人。哈尔滨工业大学(威海), 讲师, 博士, 研究方向为阵列信号处理、DOA估计及目标识别。

E-mail: han8662033@163.com



金梦哲 男, 1990年生, 石家庄人。石家庄铁道大学, 博士研究生, 研究方向为电磁环境效应。

E-mail: anatman_jin@foxmail.com



刘卫东 男, 1983年生, 商丘人。石家庄铁道大学, 副教授, 博士, 研究方向为电磁环境效应、信号检测与信息处理。

E-mail: liuwd_83@163.com