文章编号: 1003-0530(2020)08-1315-11

# 用户簇分布的异构网络建模与覆盖分析

胡海霞1 贾向东1,2 吕亚平1 曹胜男1

(1. 西北师范大学计算机科学与工程学院, 甘肃兰州 730070;

2. 南京邮电大学江苏省无线通信重点实验室, 江苏南京 210003)

摘 要:针对第五代/后五代(The Fifth Generation/Beyond The Fifth Generation, 5G/B5G)移动网络以用户为中心的 小基站密集部署问题,构建了一个用户簇分布的三层异构网络模型。该网络模型由宏基站(Macro Base Station, MBS)、微微基站(Pico Base Station, PBS)和毫微微基站(Femto Base Station, FBS)组成。采用随机几何理论对三层异 构网络基站部署进行建模。充分分析了毫微微基站层基于 SSA 干扰管理的网络干扰统计特性,考虑了有序 FBS 和无 序 FBS 两种情况,给出了 FBS 下行链路的覆盖概率。通过仿真,验证了理论结果的正确性,分析了覆盖半径、方差以 及宏基站密度对覆盖概率的影响,得出有序 FBS 方案和无序 FBS 方案在覆盖概率方面的好坏性取决于系统参数。 关键词:用户簇分布;异构网络;覆盖概率;随机几何

中图分类号: TN929.5 文献标识码: A DOI: 10.16798/j.issn.1003-0530.2020.08.015

**引用格式:**胡海霞,贾向东,吕亚平,等.用户簇分布的异构网络建模与覆盖分析[J].信号处理,2020,36(8): 1315-1325. DOI: 10.16798/j.issn.1003-0530.2020.08.015.

Reference format: Hu Haixia, Jia Xiangdong, LYU Yaping, et al. Modeling and Coverage Analysis of Heterogeneous Networks Based on User Cluster Distribution [J]. Journal of Signal Processing, 2020, 36(8): 1315-1325. DOI: 10. 16798/j. issn. 1003-0530. 2020. 08.015.

# Modeling and Coverage Analysis of Heterogeneous Networks Based on User Cluster Distribution

Hu Haixia<sup>1</sup> Jia Xiangdong<sup>1,2</sup> LYU Yaping<sup>1</sup> Cao Shengnan<sup>1</sup>

(1. College of Computer Science and Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou, Gansu 730070, China; 2. Wireless Communication Key Lab of Jiangsu Province, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing, Jiangsu 210003, China)

Abstract: In order to solve the problem of dense deployment of user-centric small base stations in fifth generation/beyond the fifth generation (5G/B5G) networks, a three-tier heterogeneous network model with user cluster distribution was constructed. The network model consists of macro base stations (MBS), pico base stations (PBS) and femto base stations (FBS). Stochastic geometry theory is used to model the deployment of base stations in the three-tier heterogeneous network<sub>o</sub> Fully analyzed the network interference statistical characteristics of the femto base station tier based on SSA interference management, considered the two cases of ordered FBS and Non-ordered FBS, and gave the coverage probability of FBS downlink. Through simulation, the correctness of the theoretical results is verified, the influence of coverage radius, variance and macro base station density on coverage probability is analyzed, and it is concluded that the ordered FBS and the Non-ordered FBS scheme depend on the system parameters in terms of coverage probability.

Key words: user cluster distribution; heterogeneous networks; coverage probability; stochastic geometry

收稿日期: 2020-04-30; 修回日期: 2020-05-22

基金项目: 国家自然科学基金(61861039); 甘肃省科技计划资助:"无人机关键技术研究"(18YF1GA060); 西北师范大学青年教师科研 能力提升计划创新团队项目"下一代无线网络关键技术"

# 1 引言

随着物联网及移动互联网的蓬勃发展,5G/B5G 无线通信网络面临着爆炸性的流量增长和成倍的 设备接入问题。这使得传统异构网络技术的利用 从简单的语音和数据转变为资源匮乏的多媒体信 息娱乐应用。在这些高数据需求的驱动下,5G/B5G 网络必须以更灵活的方式利用频谱资源<sup>[1]</sup>。

为满足日益增长的高数据需求,现有的蜂窝网 络向小区密集化和以用户为中心部署的小基站 (Small Base Station, SBS)演进。在密集部署的小小 区网络中,传统的宏基站被大规模部署的低功耗 SBS 所覆盖,这使得更多的用户设备(User Equipment,UE)可以被服务,并使UE更接近于基站(Base Station, BS)。SBS 共同形成小小区,并与传统的高 功率宏基站共存,从而产生了异构网络(Heterogeneous Networks, HetNets)<sup>[2]</sup>。小小区的密集化部署在 提高网络性能的同时也带来了严重的系统干扰管 理问题<sup>[3-4]</sup>。针对这一问题,文献[5-9]研究了部分 频率复用(Fractional Frequency Reuse, FFR)技术。 在 FFR 中,小区中心 UE 与小区边缘 UE 不共享任 何频谱,可以减少小区中心和小区边缘 UE 的干扰。 文献[10-12]研究了软频率复用(Soft Frequency Reuse,SFR)技术。与FFR不同,SFR则允许在每个小 区中复用一个完整的频带。虽然,上述研究表明 FFR 和 SFR 优于传统网络。但是,在未来 5G/B5G HetNets 中,由于 UE 的随机性,网络在形状和大小 上具有不规则性和随机性,导致难以实现符合 FFR 和 SFR 要求的子信道分配。为解决这一问题, 文献 [13]提出了一种共享频谱分配(Shared Spectrum Allocation, SSA)方法,该方法由无线电频谱的正交共 享和共信道共享方案组成。文献[14]通过对比分 析验证了 SSA 方法可以有效提高频谱效率和网络 容量。受上述文献的启示,本文针对三层异构网络 模型,提出了一种改进的SSA方法。

在多层 5G/B5G HetNets 中,由于 BS 部署的不 规则性,随机几何空间成为异构网络精确建模和分 析的主要工具。在这种方法中,大规模无线网络被 抽象为方便的点过程。文献[5-12]利用随机几何模 型对 FFR 和 SFR 蜂窝网络的性能进行了研究。文 献[14]利用随机几何空间,导出了基于 SSA 的 HetNets 覆盖性能。然而,这些工作都只是将每一层中 BS和UE位置建模为独立的泊松点过程(Poisson Point Process, PPP)。在基于 5G/B5G HetNets 的热 点区域中,BS和UE之间的独立假设不是非常的准 确,它们之间存在相关性。此时,则需要部署小小 区来为 UE 簇提供服务。文献 [15] 利用泊松簇过程 (Poisson Cluster Process, PCP),研究了用户分类的 异构网络性能。利用了 UE 簇和 BS 之间的相关性。 然而,在现实场景中,热点区域业务的密集化,导致 数据速率在短时间内激增,造成簇中心 BS 过载。 此时需要以簇中心部署模式为 UE 部署更多低功耗 的 FBS。这些簇中心 FBS,可以为过载的中心 BS 提 供流量分流。实际上,对于高密集 HetNets,一个通 用的模型是从热点中抽象出簇中心并建模为 PPP。 UE 和所有 SBS 均匀分布在热点中心周围,并建模 为 PCP。然而,在基于 SSA 干扰管理的异构网络中 这种建模是不可实现的。在 SSA 中,为进行干扰管 理,将 UE 和 FBS 分为小区中心和小区边缘两类,导 致小区中心和小区边缘用户的位置空间分离。对 于活动节点的位置呈现空间分离的场景,单独的 PCP 和 PPP 模型不可实现。在这种情况下,更合适 的模型是泊松洞过程(Poisson Hole Process, PHP)。 如文献 [16-18] 所述, PHP 是通过从 PPP 基线执行 洞而形成的,其中洞的中心假定遵循独立的 PPP。 PPP 边界线基线剩余点形成一个 PHP。

综上所述,本文构建了一个由 MBS、PBS 和 FBS 组成的三层异构网络模型。利用 PPP、PCP 和 PHP 方法,将 MBS 和 PBS 位置建模为独立的 PPP,将簇 中心和簇边缘 FBS 和 UE 位置建模为 PCP 和 PHP。 为解决干扰问题,提出了改进的 SSA 方法,基于用 户簇的分类为 SSA 的实现提供了可能性。在 SSA 中,总可用带宽被划分为两个正交子带,分别通过 SSA 中的正交共享分配给簇中心毫微微用户(Femto User Equipment, FUE)和簇边缘 FUE。同时,为了 提高频谱效率,采用共信道共享方法,两个子带分 别由微微用户(Pico User Equipment, PUE)和宏用 户(Macro User Equipment, MUE)共享。通过 PHP 和 PCP 方法,推导出了簇中心和簇边缘 FBS 的干扰 统计特性,考虑了有序 FBS 和无序 FBS 两种情况, 计算了 FUE 下行链路覆盖概率,对比分析了网络参 数对覆盖概率的影响。

# 2 系统模型及假设

#### 2.1 系统模型

如图1所示,基于用户簇分布的三层异构网络 由宏小区层(M层, microcell tier), 微微小区层(P 层, picocell tier)和毫微微小区(F层, femtocell tier) 层构成。其中,M 层由 MBS 组成、P 层由 PBS 组成, F 层由 FBS 组成。每一层具有不同的发射功率、覆 盖范围和空间密度。一般情况下,同一层中的 BS 具有相同的发射功率。 $P_{M}$ 、 $P_{P}$ 和  $P_{F}$ 分别表示 MBS、PBS 和 FBS 的发射功率,且遵循功率约束  $P_{M}$ >  $P_P > P_F \circ$  MBS 和 PBS 密集部署在 MBS 的覆盖范围 之内,减轻 MBS 负载。MBS 配备有 N<sub>M</sub> 个大规模多 输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO) 发射天线,可与 $S_M$ 个用户同时通信。PBS 配备有  $N_p$ 个传统的 MIMO 发射天线,可与  $S_p$  个用户同时 通信。而 FBS 和 UE 均配备单天线,每层的每一个 BS 至少级联一个 UE。MBS 和 PBS 的位置建模为独 立 PPP  $\Phi_M$  和  $\Phi_P$ ,密度分别是 $\lambda_M$  和 $\lambda_P$ 。在 5G/B5G HetNets 中为解决热点区域盲点覆盖以及 MBS 负载 过重问题,密集化部署 PBS 和 FBS 成为重要解决方 法。由于 FBS 的密集部署,导致 PBS 的位置与 UE 和 FBS 之间存在相关性。因此,对于簇边缘位置的点采 用 PHP 辅助建模更符合实际。将 PBS 和 UE 位置建 模为托马斯簇过程(Thomas Cluster Process, TCP) Θ<sub>F</sub>  $\pi \Theta_{II}$ ,密度分别是 $\lambda_{F}$  和 $\lambda_{II}$ 。 $\Theta_{F}$  父点过程服从  $\Phi_{P}$ ,即 点过程  $\Theta_{\rm F}$  是由分散在父点过程  $\Phi_{\rm F}$  周围的簇成员 (FBS)按照方差为 $\sigma_F^2$ 的对称正态分布形成的<sup>[19-21]</sup>。 每个簇中的平均点数为  $\bar{c}_{r}$ 。为描述 UE 和 PBS 位置 的相关性, UE 根据平均数为  $\overline{c}_{n}$  的 TCP 独立地散布 在父点过程  $\Phi_p$  周围。同时,为提高小区边缘 UE 的 性能,采用 PHP 对簇边缘的点进行建模。给定父点 过程  $\Phi_P$  中 PBS 的覆盖半径为  $R_2$ ,在 PBS 的覆盖区 域内的点  $\Theta_F$  称为簇中心 FBS 被建模为  $\Xi_F^{R_2} \triangleq U_0 b$ (y,R<sub>2</sub>)。余下的 FBS 点称为簇边缘 FBS 建模为 PHP  $\Psi_F^{R_2} = \{x \in \Theta_F : x \neq \Xi_F^{R_2}\} = \Theta_F \setminus \Xi_F^{R_2}$ 。在 PBS 的覆 盖区域内的点  $\Theta_{II}$  称为簇中心 UE 被建模为  $\Xi_{II}^{R_2} \triangleq$  $U_{y \in \Theta_U} b(y, R_2)$ ,剩余的 UE 点称为簇边缘 UE 建模为 PHP  $\Psi_{U}^{R_2} = \{x \in \Theta_U : x \neq \Xi_{U}^{R_2}\} = \Theta_U \setminus \Xi_{U}^{R_2} \circ$ 





假设忽略簇和洞的重叠影响,随机选择簇中任 一用户为目标 UE,该簇称代表簇。服务于目标 UE 的 BS 称为标记基站。根据著名的 Slivnyak-Moche 定理,在 Borel 空间上,当且仅当 Palm 分布几乎与原 分布定理一致时,点的过程是 PPP。因此,对以  $\mathbf{x}_{P_0}$   $\in \Phi_P$  为代表簇中位于原点的目标 UE 进行分析。 由于 MBS 的位置被建模为  $\Phi_M$ ,则目标 UE 到最近 MBS 的距离表示为  $\|\mathbf{x}_M\|$ ,  $\|\mathbf{x}_M\|$  的 PDF 由  $f_{\|\mathbf{x}_M\|}$   $(x) = 2\pi\lambda_M x \exp(-\pi\lambda_M x^2)$ 给出,其中 $\lambda_M$  表示 MBS 的 密度。目标 UE 到簇中心 PBS 的距离表示为  $\|\mathbf{x}_P\|$ ,  $\|\mathbf{x}_P\|$ 的 PDF 由  $f_{\|\mathbf{x}_P\|}(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$ 给 出,其中  $\sigma^2$ 表示围绕簇中心的散射距离。

由于簇中 FBS 的数量是固定的,本文分别考虑 了有序 FBS 和无序 FBS 两种情况。所谓有序 FBS 是指簇中 FBS 按照一定规律有序分布,此时,允许 目标 UE 访问代表簇中最近的 FBS。而无序 FBS 是 指簇中 FBS 的分布是随机的,同时允许目标 UE 在 代表簇中随机选择 FBS。将目标 UE 到代表簇中 FBS 的距离记为 $\|\mathbf{x}_F\|$ 。有序 FBS 情况下,距离 $\|\mathbf{x}_F^o\|$ 由离目标 UE 最近的 FBS 的距离来表示, $\|\mathbf{x}_F^o\| \in \Theta_F$ 。

$$\begin{split} \| \mathbf{x}_{F}^{o} \| \text{ th PDF } f_{\| \mathbf{x}_{F}^{o} \|}(x) &= \overline{c}_{F} \left( 1 - \exp \left( -\frac{x^{2}}{2(\sigma_{F}^{2} + \sigma_{D}^{2})} \right) \right)^{\overline{c}_{F}^{-1}} \\ \frac{x}{(\sigma_{F}^{2} + \sigma_{D}^{2})} \exp \left( -\frac{x^{2}}{2(\sigma_{F}^{2} + \sigma_{D}^{2})} \right) \text{给出} \cdot \text{ 此方法下产生的} \\ \text{路径损耗相对较小。无序 FBS 情况下,允许目标} \end{split}$$

UE 在簇中随机选择访问 FBS,则目标 UE 到 FBS 的

距离表示为  $\|\boldsymbol{x}_{F}^{N}\|, \|\boldsymbol{x}_{F}^{N}\| \in \Theta_{F^{\circ}} \|\boldsymbol{x}_{F}^{N}\|$ 由 PDF  $f_{\|\boldsymbol{x}_{F}^{N}\|}$  $(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^{2}}{2(\sigma_{F}^{2} + \sigma_{D}^{2})}\right)$ 给出。此时每个 UE 接

入 FBS 的机会均等,网络不需要额外的瞬时信道状态信息。为方便描述,后续  $\|\mathbf{x}_{F}^{N}\| \| \|\mathbf{x}_{F}^{O}\| \|$ 的上标索引统一删除,用  $\|\mathbf{x}_{F}\|$ 表示 UE 到 FBSs 的距离。

2.2 共享频谱接入

为限制严重的干扰,本文采用了 SSA 干扰管理 策略,频谱分配如图 2 所示。根据带宽分配因子  $\xi$ 将可用总带宽 W 划分为两个正交子带 W<sub>1</sub> 和 W<sub>2</sub>,即 W<sub>1</sub>= $\xi$ W、W<sub>2</sub>=(1- $\xi$ )W。假设子带 W<sub>1</sub> 分配给为簇中 心 UE 提供服务的 PBS,子带 W<sub>2</sub> 分配给为簇边缘 UE 提供服务的 MBS。由于采用了正交频谱共享,有效地 抑制了 MBS 与 PBS 之间的干扰。除正交频谱共享 外,还使用了共信道频谱共享。簇中心 FBS 与 MBS 共享子带 W<sub>2</sub>,簇边缘 FBS 与 PBS 共享子带 W<sub>1</sub>。显而 易见,由于 PBS(MBS)和 FBS 之间的反向频谱分配, 所考虑的共信道共享方案能够有效抑制层间干扰以 及簇内 FUEs 和 PUEs 之间的干扰。此外,簇中心和 簇边缘 FBS 采用正交频谱,从而抑制了同层干扰。



# 3 FBS 网络干扰统计描述

根据上述三层异构网络模型,给出目标 UE 干扰的拉普拉斯变换。现有研究大多基于两层网络 模型给出 M 层和 P 层的干扰统计(如文献[13-15]),很少去考虑三层模型下,部署及性能接近于 UE 的 F 层干扰特性。故此本节主要研究 F 层网络的干扰统计特性。考虑到信号的传播损耗,仅分析 实际在目标 UE 处有贡献的主导干扰。根据目标 UE 在簇中位置,给出簇中心 FUE 和簇边缘 FUE 两 类干扰统计描述。

#### 3.1 簇中心 FUE 干扰统计描述

首先,考虑目标 UE 与来自  $\Theta_F$  的 FBS 级联的情况。 $\Theta_F$  中的 FBS 在 PBS 的覆盖区域内的点建模为 $\Xi_F^{R_2}$   $\triangleq \bigcup_{y \in \Theta_F} b(\mathbf{y}, R_2)$ ,而其余点建模为 $\Psi_F^{R_2} = \{x \in \Theta_F : x \neq \Xi_F^{R_2}\}$   $= \Theta_F \setminus \Xi_F^{R_2}$ 。从图 2 可以看出,由于簇中心 FBS 和 MBS 共享子带  $W_2$ ,因此,FBS 级联的簇中心 UE  $\Phi_{CFU}$  到  $\mathbf{x}_F^C$ 的目标簇中心 FUE 的干扰公式如下:

$$I_{\rm CFU} = I_{\rm CFU}^{\rm CFT} + I_{\rm CFU}^{MT} \tag{1}$$

其中, $I_{CFU}^{CFT}$ 是目标簇中心 FUE 接收到的簇中心 FBS 的干扰, $I_{CFU}^{MT}$ 是来自 MBS 的干扰。考虑到目标 UE 位于 PBS 的覆盖范围内,假设 FBSs 的覆盖半径为  $R_3$ ,则可能的簇中心位于  $\mathbf{x}_p \in \Phi_p \cap \overline{B}(0, R_2 + R_3)$ 区 域。因此,目标簇中心 FUE 与其服务 FBS 之间的级 联距离为  $X_F^c = \|\mathbf{x}_F^c\|$ ,则目标簇中心 FUE 受到位于  $\mathbf{y}_c \in B^{\mathbf{x}_p} \cap b(X_F^c, R_3)$ 内所有 FBS 的干扰。因此,式 (1)簇中心干扰  $I_{CFU}^{CFU}$ 写为:

$$\sum_{\boldsymbol{x}_{p}\in\Phi_{p}\cap b(0,R_{2}+R_{3})}\sum_{\boldsymbol{y}_{c}\in B^{\boldsymbol{x}_{p}}\cap b(0,R_{3})\backslash\boldsymbol{x}_{F}^{c}}P_{F}h_{\boldsymbol{y}_{c}}\boldsymbol{\beta} \|\boldsymbol{x}_{p}+\boldsymbol{y}_{c}\|^{-\alpha}$$
(2)

 $I^{\rm CFT} =$ 

目标簇中心 FUE 接收到 MBS 的干扰 I<sup>MT</sup><sub>CFU</sub>为:

$$I_{CFU}^{MT} = \sum_{\boldsymbol{x}_{M} \in (\Phi_{M} \cap \overline{B}(D_{F}^{u}(\boldsymbol{x}_{F}), R_{1}))} \frac{P_{M}}{S_{M}} g_{\boldsymbol{x}_{M}} \beta \|\boldsymbol{x}_{M}\|^{-\alpha} (3)$$

其中,*g<sub>xm</sub>*是遵循伽马分布的小尺度衰落干扰信道功 率增益。得命题1,其证明见附录A。

命题1 目标簇中心 FUE 受到总干扰  $I_{CFU} = I_{CFU}^{CFT}$ + $I_{CFU}^{MT}$ 的拉氏变换写为 $\mathcal{L}_{I_{CFU}}(s) = \mathcal{L}_{I_{CFU}}^{CFT}(s) \mathcal{L}_{I_{CFU}}^{MT}(s)$ ,式 中 $\mathcal{L}_{I_{CFU}}^{CFT}(s)$ 计算为:

$$\mathcal{L}_{I_{\text{CFU}}^{\text{CFT}}}(s) = \exp\left(-2\pi\lambda_{p} \int_{0}^{R_{2}+R_{3}} \left(1 - \exp\left(-\overline{c}_{F} \int_{0}^{R_{3}} \int_{0}^{2\pi} \frac{\overline{r} \ \overline{e}^{\ \overline{r}^{2}} \, \mathrm{d}\,\overline{\theta} \, \mathrm{d}\,\overline{r}}{1 + sP_{F}\beta \left(\overline{r}^{\ 2} + r^{2} - 2r\,\overline{r}\cos\overline{\theta}\right)^{-\alpha/2}}\right)\right) r \mathrm{d}r\right)$$
(4)  
$$\mathcal{L}_{I_{\text{CFU}}^{\text{MT}}}(s) \not \supset :$$

$$\mathcal{L}_{I_{CFU}^{MT}}(s) = \exp\left\{-2\pi\lambda_{M}\sum_{\nu=1}^{S_{M}} {\binom{S_{M}}{\nu}} \left(\frac{sP_{M}}{S_{M}}\right)^{\nu} \frac{1}{\alpha} \left[\frac{(D_{F}^{M}(\boldsymbol{x}_{F}^{C}))^{\alpha(1+2/\alpha-\nu)}}{\nu-2/\alpha} {}_{2}F_{1}\left(S_{M},\nu-\frac{2}{\alpha};1+\nu-\frac{2}{\alpha};-\frac{sP_{M}}{S_{M}}(D_{F}^{M}(\boldsymbol{x}_{F}^{C}))^{-\alpha}\right) - \frac{R_{1}^{\alpha(1+2/\alpha-\nu)}}{\nu-2/\alpha} {}_{2}F_{1}\left(S_{M},\nu-\frac{2}{\alpha};1+\nu-\frac{2}{\alpha};-\frac{sP_{M}}{S_{M}}R_{1}^{-\alpha}\right)\right]\right\}$$
(5)

其中, $D_F^M(\mathbf{x}_F^C) = (\hat{B}_{MF}\hat{P}_{MF}\hat{G}_{MF})^{1/\alpha} \|\mathbf{x}_F^C\|$ ,级联距离由 有序 FBS 情况下  $X_F^{CO} = \|\mathbf{x}_F^{CO}\|$  和无序 FBS 情况下  $X_F^{CN} = \|\mathbf{x}_F^{CN}\|$ 给出。

# 3.2 簇边缘 FUE 干扰统计描述

当 FBS 位于簇外时,簇边缘 FBS 与所有 PBS 共 享子带  $W_1$ 。由于目标簇边缘 FUE 总是落在 PBS 的 覆盖范围之外,且只考虑主干扰,则目标簇边缘 FUE 的干扰  $I_{EFU}$ 写为:

$$I_{\text{EFU}} = \sum_{\mathbf{y}_n \in \Phi_{\text{EFU}} \cap \overline{B}(X_F^E, R_3) \setminus \mathbf{x}_F^E} P_F h_{\mathbf{y}_n} \beta \| \mathbf{y}_n \|^{-\alpha} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{y}_n \in \Phi_{\text{EFU}} \cap \overline{B}(X_F^{\mathcal{E}}, R_3) \setminus \mathbf{x}_F^{\mathcal{E}}$ 表示落入半径为 $X_F^{\mathcal{E}}$ 和 $R_3$ 环内的一组簇边缘 FBS 干扰, 而位于 $X_F^{\mathcal{E}}$ 的服务 FBS 除外。由于使用了 SSA, 目标簇边缘 UE 所经历的干扰被有效地抑制了。因此, 得到命题 2, 证明见附录 B。

命题2 干扰 I<sub>EFU</sub>的拉氏变换为:

$$\mathcal{L}_{I_{\rm EFU}}(s) = \exp(-2\pi\bar{c}_{F}\lambda_{P}A_{I_{\rm EFU}}) \int_{R_{2}}^{\infty} \exp\left(2\bar{c}_{F}\lambda_{P}\int_{\nu_{1}-R_{2}}^{\nu_{1}+R_{2}}\arccos\left(\frac{r^{2}+\nu_{1}^{2}-R_{2}^{2}}{2\nu_{1}r}\right)\frac{1}{1+(sP_{F}\beta)^{-1}r^{2}}r\mathrm{d}r\right) \times 2\pi\lambda_{p}\nu_{1}\exp(-\pi\lambda_{p}(\nu_{1}^{2}-R_{2}^{2}))\,\mathrm{d}\nu_{1}$$
(7)

$$A_{I_{EFU}^{EFT}} = \frac{1}{2} \left[ \left( R_3^2 \right)_2 F_1 \left( 1, \frac{2}{\alpha}; 1 - \frac{2}{\alpha} + 1; -\left( sP_F \beta \right)^{-1} R_3^{\alpha} \right) - \left( X_F^E \right)^2 {}_2 F_1 \left( 1, \frac{2}{\alpha}; 1 - \frac{2}{\alpha} + 1; -\left( sP_F \beta \right)^{-1} \left( X_F^E \right)^{\alpha} \right) \right]$$
(8)

其中  $X_F^{E}$  是目标簇边缘 FUE 到其服务 FBS 的级联距 离,由有序 FBS 下  $X_F^{EO} = \| \mathbf{x}_F^{EO} \|$  和无序 FBS 下  $X_F^{EN} = \| \mathbf{x}_F^{EN} \|$  给出。

# 4 SINR 覆盖性能

上文构建了基于用户簇分布的异构网络模型, 描述了 FBS 网络干扰统计特性,本节将研究该模型 下的 SINR 覆盖概率。考虑到 UE 可以和三种类型 发射机(MBS、PBS 和 FBS)中的一种级联,并且可能 位于簇中心或簇边缘,故将目标 UE 接收到的 SINR 建模为:

$$\operatorname{SINR}_{U}^{V}(\|\boldsymbol{x}_{U}^{V}\|) = \frac{P_{U,r}(\|\boldsymbol{x}_{U}^{V}\|)}{I_{|V| + U|U} + \sigma_{0}^{2}}$$
(9)

其中, $\sigma_0^2$  为热噪声功率, $U \in \{F, P, M\}$ , $V \in \{C, E\}$ ,  $P_{U,r}(\|\mathbf{x}_U^v\|)$ 表示目标 UE 从位于  $\mathbf{x}_U^v$  且级联距离为  $X_U^v = \|\mathbf{x}_U^v\|$ 的服务 BS 接收的瞬时信号功率, $I_{|V|+U|U}$ 为目标  $U \in \{F, P, M\}$  UE 受到的干扰。则 SINR 覆 盖概率的一般形式为:

$$C_{U}^{V}(X_{U}^{V}) = \mathbb{P}\left\{ \text{SINR}_{U}^{V}(\|\boldsymbol{x}_{U}^{V}\|) > \tau \right\} = \mathbb{E}_{X_{F}^{C}} \left\{ \frac{P_{U}/S_{U}g_{\||\boldsymbol{x}_{U}\|}\beta\|\|\boldsymbol{x}_{U}\|^{-\alpha}}{I_{|V|+U|U}+\sigma_{0}^{2}} > \tau \right\} = \mathbb{E}\left\{ g_{\||\boldsymbol{x}_{U}\|} > (\sigma^{2} + I_{|V|+U|U}) \left( \frac{\tau(X_{F}^{C})^{\alpha}}{P_{U}\beta/S_{U}} \right) \right\}$$
(10)

其中, τ表示 SINR 阈值由目标速率确定。本小节主 要研究 UE 和 FBS 级联的 FUE 下行链路覆盖概率。

#### 4.1 FBS 下行链路覆盖概率

当目标簇中心(或簇边缘)FUE 与位于  $\mathbf{x}_{F}^{c}(\mathbf{x}_{F}^{E})$ 且级联距离为  $X_{F}^{c} = \|\mathbf{x}_{F}^{c}\|(X_{F}^{E} = \|\mathbf{x}_{F}^{E}\|)$ 的 FBS 级联 时,目标 FUE 接收到的下行链路 SINR 写为:

$$\operatorname{SINR}_{F}^{C(E)}(\|\boldsymbol{x}_{F}^{C(E)}\|) = \frac{P_{F}h_{\boldsymbol{x}_{F}^{C(E)}}\boldsymbol{\beta} \|\boldsymbol{x}_{F}^{C(E)}\|^{-\alpha}}{I_{C(E)FU} + \sigma_{0}^{2}} (11)$$

在小尺度衰落信道增益为 $h_{x_F^{C(E)}}$ :exp(1)的情况下, 级联距离  $\| x_F^{C(E)} \|$ 表示为 $X_F^{C(E)} = \| x_F^{C(E)} \|$ ,干扰  $I_{C(E)FU}$ 表示为 $I_{C(E)FU} = I_{C(E)FU}^{C(E)FT} + I_{C(E)FU}^{MT}$ 即FUE来自FBS 和MBS的干扰。 $I_{EFU}$ 通过命题2得到。利用小尺度 衰落信道增益 $h_{x_F^{C(E)}}$ :exp(1),很容易得到定理1给 出的条件 SINR 的覆盖概率 $C_F^{C(E)}$ 。

**定理1** 当目标簇中心(簇边缘)UE 与 FBS 级 联时,SINR 覆盖概率  $C_F^{C(E)}$  写为:

$$C_{F}^{C(E)} = \int_{0}^{\infty} \mathcal{L}_{I_{C(E)}FU}\left(\frac{\tau(x)^{\alpha}}{P_{F}\beta}\right) \exp\left(-\frac{\tau(x)^{\alpha}}{P_{F}\beta}\sigma_{0}^{2}\right) f_{X_{F}^{C(E)}}(x) dx$$
(12)

其中, $\mathcal{L}_{I_{C(E)FU}}$ 分别由命题 1 和命题 2 给出。有序和 无序 FBS 的级联距离  $X_{E}^{C(E)}$  的 PDF 分别为:

$$f_{X_{F}^{CN}}(x) = \frac{1}{\Lambda_{F}^{CN}} \frac{x}{(1 - \exp(-R_{2}^{2}/2\sigma_{D}^{2}))(\sigma_{F}^{2} + \sigma_{D}^{2})} \times \exp\left(-\left(\pi\lambda_{M}(\hat{B}_{MF}\hat{P}_{MF}\hat{G}_{MF})^{2/\alpha} + \frac{1}{2\sigma^{2}}(\hat{B}_{PF}\hat{P}_{PF}\hat{G}_{PF})^{2/\alpha} + \frac{1}{2(\sigma_{F}^{2} + \sigma_{D}^{2})}\right)x^{2}\right) -$$

$$\frac{1}{\Lambda_F^{CN}} \frac{x}{\left(1 - \exp\left(-R_2^2/2\sigma_D^2\right)\right) \left(\sigma_F^2 + \sigma_D^2\right)} \exp\left(-\left(\pi\lambda_M \left(\hat{B}_{MF}\hat{P}_{MF}\hat{G}_{MF}\right)^{2\prime\alpha} + \frac{1}{2\sigma^2}R_2^2 + \frac{1}{2(\sigma_F^2 + \sigma_D^2)}\right)x^2\right)$$

$$(13)$$

$$f_{x_F^{CO}}(x) = \frac{1}{\Lambda_F^{CO}} \frac{c_F x}{(1 - \exp(-R_2^2/2\sigma_D^2))(\sigma_F^2 + \sigma_D^2)} \\ \left( 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2(\sigma_F^2 + \sigma_D^2)}\right) \right)^{\bar{q}-1} \times \exp\left(-x^2 \left(\pi \lambda_M \left(\hat{B}_{MF} \hat{P}_{MF} \hat{G}_{MF}\right)^{2/\alpha} + \frac{1}{2(\sigma_F^2 + \sigma_D^2)}\right)\right) \right) \times \\ \left( \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\hat{B}_{PF} \hat{P}_{PF} \hat{G}_{PF})^{2/\alpha} x^2\right) - \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} R_2^2\right) \right)$$
(14)  
$$f_{vEO}(x) =$$

$$\frac{1}{\Lambda_F^{EO}} \frac{\overline{c}_F x}{(\sigma_F^2 + \sigma_D^2)} \left( 1 - \exp\left(-\frac{a^2}{2(\sigma_F^2 + \sigma_D^2)}\right) \right)^{\overline{q}-1} \times \exp\left(-\pi \lambda_M \left(\hat{B}_{MF} \hat{P}_{MF} \hat{G}_{MF}\right)^{2/\alpha} x^2 - \frac{x^2}{2(\sigma_F^2 + \sigma_D^2)}\right)$$
(15)

$$f_{X_F^{EN}}(x) = \frac{1}{\Lambda_F^{EN}} \frac{x}{(\sigma_F^2 + \sigma_D^2)}$$
$$\exp\left(-\pi\lambda_M \left(\hat{B}_{MF}\hat{P}_{MF}\hat{G}_{MF}\right)^{2/\alpha} x^2 - \frac{x^2}{2(\sigma_F^2 + \sigma_D^2)}\right)$$
(16)

其中, $\Lambda_{F}^{C(E)N(O)}$ 表示最强平均偏置接收功率准则下 UE和FBS级联的级联概率。

# 5 仿真与分析

本节对前面得到的覆盖概率进行了数值分析 与仿真。若无特别说明,数值分析与仿真将用下述 参数值。假设网络中路径损耗指数为 $\alpha$ =2,MBS 和 PBS 的密度为 $\lambda_M$ =(1~10)MBSs/( $\pi$ ×Km<sup>2</sup>)和 $\lambda_P$ = 10 $\lambda_M$ 。 $\Theta_F$ 和 $\Theta_U$ 以方差 $\sigma_F^2$ =10~1000和 $\sigma_D^2$ =10~ 1000分布在父点周围。活动 FBS 和 UE 的平均数 目为 $\bar{c}_D$ =10和 $\bar{c}_F$ =4~6。FBS、PBS 和 MBS 的发射 功率分别为  $P_F = 30 \text{ dBm}$ 、 $P_P = 20 \sim 45 \text{ dBm}$ 、 $P_M = 20 \sim 46 \text{ dBm}$ ,覆盖半径分别为  $R_1 = 1000 \text{ m}$ 、 $R_2 = 70 \sim 800 \text{ m}$ 、 $R_3 = 50 \sim 150 \text{ m}$ 。 MBS 天线阵列数  $N_M = 80$ ,  $S_M = 6$ , PBS 天线阵列数  $N_P = 10$ ,  $S_P = 2$ 。 SINR 阈值  $\tau = 1.5$ 。 网络的总可用带宽 B = 20 MHz,整个网络工作在低于 6 GHz 的频带上。

图 3 研究了 FUE 下行链路覆盖概率与 FBS 关 键参数  $\sigma_F^2$  和  $\bar{c}_F$  的关系。该图表明,随着 FBS 参数  $\bar{c}_F$  的增大,簇边缘 FUE 的覆盖概率增大。这是由于 平均 FBS 分布越多,其覆盖范围越大,则其覆盖概 率自然也就变大了,与实际相符。同时,还给出了有 序 FBS 和无序 FBS 两种情况下参数  $\sigma_F^2$  和  $\bar{c}_F$  对 FBS 覆盖概率的影响。从图中可以观察到  $\sigma_F^2$  对无序 FBS 的覆盖概率影响较小,对有序 FBS 的覆盖概率影响较 大,而且有序 FBS 的性能增益随平均数  $\bar{c}_F$  的增大而 增大。这是由于随着  $\sigma_F^2$  的增加,更多 FBS 远离其簇 中心,使目标簇边缘 FUE 受到的干扰减小。



图 4 给出了 FUE 的覆盖概率与 MBS 密度 $\lambda_M$ 之间的关系。由于 MBS 和簇中心 FBS 共享子带  $W_2$ ,目标簇中心 FUE 的覆盖概率随着 MBS 密度 $\lambda_M$  的增加而降低。同时,该图表明有序 FBS 方案可达性能增益与 BS 的半径有关。此外,在相同的系统参数下,有序 FBS 方案下簇中心和簇边缘 FUE 的覆盖概率小于无序 FBS 方案下的两类覆盖概率。而且,覆盖概率的差距随着密度 $\lambda_M$  的增大而增大。





图 5 进一步研究了覆盖概率与覆盖半径 R<sub>2</sub> 和 R<sub>3</sub> 之间的关系。通过观察可得,在有序 FBS 和无序

FBS下, 簇中心和簇边缘 FUE 的覆盖概率都随着 PBS 半径 R<sub>2</sub> 的增大而减小。然而,在给定簇中, 活动 FBS 的数量  $\bar{c}_{\rm F}$  恒定,目标簇中心 FUE 受到 的干扰主要由 MBS 控制。因此,覆盖半径 R,和  $R_3$  对簇边缘 FUE 的影响较大, 对簇中心 FUE 影 响较小。比较图5中(a)、(b)、(c)可得,对于簇 边缘 FUE,有序 FBS 方案是否优于无序 FBS 方案 很大程度上由 R<sub>2</sub> 和 R<sub>3</sub> 共同决定。不难看出,只 有在覆盖半径 R, 较小的情况下, 较大的覆盖范 围内,有序 FBS 方案在簇边缘 FUE 的覆盖概率 优于无序 FBS 方案。另外,当覆盖半径 R, 很小 时,有序 FBS 方案的性能并不优于无序 FBS 方 案。只有当覆盖半径 R<sub>2</sub> 较大时,有序 FBS 方案 才具有优越性。这是因为 R, 的增加表示簇边缘 FBS 的增加,使得簇边缘 FUE 的干扰减小。另一 方面,随着半径 R,的增大,增加的 FBS 落入给定 FBS 的覆盖范围内。





Fig. 5 Impact of the coverage radii  $R_2$  and  $R_3$  on the coverage probabilities of FUE

# 6 结论

针对热点区域小基站密集部署问题,本文提出 了一种基于用户簇分布的三层异构网络模型。为 抑制层内和层间干扰,提出了 SSA 干扰管理方案。 采用 PPP、PCP 和 PHP 对网络进行建模,给出毫微 微基站层网络干扰统计特性,分析了 FBS 下行链路 的覆盖概率,并分析了参数对系统性能的影响。为 进一步发掘其潜能,讨论了有序 FBS 和无序 FBS 两 种情况。仿真结果表明,有序 FBS 方案在覆盖概率 方面优于无序 FBS 方案。下一步将进一步研究网 络整体的覆盖概率。

#### 附录

#### 附录A:命题1的证明

证明 首先计算干扰 I<sub>CFT</sub>的拉氏变换,表示为:

$$\mathcal{L}_{I_{\text{CFU}}^{\text{CFT}}}(s) = \mathbb{E}\left\{\exp\left(-sI_{\text{CFU}}^{\text{CFT}}\right)\right\} = \mathbb{E}\left\{\exp\left(-s\sum_{x_{P}\in\Phi_{P}\cap b(0,R_{2}+R_{3})}\sum_{y_{c}\in B^{\mathbf{x}_{P}\cap b(X_{F}^{C},R_{3})}P_{F}h_{\mathbf{y}}\beta \|\mathbf{x}_{P}+\mathbf{y}_{c}\|^{-\alpha}\right)\right\}\right\}$$

$$\stackrel{(a)}{=} \mathbb{E}\left\{\prod_{x_{P}\in\Phi_{P}\cap b(0,R_{2}+R_{3})}\prod_{y_{c}\in B^{\mathbf{x}_{P}\cap b(X_{F}^{C},R_{3})}}\mathbb{E}_{h_{\mathbf{y}_{c}}}\left\{\exp\left(-sP_{F}h_{\mathbf{y}_{c}}\beta \|\mathbf{x}_{P}+\mathbf{y}_{c}\|^{-\alpha}\right)\right\}\right\}$$

$$\stackrel{(b)}{=} \mathbb{E}_{\Phi_{P}}\left\{\prod_{x_{P}\in\Phi_{P}\cap b(0,R_{2}+R_{3})}\mathbb{E}_{B^{\mathbf{x}_{P}}}\left\{\prod_{y_{c}\in (B^{\mathbf{x}_{P}\cap b(X_{F}^{C},R_{3}))}\frac{1}{1+sP_{F}\beta \|\mathbf{x}_{P}+\mathbf{y}_{c}\|^{-\alpha}}\right\}\right\}$$

$$\stackrel{(c)}{=} \mathbb{E}_{\Phi_{P}}\left\{\prod_{x_{P}\in\Phi_{P}\cap b(0,R_{2}+R_{3})}\exp\left(-\overline{c}_{F}\int_{\mathbb{R}^{2}\cap b(X_{F}^{C},R_{3})}\frac{f_{\mathbf{y}_{c}}(\mathbf{y}_{c})\,\mathrm{d}\mathbf{y}_{c}}{1+sP_{F}\beta \|\mathbf{x}_{P}+\mathbf{y}_{c}\|^{-\alpha}}\right)\right\}$$

$$(17)$$

$$(a) \oplus \text{ ff} \, \tilde{n} \, \tilde{+} \, \tilde{n} \, \tilde{m} \, \tilde{n} \, \tilde{n} \, \tilde{m} \, \tilde{n} \, (b) \, \tilde{n} \, \tilde{m}$$

其中,(a)由所有干扰的独立假设得到,(b)为瑞 丽衰落假设  $h_{y_e} \sim \exp(1)$ ,(c)为通过将概率生成 函数(PGFL)应用于 TCP 中密度为  $\bar{c}_{F} \int_{\mathbb{R}^{2} \cap b(X_{c}^{c}, R_{3})}$ 

$$\frac{f_{\mathbf{y}_{c}}(\mathbf{y}_{c}) d\mathbf{y}_{c}}{1 + sP_{r}\beta \|\mathbf{x}_{P} + \mathbf{y}_{c}\|^{-\alpha}} \hat{\mathbf{D}} \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{x}}_{r}, \mathbb{DE} \{\prod_{x \in \Phi} f(x)\}$$

=  $\exp(-\lambda \int_{\mathbb{R}^2} (1 - f(x)) dx)^{[22-23]}$ 。然后,通过将子点 (FBSs)的分布应用于极坐标,子点在 TCP 和笛卡尔 坐标系中围绕父点(PBS)分布,则 $\mathcal{L}_{l_{CFU}}^{CFT}(s)$ 进一步计 算为:

$$\mathcal{L}_{I_{\text{CFU}}^{\text{CFT}}}(s) = \mathbb{E}_{\Phi_{P}} \left\{ \prod_{\boldsymbol{x}_{P} \in \Phi_{P} \cap b(0, R_{2} + R_{3})} \exp\left(-\overline{c}_{F} \int_{\boldsymbol{x}_{F}^{C}}^{R_{3}} \int_{0}^{2\pi} \frac{\overline{r} \, \mathrm{e}^{-\overline{r}^{2}} \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\,\overline{r}}{1 + s P_{F} \boldsymbol{\beta} \, (\,\overline{r}^{\,2} + \|\boldsymbol{x}_{P}\|^{2} - 2\,\|\boldsymbol{x}_{p}\|\,\|\overline{r}\cos\theta\,)^{-\alpha/2}} \right) \right\} = \exp\left\{-2\pi \lambda_{P} \int_{0}^{R_{2} + R_{3}} \left(1 - \exp\left(-\overline{c}_{F} \int_{\boldsymbol{x}_{F}^{C}}^{R_{3}} \int_{0}^{2\pi} \frac{\overline{r} \, \mathrm{e}^{-\overline{r}^{2}} \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\,\overline{r}}{1 + s P_{F} \boldsymbol{\beta} \, (\,\overline{r}^{\,2} + r^{2} - 2r\,\overline{r}\cos\theta\,)^{-\alpha/2}} \right) \right) r \mathrm{d}r \right\}$$
(18)

为计算干扰  $I_{CFU}^{MT}$ 的拉氏变换。首先考虑,当目 标簇中心 UE 和 FBS 级联时,根据所使用的 UE 级 联准则  $B_F P_F \beta \| \mathbf{x}_F \|^{-\alpha} > B_M G_M \frac{P_M}{S_M} \beta \| \mathbf{x}_M \|^{-\alpha}, \mathbf{x}_M \in \Phi_M$ 。 则干扰 MBS 的最近距离为  $D_F^M (X_F^C) = (\hat{B}_{MF} \hat{P}_{MF} \hat{G}_{MF})^{1/\alpha}$  $X_F^C$ 。注意,对于有序 FBS,级联距离  $\| \mathbf{x}_F \| = X_F^{CO} =$  $\| \mathbf{x}_F^{CO} \|$ 给出,对于无序 FBS,级联距离  $\| \mathbf{x}_F \| = X_F^{CN} =$  $\| \mathbf{x}_F^{CN} \|$ 给出。因此,目标 FUE 受到 MBS 的干扰为 
$$\mathcal{L}_{I_{CFU}^{MT}}(s) = \mathbb{E}\left\{\exp\left(-sI_{CFU}^{MT}\right)\right\} = \mathbb{E}\left\{\exp\left(-s\sum_{\boldsymbol{x}_{M}\in\left(\Phi_{M}\cap\bar{B}\left(D_{F}^{M}(\boldsymbol{x}_{F}^{C}),R_{1}\right)\right)}\frac{P_{M}}{S_{M}}g_{\boldsymbol{x}_{m}}\beta \|\boldsymbol{x}_{M}\|^{-\alpha}\right)\right\}\right\}$$

$$\stackrel{(a)}{=} \mathbb{E}_{\Phi_{M}}\left\{\prod_{\boldsymbol{x}_{M}\in\left(\Phi_{M}\cap\bar{B}\left(D_{F}^{M}(\boldsymbol{x}_{F}^{C}),R_{1}\right)\right)}\mathbb{E}_{g_{\boldsymbol{x}_{m}}}\left\{\exp\left(-s\frac{P_{M}}{S_{M}}g_{\boldsymbol{x}_{m}}\beta \|\boldsymbol{x}_{M}\|^{-\alpha}\right)\right\}\right\}$$

$$\stackrel{(b)}{=} \mathbb{E}_{\Phi_{M}}\left\{\prod_{\boldsymbol{x}_{M}\in\left(\Phi_{M}\cap\bar{B}\left(D_{F}^{M}(\boldsymbol{x}_{F}^{C}),R_{1}\right)\right)}\int_{0}^{\infty}\exp\left(-s\beta\frac{P_{M}}{S_{M}}\|\boldsymbol{x}_{M}\|^{-\alpha}t\right)\frac{t^{S_{M}-1}}{\Gamma\left(S_{M}\right)}e^{-t}dt\right\}$$

$$=\mathbb{E}_{\Phi_{M}}\left\{\prod_{\boldsymbol{x}_{M}\in\left(\Phi_{M}\cap\bar{B}\left(D_{F}^{M}(\boldsymbol{x}_{F}^{C}),R_{1}\right)\right)}\left(1+s\frac{P_{M}}{S_{M}}\beta \|\boldsymbol{x}_{M}\|^{-\alpha}\right)^{-S_{M}}\right\}\stackrel{(c)}{=}\exp\left(-2\pi\lambda_{M}\int_{D_{F}^{M}(\boldsymbol{x}_{F}^{C})}\left(1-\left(1+\frac{s\beta P_{M}}{S_{M}}r^{-\alpha}\right)^{-S_{M}}\right)rdr\right)$$

$$(19)$$

其中(a)服从  $\Phi_M$  和  $\Theta_F$  中点的独立假设,(b)通过使用 文献[16]中的(3.351.3)获得,(c)通过应用 TCP 中单个 簇的概率生成函数(PGFL)获得,即  $\mathbb{E}\left\{\prod_{x\in\Phi} f(x)\right\} = \exp\left(-\lambda \int_{\mathbb{R}^2} (1-f(x)) dx\right)$ 。为进一步推导出 $\mathcal{L}_{I_{CFU}}(s)$ 的简易形式,(19)的积分重新写为:  $\int_{\mathbb{R}^1} \left(1 - \left(1 + \frac{s\beta P_M}{r} r^{-\alpha}\right)^{-S_M}\right) r dr =$ 

$$\int_{D_F^M(X_F^C)} \left( 1 - \left( 1 + \frac{s\beta P_M}{S_M} r^{-\alpha} \right)^{-S_M} \right) r dr =$$

$$\int_{0}^{R_1} \left( 1 - \left( 1 + \frac{s\beta P_M}{S_M} r^{-\alpha} \right)^{-S_M} \right) r dr -$$

$$\int_{0}^{D_F^M(X_F^C)} \left( 1 - \left( 1 + \frac{s\beta P_M}{S_M} r^{-\alpha} \right)^{-S_M} \right) r dr \qquad (20)$$

使用[25]中的(3.191.6),式(20)的第一部分 计算为

$$\int_{0}^{R_{1}} \left(1 - \left(1 + \frac{s\beta P_{M}}{S_{M}}r^{-\alpha}\right)^{-S_{M}}\right) r dr = \frac{R_{1}^{2}}{2} - \frac{1}{\alpha} \int_{R_{1}^{\alpha}}^{\infty} \frac{t^{-2/\alpha - 1} dt}{\left(1 + s\left(P_{M}/S_{M}\right)t\right)^{s_{M}}} = \frac{R_{1}^{2}}{2} - \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_{1}^{2\alpha + \alpha S_{M}}}{\left(s\left(P_{M}/S_{M}\right)\right)^{S_{M}}\left(S_{M} + 2/\alpha\right)}\right)$$

$${}_{2}F_{1}\left(S_{M}, S_{M} + \frac{2}{\alpha}; S_{M} + \frac{2}{\alpha} + 1; - \frac{1}{s\left(P_{M}/S_{M}\right)R_{1}^{-\alpha}}\right)$$

$$(21)$$

因此,结合(21)、(20)和(19),得到 $\mathcal{L}_{I_{CFU}^{MT}}(s)$ 如式(5)。得证命题1。

# 附录 B:命题 2 证明

$$\lambda_{P} \overline{c}_{F} \int_{E_{R_{2}}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{y}_{n}}{1 + (sP_{F}\beta)^{-1} \|\boldsymbol{y}_{n}\|^{\alpha}} \right) \bigg\} = \exp \left( -2\pi\lambda_{P} \overline{c}_{F} \int_{X_{F}^{E}}^{R_{3}} \frac{r\mathrm{d}r}{1 + (sP_{F}\beta)^{-1}r^{\alpha}} \right)$$
$$\mathbb{E}_{\Phi_{P}} \bigg\{ \exp \left( \lambda_{P} \overline{c}_{F} \int_{E_{R_{2}}} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{y}_{n}}{1 + (sP_{F}\beta)^{-1} \|\boldsymbol{y}_{n}\|^{\alpha}} \right) \bigg\}$$
(22)

其中, $\mathbf{x}_{F}^{E}$ 是从目标簇边缘 FUE 到其服务 FBS 的级 联距离。对于有序 FBS, $\mathbf{x}_{F}^{E}$ 由  $X_{F}^{co} = \|\mathbf{x}_{F}^{co}\|$ 给定。对 于无序 FBS, $\mathbf{x}_{F}^{E}$ 由  $X_{F}^{cn} = \|\mathbf{x}_{F}^{cn}\|$ 给定。在式(22)中, 使用文献[25]中的(3.191.6),则第一部分写为

$$\begin{split} A_{f_{\text{EFU}}} &= \exp\left(-2\pi\lambda_{p}\,\overline{c}_{F}\,\int_{X_{F}^{R_{3}}}^{R_{3}}\frac{r\,\mathrm{d}r}{1+(sP_{F}\beta)^{-1}r^{\alpha}}\right) = \\ &\exp\left(-2\pi\lambda_{p}\,\overline{c}_{F}\,\frac{1}{\alpha}\,\int_{(X_{F}^{R_{3}})^{\alpha}}^{R_{3}^{\alpha}}\frac{t^{2/\alpha-1}}{1+(sP_{F}\beta)^{-1}t}\,\mathrm{d}t\right) = \\ &\exp\left(-2\pi\lambda_{p}\,\overline{c}_{F}\,\frac{1}{\alpha}\left[\int_{0}^{R_{3}^{\alpha}}\frac{t^{2/\alpha-1}}{1+(SP_{F}\beta)^{-1}t}\,-\right.\\ &\left.\int_{0}^{(X_{F}^{E})^{\alpha}}\frac{t^{2/\alpha-1}}{1+(SP_{F}\beta)^{-1}t}\,\mathrm{d}t\right]\right) = \exp\left(-2\pi\lambda_{p}\,\overline{c}_{F}\,\frac{1}{\alpha}\right) \\ &\left[\frac{R_{3}^{2}}{2/\alpha}\,{}_{2}F_{1}\left(1,\frac{2}{\alpha};\frac{2}{\alpha}\,+\,1;\,-\,(sP_{F}\beta)^{-1}\,(X_{F}^{E})^{\alpha}\right)\right]\right) \\ &\left.\frac{(X_{F}^{E})^{2}}{2/\alpha}\,{}_{2}F_{1}\left(1,\frac{2}{\alpha};\frac{2}{\alpha}\,+\,1;\,-\,(sP_{F}\beta)^{-1}\,(X_{F}^{E})^{\alpha}\right)\right]\right) \\ &\left(23\right) \end{split}$$

受文献 [16]、[17]的 启发, 通过利用  $\int_{B_2}$ 

 $\frac{\lambda_{p}\bar{c}_{F}d\mathbf{y}_{n}}{1+(sP_{F}\beta)^{-1}\|\mathbf{y}_{n}\|^{\alpha}} = \sum_{x_{p}\in\Phi_{p}}\int_{b(x_{p},R_{2})}\frac{\lambda_{p}\bar{c}_{F}d\mathbf{y}_{n}}{1+(sP_{F}\beta)^{-1}\|\mathbf{y}_{n}\|^{2}}$   $\mathbb{B}m \exists \mathbb{E} \ (h) \ ($ 

対于鉛定的洞过程  $b(\mathbf{x}_{P}, \mathbf{R}_{2})$ , 有  $\|\mathbf{x}_{P}\| - \mathbf{R}_{2} \leq \|\mathbf{y}_{n}\| \leq \|\mathbf{x}_{P}\| + \mathbf{R}_{2}$ 。然后, 利用余弦定律  $r^{2} + \nu_{1}^{2} -$ 

(25)

 $2\nu_1 r\cos(\theta(r)) = R_2^2 \pi r = \|\mathbf{y}_n\|$ ,上述表达式进一步 计算为:

$$B_{I_{\text{EFU}}} = \mathbf{E}_{\Phi_{p}} \left\{ \exp\left(\lambda_{p} \,\overline{c_{F}} \int_{E_{R_{2}}} \frac{\mathrm{d}\mathbf{y}_{n}}{1 + (sP_{F}\beta)^{-1} \|\mathbf{y}_{n}\|^{2}} \right) \right\} = \\ \mathbf{E}_{\Phi_{p}} \left\{ \prod_{x_{p} \in \Phi_{p}} \exp\left(\int_{b(x_{p}, R_{2})} \frac{\lambda_{p} \,\overline{c_{F}} \,\mathrm{d}\mathbf{y}_{n}}{1 + (sP_{F}\beta)^{-1} \|\mathbf{y}_{n}\|^{2}} \right) \right\} = \\ \mathbf{E}_{\Phi_{p}} \left\{ \prod_{x_{p} \in \Phi_{p}} \exp\left(2\lambda_{p} \,\overline{c_{F}} \int_{\|x_{p}\| + R_{2}}^{\|x_{p}\| + R_{2}} \right) \right\} = \\ \operatorname{arccos}\left(\frac{r^{2} + \|\mathbf{x}_{p}\|^{2} - R_{2}^{2}}{2 \|\mathbf{x}_{p}\| r} \right) \frac{1}{1 + (sP_{F}\beta)^{-1} r^{2}} r \mathrm{d}r \right) \right\} = \\ \exp\left(-2\pi\lambda_{p} \int_{R_{2}}^{\infty} \left\{1 - \exp\left(-2\lambda_{p} \,\overline{c_{F}} \int_{\|x_{p}\| + R_{2}}^{\|x_{p}\| + R_{2}} \right) \right\} = \\ \operatorname{arccos}\left(\frac{r^{2} + \nu^{2} - R_{2}^{2}}{2\nu r} \right) \frac{1}{1 + (sP_{F}\beta)^{-1} r^{2}} r \mathrm{d}r \right) \right\} \nu \mathrm{d}\nu \right)$$

同时,与距离较远的洞相比,靠近簇边缘的洞 FUE 影响要显著得多。因此,为了实现易于使用的 推导,本文只考虑一个洞,即最靠近簇边缘的洞 FUE,而忽略其他洞。由于目标簇边缘 FUE 总是位 于相关半径为  $R_2$  的洞外,其最接近  $\Phi_p$  的点位于距 其距离为  $R_2$  的位置。基于上述分析,通过假设最近 点的距离为  $\nu_1 = || x_p ||, 且 x_p \in \Phi_p$ ,得出  $\nu_1$  的 PDF 为:

$$f_{V_1}(\nu_1) = 2\pi\lambda_p \nu_1 \exp(-\pi\lambda_p (\nu_1^2 - R_2^2)), \nu_1 \ge R_2$$
(26)

然后,对关于 $f_{V_1}(\nu_1)$ 分布的表达式(25)。进行 解条件,得到:

$$B_{I_{EFU}^{EFT}} = \mathbf{E}_{\Phi_{p}} \left\{ \exp \left\{ \lambda_{p} \, \overline{c_{F}} \int_{E_{R_{2}}} \frac{\mathrm{d}y_{n}}{1 + (sP_{F}\beta)^{-1} \|y_{n}\|^{2}} \right\} \right\} = \int_{R_{2}}^{\infty} \exp \left\{ 2\lambda_{p} \, \overline{c_{F}} \int_{\nu_{1}-R_{2}}^{\nu_{1}+R_{2}} \arccos \left( \frac{r^{2} + \nu_{1}^{2} - R_{2}^{2}}{2\nu_{1}r} \right) \right.$$
$$\left. \frac{1}{1 + (sP_{F}\beta)^{-1}r^{2}} r \mathrm{d}r \right\} \times 2\pi \lambda_{p} \nu_{1} \exp \left( -\pi \lambda_{p} (\nu_{1}^{2} - R_{2}^{2}) \right) \mathrm{d}\nu_{1} \qquad (27)$$
$$\left. \stackrel{\text{cff}}{\Rightarrow} \left( (27) \right) (22) \, \Re (23) , \text{cff} \, \mathrm{d}:$$

$$\mathcal{L}_{I_{\text{EFU}}^{\text{EFT}}}(s) = A_{I_{\text{EFU}}^{\text{EFT}}} B_{I_{\text{EFU}}^{\text{EFT}}}$$
(28)

其中, $A_{f_{EFU}}$ 由(23)给出。注意,从(23)得到的是从 目标簇边缘 FUE 到其服务 FBS 的访问距离  $X_{F}$  的拉 式变换 $\mathcal{L}_{I_{\text{EFU}}}(s)$ 。得证命题2。

#### 参考文献

- [1] Agiwal M, Roy A, Saxena N. Next generation 5G wireless networks: A comprehensive survey [J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2016, 18(3): 1617-1655.
- [2] Kamel M, Hamouda W, Youssef A. Ultra-dense networks: A survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2016, 18(4): 2522-2545.
- [3] 徐文娟, 贾向东, 杨小蓉, 等. 多层异构网络第 m 阶用 户级联方案[J]. 信号处理, 2019, 35(2): 275-284.
  Xu Wenjuan, Jia Xiangdong, Yang Xiaorong, et al. A novel m-th best user association scheme for multi-tier heterogeneous networks [J]. Journal of Signal Processing, 2019, 35(2): 275-284. (in Chinese)
- [4] 江玉函, 邹玉龙, 郑宝玉. 新一代超密集异构蜂窝无 线网络研究[J]. 信号处理, 2020, 36(2): 159-167.
  Jiang Yuhan, Zou Yulong, Zheng Baoyu. Research on New Generation of Ultra-Dense Heterogeneous Cellular Wireless Networks [J]. Journal of Signal Processing, 2020, 36(2): 159-167. (in Chinese)
- [5] Chang S H, Park H G, Kim S H, et al. Study on Coverage of Full Frequency Reuse in FFR Systems Based on Outage Probability[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(11): 5828-5843.
- [6] García-Morales J, Femenias G, Riera-Palou F. On the design of OFDMA-based FFR-aided irregular cellular networks with shadowing[J]. IEEE Access, 2018, 6: 7641-7653.
- Huawei. Soft frequency reuse scheme for UTRAN LTE
   [C] // 3GPP TSG RAN WG1 Meeting 41, Athens, Greece, May, 2005.
- [8] Li J, Shroff N, Chong E. A reduced-power channel reuse scheme for wireless packet cellular networks [J]. IEEE/ ACM Transaction on Networking, 1999, 7(6): 818-832.
- [9] Doppler K, Wijting C, Valkealahti K. Interference aware scheduling for soft frequency reuse[C] // IEEE Vehicular Technology Conference, 2009: 1-5.
- [10] Peng M, Zhang K, Jiang J, et al. Energy-Efficient Resource Assignment and Power Allocation in Heterogeneous Cloud Radio Access Networks [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(11): 5275-5287.
- [11] He A, Wang L, Chen Y, et al. Throughput and Energy Efficiency for S-FFR in Massive MIMO Enabled Heterogeneous C-RAN[C] // IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), 2016: 1-6.

- Wang L, Wong K, Elkashlan M, et al. Secrecy and Energy Efficiency in Massive MIMO Aided Heterogeneous C-RAN: A New Look at Interference [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2016, 10(8): 1375-1389.
- [13] Kim Y, Kwon T, Hong D. Area spectral efficiency of shared spectrum hierarchical cell structure networks [J].
   IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59 (8): 4145-4151.
- [14] Mankar P D, Das G, Pathak S, et al. Load-aware performance analysis of cell center/edge users in random HetNets[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(3): 2476-2490.
- [15] 路艺,贾向东,吕亚平,等.用户设备分类的毫米波异构 网络性能研究[J]. 信号处理,2020,36(3):407-414. Lu Yi, Jia Xiangdong, Lv Yaping, et al. Research on Performance of Millimeter-Wave Heterogeneous Networks Based on User Equipment Classification [J]. Journal of Signal Processing, 2020, 36(3):407-414. (in Chinese)
- [16] Kishk M A, Dhillon H S. Tight Lower Bounds on the Contact Distance Distribution in Poisson Hole Process[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2017, 6(4): 454-457.
- [17] Afshang M, Dhillon H S. Spatial modeling of device-todevice networks: Poisson cluster process meets Poisson Hole Process[C] // Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2015: 317-321.
- [18] Yazdanshenasan Z, Dhillon H S, Afshang M, et al. Poisson Hole Process: Theory and Applications to Wireless Networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(11): 7531-7546.
- [19] Chun Y J, Hasna M O, Ghrayeb A, et al. Modeling heterogeneous cellular networks interference using poisson cluster processes [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2015, 33(10): 2182-2195.
- [20] Afshang M, Dhillon H S. Poisson cluster process based analysis of HetNets with correlated user and base station locations[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(4): 2417-2431.
- [21] Tabassum H, Hossain E, Hossain J. Modeling and analysis of uplink non-orthogonal multiple access in large-scale cellular networks using poisson cluster processes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2017, 65(8): 3555-3570.

- [22] Chiu S, Stoyan D, Kendall W, et al. Stochastic Geometry and its Applications [M]. Third Education, United Kingdom: John Wiley & Sons, 2013.
- [23] Ganti R K, Haenggi M. Interference and Outage in Clustered Wireless Ad Hoc Networks [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(9): 4067-4086.
- [24] He A, Wang L, Elkashlan M, et al. Spectrum and energy efficiency in massive MIMO enabled HetNets: A stochastic geometry approach [J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(12): 2294-2297.
- [25] Gradshteyn I, Ryzhik I, Geronimus Yu, et al. Table of Integrals, Series, and Products[M]. Seventh Education, San Diego, Academic Press, 2007.

#### 作者简介



胡海霞 女,1990 年生,甘肃宁县 人。西北师范大学计算机科学与工程学 院硕士研究生。主要研究方向为无线通 信系统信道估计、异构网络通信。 E-mail: 939855314@qq.com







**贾向东** 男,1971 年生,甘肃渭源 人。西北师范大学计算机科学与工程学 院教授,南京邮电大学博士、博士后,主 要研究方向为下一代无线网络、5G 技术、 协作通信、压缩感知协作、网络编码、物联 网技术等。

E-mail: jiaxd@ nwnu. edu. cn

**吕亚平** 女, 1994 年生, 河南商丘 人。西北师范大学计算机科学与工程学 院硕士研究生。研究方向为基于深度强 化学习的 5G 异构网络研究、中继无线通 信、D2D 通信。

E-mail: 1059223738@ qq. com

**曹胜男** 女,1996 年生,甘肃定西 人。西北师范大学计算机科学与工程学 院硕士研究生。主要研究方向为无人机 通信。

E-mail: 1625657505@ qq. com