文章编号: 1003-0530(2019)08-1432-07

互补码设计稀疏频率雷达波形

项 俐 麦超云 甘俊英

(五邑大学信息工程学院,广东江门 529020)

摘 要: 在频谱拥挤环境下,同频窄带干扰对雷达系统目标探测性能有较大的影响。针对此问题,稀疏频率波形 是一个好的解决方案。波形在频谱上稀疏分布的特性可以有效地抑制同频干扰,自相关函数的低旁瓣特性保证 了雷达的探测性能。本文提出了一种应用互补码设计稀疏频率波形的方法。首先,考虑两个序列的自相关函数, 利用互补码良好的自相关特性,建立目标函数;其次,采用功率与旁瓣两种约束分别设计稀疏频率波形,适应 不同的场景需求;最后,通过数值仿真比较,分析旁瓣抑制性能,验证优化设计方法的有效性。

关键词:稀疏频率波形;互补码;自相关函数;旁瓣抑制

中图分类号: TN951 文献标识码: A DOI: 10.16798/j. issn. 1003-0530.2019.08.019

引用格式:项俐,麦超云,甘俊英.互补码设计稀疏频率雷达波形[J].信号处理,2019,35(8):1432-1438.DOI: 10.16798/j.issn.1003-0530.2019.08.019.

Reference format: Xiang Li, Mai Chaoyun, Gan Junying. Complementary Codes Design for Sparse Frequency Radar Waveform [J]. Journal of Signal Processing, 2019, 35(8): 1432-1438. DOI: 10.16798/j.issn.1003-0530.2019.08.019.

Complementary Codes Design for Sparse Frequency Radar Waveform

Xiang Li Mai Chaoyun Gan Junying

(Wuyi University, Jiangmen, Guangdong 529020, China)

Abstract: In the crowded spectrum environment, the interference of the same frequency narrow-band has great influence on the detection performance of radar system. For this problem, sparse frequency waveform is a good solution. The waveform has the characteristic of sparse distribution on the spectrum, which can effectively suppress the same frequency interference. The low sidelobe property of the auto-correlation function ensure the detection performance of radar. In this paper, a method of designing sparse frequency waveforms by using complementary code is proposed. Firstly, considering the autocorrelation function of two sequences, the objective function is established by using the good auto-correlation of complementary codes. Secondly, the sparse frequency waveform is designed respectively by using power and sidelobe constraints to adapt the different scene requirements. Finally, the performance of sidelobe suppression is analyzed by numerical simulation to verify the effectiveness of the optimization design method.

Key words: sparse frequency waveform; complementary codes; auto-correlation function; sidelobe suppression

1 引言

随着微波技术的发展,由通信系统、导航系统、 雷达系统等电磁波收发设备的增加而导致的频谱 拥挤情况已经不容忽视。采用传统波形的雷达系 统容易与其他同频工作的通信、导航等民用设备产 生相互干扰,特别是在HF、VHF和UHF等拥挤的频 段。针对此类情况,有研究者提出了一种新型的雷 达波形形式:稀疏频率波形。稀疏频率波形是一种 在频带上稀疏分布着若干离散阻带的特殊波形,为

收稿日期: 2018-06-19; 修回日期: 2019-04-06

基金项目:国家自然科学基金(61771347);广东省特色创新类项目(2017KTSCX181,2015KTSCX143);广东省青年创新人才类项目 (2017KQNCX206,2016KQNCX171,2015KQNCX165,2015KQNCX172);江门市科技计划项目(江科[2017]268)

在高度拥挤频谱环境下工作的波形提供了很好的 选择。利用稀疏频率波形,雷达系统可以避免来自 同频段其他设备的相互干扰;并且波形能通过将几 个带宽较小的不相交信道合并,形成更大的带宽, 从而提高频带利用率。Lindenfeld 在文献[1]中首 次提出稀疏频率波形的概念,提出了一种计算效率 高的超宽带雷达和通信波形提取算法,该算法具有 良好的频谱抑制和距离旁瓣最小化能力。文献[2] 研究了具有旁瓣约束的稀疏频率波形设计方法,建 立了广义积分旁瓣电平(Generalised Integrated Sidelobe Level, GISL)的边界,衡量最佳平均通带阻带功 率比。Aubry 等人^[3-4]提出了通过性能检测设计稀 疏频率波形的方法。

模糊函数理论是研究稀疏频率雷达波形的主 要工具,一种设计思路是在优化设计过程中权衡自 相关函数(Auto-correlation Function, ACF)约束和功 率谱密度(Power Spectral Density, PSD)约束,得到 满足性能需求的稀疏频率波形。衡量 ACF 旁瓣特 性的主要指标有峰值旁瓣电平(Peak Sidelobe Level, PSL)和积分旁瓣电平(Integrated Sidelobe Level, ISL)^[5]。现阶段,稀疏频率波形设计普遍存在的问 题是较窄带宽的直接组合将导致设计波形的 ACF 具有较高的旁瓣,因此研究的重点是如何有效的抑 制旁瓣。目前,主要有两类抑制 ACF 旁瓣和 PSD 阻 带功率的方法:一是发射波形和接收波形的联合设 计,发射波形设计主要考虑阻带功率约束,接收波 形设计主要考虑降低响应范围内的旁瓣^[1];二是在 单个发送波形设计中,设计出既满足阻带功率要求 又满足低旁瓣性要求的波形^[6-10]。

稀疏频率雷达波形设计有降低 ISL/PSL 的要求 与难点, 互补码的研究为此提供了一种新的思路。 互补码又称为 Golay 码, 最早由 Marcel J. E. Golay 提出, 它具有良好的低副瓣特性, 主瓣是码长的两 倍, 副瓣为零, 且任意两个互补码自相关函数之和 为零。互补码的良好特性在雷达和通信系统中都 存在广泛应用。学者们研究了互补码在通信中的 应用^[12-18], 如功率控制、信道估计等; 文献[11]研究 了互补码在地波雷达中的应用; 文献[19] 提出了一 种改进的互补码, 并分析了其在雷达中的应用。

本文重点分析雷达发射波形,首先,提出了一 种应用互补码低副瓣特性设计稀疏频率波形的方 法。考虑两个序列 ACF 之间关系,当阻带抑制增强 时,能有效地抑制 ACF 的旁瓣电平。然后,先后分 析两种约束,一种是 ACF 旁瓣约束优化 PSD 特性, 另一种是 PSD 阻带约束优化 ACF 旁瓣特性,并分别 分析两者的优化效果。最后,应用优化工具进行数 值仿真验证本文所提方法的有效性。

2 稀疏频率波形和互补码

2.1 具有旁瓣抑制的稀疏频率波形设计

本文考虑的稀疏频率波形是一组连续基带复 波的数字样本,该波形是恒模波形,模为常数(只对 相位进行调制),拥有最佳的发射功率利用率。根 据奈奎斯特采样定理,对连续波形进行采样,波形 的带宽用 B 表示,脉冲持续时间为 T,奈奎斯特采样 频率为 f_s≥B,采样间隔为 T_s,样本个数为 N=T/T_s, 则该波形经过采样后每个采样点可表示为:

$$x_n = \mathrm{e}^{\phi_n}, n = 1, \cdots, N \tag{1}$$

其中 ϕ_n 是第n个样本的相位值。该波形可以写成 矢量离散形式:

$$\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^{\mathrm{T}} \in C^{N \times 1}$$

$$(2)$$

其频谱即傅里叶变换为:

$$\hat{x}(f) = \sum x_n e^{-j2\pi f(n-1)T_s}$$
 (3)

假设雷达波形分布在频带[*f_L*,*f_H*]内,其功率谱 具有 *N_s* 个阻带,其中第 *k* 个阻带的频带范围为[*f_{k1}*, *f_{k2}*]。在实际过程中,不同阻带频率内的受干扰程 度不同,因此对每个阻带分别进行加权,第 *k* 个阻带 的权重为 *w_k*>0。第 *k* 个频带的频谱能量通过以下 公式计算

$$\int_{f_{k1}}^{f_{k2}} |\hat{x}(f)|^2 df = \int_{f_{k1}}^{f_{k2}} \left| \sum_{n=1}^{N} x_n e^{-j2\pi f(n-1)} \right|^2 df$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} x_m^* \left[\int_{f_{k1}}^{f_{k2}} x_n e^{-j2\pi f(n-1)} df \right] x_n \qquad (4)$$

波形设计过程中,考虑 PSD 阻带约束,可根据 文献[1]中的理论构造目标函数 *J*_{PSD}:

$$J_{\text{PSD}} = \sum_{k=1}^{N_s} w_k \int_{f_{k1}}^{f_{k2}} |\hat{x}(f)|^2 df$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} x_m^* \left[\sum_{k=1}^{N_s} w_k \int_{f_{k1}}^{f_{k2}} x_n e^{-j2\pi f(n-1)} df \right] x_n \quad (5)$$

其中,上标(·)*表示共轭。定义 *N*×*N* 的矩阵 *R*,*R* 中第 *m* 行第 *n* 列元素表示为:

$$R_{mn} = \sum_{k=1}^{N_s} w_k \int_{f_{kl}}^{f_{k2}} x_n e^{-j2\pi f(m-n)} df$$

$$=\sum_{k=1}^{N_{s}} w_{k} \begin{cases} \frac{e^{2\pi j(m-n)f_{k2}} - e^{2\pi j(m-n)f_{k1}}}{2\pi j(m-n)} & m=n\\ f_{k2} - f_{k1} & m \neq n \end{cases}$$
(6)

因此式(5)中目标函数 J_{PSD} 可表示为离散形式:

$$J_{\rm PSD} = \boldsymbol{x}^{\rm H} \boldsymbol{R} \boldsymbol{x} \tag{7}$$

其中,上标(•)^H表示共轭转置。

若仅对式(7)进行优化,只是优化了波形抑制干扰的能力,设计出的波形 ACF 旁瓣较高,因此还需添加 ACF 旁瓣约束。定义序列 *x* 的自相关函数为:

$$r_{x}(k) = \sum_{n=k+1}^{N} x_{n} x_{n-k}^{*}, k=0, 1, \cdots, N-1$$
 (8)

本文采用 ISL 来衡量波形自相关函数的旁瓣性 能,定义波形 *x* 自相关函数的 ISL 为 *J*_{st}:

$$J_{\rm ISL} = \sum_{\substack{k = -N+1 \\ k \neq 0}}^{N-1} |r_x(k)|^2$$
(9)

该目标函数表示为矩阵的形式为:

$$J_{\rm ISL} = \boldsymbol{x}^{\rm H} Q_{x}^{\rm H} Q_{x} \boldsymbol{x} \qquad (10)$$

$$Q_{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & x_{1}^{*} \\ 0 & 0 & \cdots & x_{1}^{*} & x_{2}^{*} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & x_{1}^{*} & \cdots & x_{N-2}^{*} & x_{N-1}^{*} \\ x_{1}^{*} & x_{2}^{*} & \cdots & x_{N-1}^{*} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ x_{N-2}^{*} & x_{N-1}^{*} & \cdots & 0 & 0 \\ x_{N-1}^{*} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in C^{2(N-1) \times N}$$

可以看出,对于一个波形优化过程,同时最小化 式(7)的 *J*_{PSD}和式(10)的 *J*_{ISL}是比较困难的。本文考 虑对整体进行优化,加入权值λ构建如下目标函数:

 $J = \lambda J_{PSD} + (1 - \lambda) J_{ISL}$ (11) 其中 0< λ <1 是用来衡量 PSD 和 ACF 旁瓣的权重因 子。将式(7)和式(10)代入(11)得到总目标函数为:

$$J = \lambda \boldsymbol{x}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R} \boldsymbol{x} + (1 - \lambda) \boldsymbol{x}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{Q}_{x}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{Q}_{x} \boldsymbol{x}$$
$$= \boldsymbol{x}^{\mathrm{H}} (\lambda \boldsymbol{R} + (1 - \lambda) \boldsymbol{Q}_{x}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{Q}_{x}) \boldsymbol{x} \qquad (12)$$

2.2 互补码

互补码是一个相对概念,由两个非周期序列组 成,两个序列的归一化 ACF 旁瓣大小相等,符号相 反。因此,自相关函数之和是一个δ函数,只在中心 处有一个峰值。

设两个序列 x 和 y,其中 $x = \{x_n\}, y = \{y_n\}, n = 0,..., N-1$,其自相关函数分别为:

$$r_{x}(k) = \sum_{n=k+1}^{N} x_{n} x_{n-k}^{*}, k=0, 1, \dots, N-1$$

$$r_{y}(k) = \sum_{n=k+1}^{N} y_{n} y_{n-k}^{*}, k=0, 1, \dots, N-1$$
(13)

当满足

$$r_{x}(k) + r_{y}(k) = 2N\delta_{k} = \begin{cases} 2N & k=0\\ 0 & k\neq 0 \end{cases}$$
(14)

时,x和y则为一对互补序列。

互补码不仅具有良好的自相关特性,在频域上 还具有互补性。将互补序列映射到频域上,对公式 (14)进行傅里叶变换:

 $S_x(f) + S_y(f) = \text{const}$ (15)

其中, $S_x(f)$ 是 $r_x(k)$ 的傅里叶变换, $S_y(f)$ 是 $r_y(k)$ 的 傅里叶变换。由此可知互补的两个序列在N个离 散点上的 PSD 之和是一个常数。

3 互补码设计稀疏频率雷达波形

基于互补码的定义可以看出互补序列的自相 关函数之和具有良好的旁瓣特性,自相关函数只在 中心处取峰值,旁瓣均为零。本文应用了互补码进 行设计并与传统的方法进行比较,得出该方法在稀 疏频率波形设计中具有更好的旁瓣特性。结合两 个序列的互补情况来介绍本文设计方法,其中每个 稀疏频率波形都是恒模波形。为权衡阻带抑制和 旁瓣抑制,本文提出两种设计约束,分别是对波形 的阻带进行约束从而衡量自相关函数旁瓣电平的 大小;对波形的旁瓣电平进行约束从而衡量阻带功 率谱密度。

3.1 PSD 阻带约束的稀疏频率波形设计

第一类设计侧重于抑制具有 PSD 阻带约束的旁 瓣电平,可以应用于要求阻带较小的场合。利用互补 码的概念,本文需衡量设计的单个稀疏频率雷达波形 的 ISL,用两个互补序列 *x* 和 *y* 自相关函数之和设计 波形。首先,两者的自相关函数之和可表示为;

$$r_{xy}(k) = r_x(k) + r_y(k)$$
 (16)

为了抑制旁瓣电平,常用衡量指标为最小化 ISL,将 两个互补序列的 ISL 表述为:

$$J_{\rm ISL} = \sum_{k=-N+1}^{N-1} |r_{xy}(k)|^2$$
(17)

根据式(8)和式(10)的定义可将式(17)写成矩阵形式:

 $J_{\rm ISL}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = (Q_x \boldsymbol{x} + Q_y \boldsymbol{y})^{\rm H} (Q_x \boldsymbol{x} + Q_y \boldsymbol{y}) \quad (18)$

第一类设计的前提是对波形 PSD 阻带进行约束,通常考虑约束阻带总功率,因此在设计中希望 阻带总功率不超过某一固定值,此处设为 P_s,则可 以将问题明确表述为优化问题:

$$\min J_{ISL}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$$
s.t.
$$\begin{cases} \boldsymbol{x}^{H} \boldsymbol{R} \boldsymbol{x} \leq p_{s} \\ \boldsymbol{y}^{H} \boldsymbol{R} \boldsymbol{y} \leq p_{s} \\ | \boldsymbol{x}_{n} | = 1, n = 1, \dots, N \\ | \boldsymbol{y}_{n} | = 1, n = 1, \dots, N \end{cases}$$
(19)

该优化问题是非凸的,不能求出闭合形式的 解,属于有约束非线性优化问题,本文采用基于内 点法的数值优化工具对该问题进行优化。内点法 是罚函数法的一种,属于约束优化算法,只适用于 不等式约束最优化问题。

3.2 ACF 旁瓣约束的稀疏频率波形设计

第二类设计侧重于抑制具有 ACF 旁瓣约束的 阻带功率,可以应用于要求 ACF 旁瓣较小的场合。 在这种情况下,优化的目标函数是最小化阻带的总 功率。将互补序列 *x* 和 *y* 的阻带总功率表示为矩阵 形式:

$$J_{\rm PSD}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{x}^{\rm H} \boldsymbol{R} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}^{\rm H} \boldsymbol{R} \boldsymbol{y} \qquad (20)$$

第二类设计的前提是对波形 ACF 旁瓣进行约 束,通常限制旁瓣电平低于某一固定值 q。约束旁 瓣电平可以考虑约束 PSL 和 ISL,本文只考虑约束 ISL,同时需要考虑到两个互补序列的总能量。则可 将问题明确表述为优化问题:

$$\min J_{PSD}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$$

s.t.
$$\begin{cases} r_{xy}(N, 1) = 2E \\ J_{ISL} \leq q_s \\ | x_n | = 1, n = 1, \dots, N \\ | y_n | = 1, n = 1, \dots, N \end{cases}$$
 (21)

其中, *E* 表示一个序列的总能量。该优化问题是非 凸的, 属于有约束非线性优化问题, 本文同样采用 优化工具选择内点法来对该问题进行优化。

4 仿真验证

本文进行仿真研究验证所提出用互补码方法 设计稀疏频率雷达波形的有效性,本节将给出一些 仿真结果。为方便和文献[10]中的方法进行对比, 本文考虑相同的仿真环境,选择频率范围为[0, 710]kHz的波形,设置五个阻带和六个通带,阻带范 围分别为[30,150]、[160,180]、[200,260]、[280, 350]、[370,400]kHz。在时域内设置信号的长度为 N=143,脉冲持续时间为200 μs,奈奎斯特采样时间 间隔为1.399 μs。该算法主要对优化问题(19)和 (21)进行优化,本文通过使用 MATLAB 优化工具箱 中的'fmincon'函数来进行优化,其含义是寻找有约 束的非线性规划问题的最小值,选择的优化算法是 工具箱中的内点算法"inter-point"。

4.1 PSD 阻带约束的稀疏频率波形设计

本小节将通过解决式(19)中的优化问题来验 证所提出方法的第一个设计,对波形 PSD 阻带进行 约束,验证用互补码方法设计稀疏频率波形是否能 够降低旁瓣电平,比较波形 x 和 y 的 ACF 旁瓣电平 $J_{ISL}(\mathbf{x}), J_{ISL}(\mathbf{y})$ 与本文方法的旁瓣电平 $J_{ISL}(\mathbf{x}, \mathbf{y}),$ 同时将该方法与文献[10]中所提方法进行比较。 设置相同的比较条件,将波形的平均通带阻带功率 比(APSPR)设置为相同的 23.98 dB,即 APSPR = $20lg(P_p/P_s)$,其中 P_p 是通带平均功率, P_s 是阻带平 均功率。仿真得出:波形 x 的 APSPR 为 23.99 dB,波 形y的APSPR为23.97dB,互补码波形的APSPR为 23.98 dB, 文献 [10] 中波形的 APSPR 为 23.98 dB。 输出波形的功率谱密度函数如图1(a)所示,对波形 x和y的 PSD 阻带进行约束,得到本文互补码方法 的稀疏频率雷达波形的 PSD 如图 1(b) 所示, 与文 献[10]方法相比其阻带功率较低。

输出波形的自相关函数如图 2 所示,其自相关 函数的电平是以 dB 为单位的归一化值。图 2(a)为 波形 x,y 与本文互补码方法的 ACF 比较, $J_{ACF}(x)$ 、 $J_{ACF}(y)$ 分别是波形 x 和y 的自相关函数, $J_{ACF}(x,y)$ 是本文互补码方法设计的稀疏频率波形的自相关 函数。通过横向比较可以看出用互补码方法设计 出的稀疏频率波形比单独一个波形 x 或y 具有更低 的旁瓣电平。图 2(b)为文献[10]与本文互补码方 法的 ACF 比较,通过比较可以看出本文互补码方法 比文献[10]方法具有更低的 ACF 旁瓣电平。

仿真得到的具体数值,波形 *x* 自相关函数的 ISL 为-1.44 dB,波形 *y* 自相关函数的 ISL 为-1.56 dB, 互补码波形自相关函数的 ISL 为-3.88 dB,文献[10]





中波形自相关函数的 ISL 为-2.61 dB。本文设计的 方法虽不是专门抑制 PSL,但此处也展示出其在本 文设计中的性能,具体的数值如表 1 所示。由图 2 可以看出,本文所提出的方法抑制旁瓣的性能比文 献[10]中的方法要好,其有更低的 ISL 和 PSL,同时







能够将阻带抑制到给定的水平。

表1 阻带约束的 ACF 和 PSD 比较

Tab. 1 PSD and ACF performance comparisons of

stopband Constraint

		APSPR/dB	PSL/dB	ISL/dB
互补码 方法	x	23.99	-13.34	-1.44
	у	23.97	-15.09	-1.56
	<i>x</i> , <i>y</i>	23.98	-14.18	-3.88
文献[10]方法		23.98	-13.91	-2.61

4.2 ACF 旁瓣约束的稀疏频率波形设计

本小节通过解决式(21)中的优化问题来验证 本文的第二个设计,对稀疏频率波形的旁瓣电平进 行约束,获得具有阻带抑制的稀疏频率波形后,将 本文提出的方法与文献[10]中的方法进行比较,两 种方法的 APSPR 均设置为 19.89 dB。经过仿真得 到输出波形的 PSD 性能如图 3 所示。波形 *x* 的 AP-SPR 为 20.45 dB,波形 *y* 的 APSPR 为 19.39 dB,互 补码波形的 APSPR 为 19.89 dB,文献[10]中波形 的 APSPR 为 19.89 dB。

结果波形的自相关函数如图 4 所示。其中,图 4(a)为波形 x、波形 y 与互补码的自相关函数;图 4 (b)是本文所提出方法与文献[10]中所提方法的 ACF 对比。由图可以看出,本文互补码方法设计的 稀疏频率雷达波形具有更低的积分旁瓣电平。

仿真得到的具体数值为: 互补码波形自相关函数的 ISL 为-4.28 dB, 文献[10] 中波形自相关函数





的 ISL 为-3.07 dB。此处也给出本文应用互补码设 计稀疏频率波形的 PSL 性能,互补码波形自相关函 数的 PSL 为-14.51 dB,文献[10]中波形自相关函 数的 PSL 为-15.13 dB。表 2 将列出具体数值对仿 真结果进行直接比较。







表2 旁瓣约束的 ACF 和 PSD 性能比较

 Tab. 2
 PSD and ACF Performance Comparisons of

Sidelobe Constraint

		APSPR/dB	PSL∕dB	ISL∕ dB
互补码 方法	x	20.45	-15.82	-1.74
	у	19.39	-12.82	-1.92
	<i>x</i> , <i>y</i>	19.89	-14.51	-4.28
文献[10]方法		19.89	-15.13	-3.07

5 结论

在频谱拥挤的情况下,稀疏频率波形是抑制同 频干扰的一种解决方案。本文提出了一种互补码 的稀疏频率波形设计方法。通过利用两个序列之 间的互补性,可以更好地实现旁瓣抑制和阻带抑制 的性能。在相同仿真环境下与其他方法对比,仿真 结果验证了所提出方法的有效性。

参考文献

- Lindenfeld M J. Sparse Frequency Transmit-and-Receive Waveform Design [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 40(3): 851-861.
- Wang Guohua, Lu Yilong. Bounds on Generalized Integrated Sidelobe Level in Waveforms with Stopbands [J].
 Electronics Letters, 2010, 46(23): 1561-1562.
- [3] Aubry A, Maio A De, Piezzo M, et al. Radar Waveform Design in a Spectrally Crowded Environment via Nonconvex Quadratic Optimization [J]. IEEE Transactions on Aero-

space and Electronic Systems, 2014, 50(2): 1138-1152.

- [4] Aubr A, Carotenuto V, Maio A De, et al. Optimization Theory-based Radar Waveform Design for Spectrally Environments[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2016, 31(12): 14-25.
- [5] 麦超云,孙进平,周锐. MIMO 雷达方向图与稀疏频率波 形联合设计[J]. 信号处理, 2016, 32(11): 1261-1268.
 Mai Chaoyun, Sun Jingping, Zhou Rui. Joint Design of MIMO Radar Pattern and Sparse Frequency Waveform [J]. Journal of Signal Processing, 2016, 32(11): 1261-1268. (in Chinese)
- [6] Mai Chaoyun, Lu Songtao, Sun Jingping, et al. Codesign of Beam Pattern and Sparse Frequency Waveforms for MI-MO Radar [J]. International Journal of Antennas and Propagation, 2015: 1-12.
- [7] Wang Guohua, Lu Yilong. Designing Single/Multiple Sparse Frequency Waveforms with Sidelobe Constraint [J]. IET Radar Sonar and Navigation, 2011, 5(1): 32-38.
- [8] He Hao, Stoica P, Li Jian. Waveform Design with Stopband and Correlation Constraints for Cognitive Radio [C] // IEEE International Workshop on Cognitive Information Processing. IEEE, 2010: 1-4.
- [9] Wang Guohua, Lu Yilong. Sparse Frequency Waveform Design Based on PSD Fitting [C] // IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2011: 22-27.
- [10] Wang Guohua, Mai Chaoyun, Sun Jingping, et al. Sparse Frequency Waveform Analysis and Design Based on Ambiguity Function Theory[J]. IET Radar Sonar and Navigation, 2016, 10(4): 707-717.
- [11] 曲海山. 互补码设计及其在地波雷达中的应用[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010.
 Qu Haishan. The Design of Complementary Codes and Its Application in Surface Wave Radar[D]. Xi'an. Xidian University, 2010. (in Chinese)
- [12] Song Junxiao, Babu P, Palomar D. Sequence Set Design with Good Correlation Properties via Majorization-Minimization [J]. IEEE Transactions on Signal Processing. IEEE, 2016, 11(1): 2866-2879.
- [13] Searle S, Howard S, Moran B. The Use of Complementary Sets in MIMO Radar [C] // Conference on Signals, Systems and Computers. IEEE, 2009: 510-514.
- [14] Levanon N. Noncoherent Radar Pulse Compression Based

on Complementary Sequences [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. IEEE, 2009, 45(2): 742-747.

- [15] Schmidt K. Complementary Sets Generalized Reed-Muller Codes and Power Control for OFDM[J]. IEEE Transactions on Information Theory. IEEE, 2007, 53(2): 808-814.
- [16] Garcia E, Garcia J, Urena J, et al. Multilevel Complementary Sets of Sequences and Their Application in UWB [C]//International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN). IEEE, 2010: 1-5.
- [17] Tseng S M, Bell M R. Asynchronous Multicarrier DS-CDMA using Mutually Orthogonal Complementary Sets of Sequences [J]. IEEE Transactions on Communications. IEEE, 2000, 48(1): 53-59.
- [18] Spasojevic P, Georghiades C N. Complementary Sequences for ISI Channel Estimation [J]. IEEE Transactions on Information Theory. IEEE, 2001, 47(3): 1145-1152.
- [19] 胡恒, 贺亚鹏, 庄珊娜. 高频地波雷达稀疏频率波形优 化设计[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(6): 1291-1296.
 Hu Heng, He Yapeng, Zhuang Shanna. Sparse Frequency Waveform Design for High Frequency Surface Wave Radar[J]. Journal of Eleotronice and Information Technology, 2012, 34(6): 1291-1296. (in Chinese)

作者简介



项 俐 女, 1994 年生, 五邑大学 信息工程学院硕士研究生, 研究方向为 雷达波形设计、人脸美丽预测。 E-mail: 1661529777@qq.com





E-mail: maichaoyun@ foxmail. com



甘俊英 女, 1964 年生, 博士, 五邑 大学信息工程学院教授, 研究方向为信 号处理、图像识别、生物特征识别。 E-mail: junyinggan@163.com