

# 一种基于粒子群算法的多目标子阵划分优化方法

胡尚坤<sup>1,2</sup> 孙雨泽<sup>1,2</sup> 杨小鹏<sup>1,2</sup> 曾涛<sup>1,2</sup> 龙腾<sup>1,2</sup>

(1. 北京理工大学嵌入式实时信息处理技术北京市重点实验室, 北京 100081;

2. 北京理工大学信息与电子学院, 北京 100081)

**摘要:** 为了降低硬件成本和系统的复杂度, 子阵划分对于大型的相控阵雷达来说是必要的。传统的子阵划分方法主要针对信号处理的单一性能指标优化。针对多项指标优化的问题, 本文提出了一种基于粒子群算法的子阵划分结构优化算法, 相对于传统的方法能够同时优化多项性能指标, 提高信号处理的性能。通过对线性阵列的划分做仿真, 展示了粒子群算法对子阵级波束形成多项性能指标的提高。

**关键词:** 相控阵; 子阵划分; 智能算法; 适应度函数; 多目标优化

**中图分类号:** TN958      **文献标识码:** A      **DOI:** 10.16798/j.issn.1003-0530.2017.08.014

## A Multi-Objective Optimization Subarray Partition Method Based on Particle Swarm Optimization

HU Shang-kun<sup>1,2</sup> SUN Yu-ze<sup>1,2</sup> YANG Xiao-peng<sup>1,2</sup> ZENG Tao<sup>1,2</sup> LONG Teng<sup>1,2</sup>

(1. Beijing Key Laboratory of Embedded Real-time Information Processing Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In order to reduce hardware cost and system complexity, subarray partition is necessary for large phased array antenna. Traditional subarray partition methods are mainly aimed at the single performance optimization of signal processing. In this paper, a subarray structure optimization algorithm based on particle swarm optimization (PSO) is proposed, which can optimize the multiple performances of the signal processing and improve it compared with the traditional methods. Through the simulation of the division of the linear array, the paper demonstrates that particle swarm optimization (PSO) algorithm is proposed to improve the performances of the subarray beamforming.

**Key words:** phased array antenna; subarray partition; intelligence algorithm; fitness function; multi-performances optimization

## 1 引言

大型相控阵雷达是一种可以实现高分辨率, 远覆盖率, 多目标跟踪等功能的新体制雷达, 能够满足多种国防需求, 也得到了广泛的研究和应用。由于大型的相控阵天线阵列阵元数目过多, 如果在阵元级上实现数字波束形成处理会导致过高的硬件成本和系统复杂度等问题, 算法收敛速度也会变慢。因此多个阵元使用同一套 T/R 组件等既能节省硬件开支, 也能降低系统的复杂度, 这种把多个阵元当作

一个子阵的方式称为子阵划分。传统的均匀划分子阵的方式会导致子阵相位中心间距扩大, 从而产生过高的副瓣甚至栅瓣, 影响波束形成的性能。如何合理地划分子阵是一项亟待研究的问题。

文献[1]对比了传统的三种划分形式, 分别是均匀不重叠划分, 均匀重叠划分, 非均匀不重叠划分, 通过综合考虑硬件实现难度, 信号处理性能及算法复杂度等因素, 得出非均匀不重叠的划分形式综合性能最优, 并且针对这种划分方式, 提出了一种等噪声功率法的划分方法, 降低副瓣电平。文献

[2-3]提出了一种均匀重叠的子阵划分方式,文中提出可以通过重复使用阵元的方式,达到抗干扰以及空间复用的效果。文献[4]提出了一种设计模块化子阵的方法,此方法结构化子阵,方便维修,替换及后期维护。

然而上述文献很多都是特定的子阵划分方式,这些划分方法可以满足特定的某项性能要求,但是解决更高的性能指标约束的能力则有些不足。而解决这些问题的方法之一就是采用智能算法。智能算法是一种迭代优化,整体搜索的算法,在初始化解后,通过对适应度函数的计算和反馈,不断优化以达到最优解。此优化方法可以搜索到目标区域的最优解。文献[5-6]提出了利用遗传算法解决大型阵列的子阵划分问题,取主旁瓣比作为适应度函数,在多次迭代操作,进一步提高了主旁瓣比及波束形成的性能。

本文采用了改进的粒子群算法优化子阵结构,粒子群算法是一种群体优化算法<sup>[7]</sup>,算法首先在解空间内初始化粒子群,计算每个粒子的初始适应度,继而每个粒子通过学习自身的最优适应度解和群体的最优适应度解来更新自己,经过若干次迭代后得到符合要求的最优解,同时粒子群算法也有最大化搜索解空间,快速的收敛至最优解等特点。本文以差波束最大副瓣电平以及权矢量逼近误差两项性能指标作为适应度函数,对比其他的常规方法,证明了粒子群算法可以收敛到最优的子阵结构。

## 2 子阵级波束形成算法

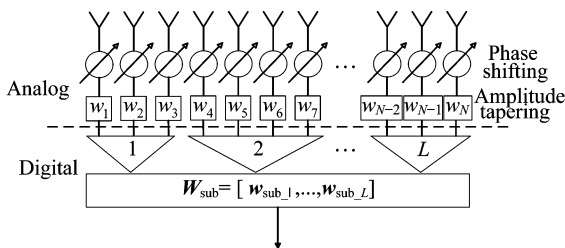


图 1 子阵级波束形成模型

Fig. 1 Beamforming model in subarray level

如图 1 所示,将  $N$  个阵元划分成  $L$  个子阵,每个子阵内的阵元个数不限,将子阵的结构建模为一个向量  $\mathbf{c}$ ,其数学表达为:

$$\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_n, \dots, c_N] \quad (1)$$

其中  $c_n = l$  表示第  $n$  个阵元属于第  $l$  个子阵。假设来波的波长是  $\lambda$ ,波束指向的方向是  $\theta_0$ ,所以阵元级模拟移相为  $\Phi_0$ ,阵元级模拟加权为  $\mathbf{w}_{\text{ele}}$ ,其数学表示分别如下:

$$\Phi_0 = [1, e^{j2\pi d \sin \theta_0 / \lambda}, \dots, e^{j2\pi(N-1) d \sin \theta_0 / \lambda}]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{w}_{\text{ele}} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T \quad (3)$$

子阵形成矩阵可以表示为  $N \times L$  维矩阵  $\mathbf{T}_0$ ,矩阵的每个元素为 0 或 1,其组成形式由子阵结构向量  $\mathbf{c}$  决定,具体数学表达如下:

$$\mathbf{T}_{0[nl]} = \begin{cases} 1 & c_n = l \\ 0 & c_n \neq l \end{cases} \quad (4)$$

当第  $n$  个阵元属于第  $l$  个子阵时,  $\mathbf{T}_{0[nl]}$  取 1,反之则全部取 0。因此,如果是非重叠划分,则子阵形成矩阵的列向量是两两正交的。

通过子阵综合,子阵级的接收信号可以通过阵元级接受信号  $\mathbf{x}(t)$  表示:

$$\mathbf{x}_{\text{sub}}(t) = \mathbf{T}^H \mathbf{x}(t) \quad (5)$$

其中  $\mathbf{x}_{\text{sub}}(t)$  为子阵级阵列接收信号,矩阵  $\mathbf{T}$  是子阵转换矩阵,由子阵形成矩阵,阵元级模拟移向及阵元级模拟加权共同表示:

$$\mathbf{T} = \text{diag}(\Phi_0) \text{diag}(\mathbf{w}_{\text{ele}}) \mathbf{T}_0 \quad (6)$$

式中  $\text{diag}(\mathbf{w})$  表示一个对角线元素为向量  $\mathbf{w}$  的对角矩阵。天线的方向图可以表示为:

$$F(\theta) = \mathbf{w}_{\text{sub}}^H \mathbf{a}_{\text{sub}}(\theta) = \mathbf{w}_{\text{sub}}^H \mathbf{T}^H \mathbf{a}(\theta) \quad (7)$$

式中  $\mathbf{a}(\theta)$  为阵元级的导向矢量,其表达形式为:

$$\mathbf{a}(\theta) = \left[ 1, e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (N-1) d \sin \theta} \right]^T \quad (8)$$

由式(7)所示,子阵级的方向图函数受到两方面的影响,其一是子阵结构,其二是子阵级加权。因此对于子阵级方向图的优化即是对于子阵结构和子阵级加权的优化。将优化问题数学建模为如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_0, \mathbf{W}_{\text{sub}} &= \min \|\mathbf{T} \mathbf{W}_{\text{sub}} - \mathbf{W}_{\text{ref}}\|^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{T} &= \text{diag}(\Phi_0) \text{diag}(\mathbf{w}_{\text{ele}}) \mathbf{T}_0 \end{aligned} \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{W}_{\text{ref}}$  表示参考的信号阵元级加权,  $\mathbf{W}_{\text{ref}} = [\mathbf{w}_{\text{ref}}^s, \mathbf{w}_{\text{ref}}^d]$ ,其中  $\mathbf{w}_{\text{ref}}^s$  和  $\mathbf{w}_{\text{ref}}^d$  分别为阵元级的和波束以及差波束的参考加权,本文采用的是常用的和差波束低副瓣加权,分别为和波束 Taylor 权和差波束 Bayliss 权,而  $\mathbf{W}_{\text{sub}} = [\mathbf{w}_{\text{sub}}^s, \mathbf{w}_{\text{sub}}^d]$ ,其中  $\mathbf{w}_{\text{sub}}^s$  和  $\mathbf{w}_{\text{sub}}^d$  表示子阵级的和差波束加权,所以对于子阵方向图的优化就转换成综合优化子阵结构和加权使其和阵元级的

参考加权最接近。

在实际的应用中,子阵结构的确定就可以确定子阵级的加权,而子阵级的和波束加权通常和阵元级参考加权取相同的值,即  $\mathbf{w}_{\text{ref}}^s = \mathbf{w}_{\text{sub}}^s$ ,因此本文的算法优化的权矢量逼近误差主要指子阵级的差波束加权和参考 Bayliss 加权的误差。

### 3 算法参数设置及步骤

#### 3.1 参数设置

在应用改进的粒子群算法之前,需要设置波束形成需要的参数。设置阵元总数为 48 个,而子阵个数为 6 个,子阵内的阵元个数范围为 1~20 个,波束的扫描角度是  $-90^\circ \sim 90^\circ$ ,粒子群算法的两个学习因子都为 2,最大迭代次数为 100,粒子的个数为 20。粒子速度的最大最小值分布为 1 和 -1。

表 1 粒子群算法参数设置

Tab. 1 PSO Parameters and its values

参数	取值
阵元总数	48
子阵个数	6
子阵包含的阵元个数	1~20
波束扫描角度	$-90^\circ \sim 90^\circ$
期望信号的方向	$0^\circ$
学习因子	$c_1 = 2 \quad c_2 = 2$
最大迭代次数	100
粒子个数	20
速度范围	-1 ~ 1

#### 3.2 算法仿真步骤

粒子群算法是智能优化算法的一种,此算法运行时,每一次迭代,粒子都会引入自身最优及群体最优解来优化自身,因此在若干次迭代后能够达到符合条件的解。因为粒子群算法既考虑了一个粒子自身的最优解,同时也考虑了整个种群的最优解,因此可以最大化的搜索整体最优。粒子群算法的主要参数有:每个粒子的速度向量  $\mathbf{V}_i$  及粒子的位置向量  $\mathbf{X}_i$ ,粒子自身的最优解  $P_{\text{best}}$ ,群体粒子的最优解  $G_{\text{best}}$ ,以及对这两个最优解的学习因子  $c_1, c_2$ 。基本的粒子群算法一般由以下步骤组成:

1. 初始化粒子群。

本次仿真粒子群的搜索空间,也就是解空间是一个 6 维空间,而粒子的总数为 20。初始化时,粒子随机均匀地分布于解空间内。第  $i$  个粒子的位置向量和速度向量如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i &= \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i6}\} \quad (i = 1, 2, \dots, 20) \\ \mathbf{V}_i &= \{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{i6}\} \quad (i = 1, 2, \dots, 20) \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $x_{ij}$  代表每个子阵中阵元个数,图 2 就表示了子阵划分结果和  $x_{ij}$  的关系。

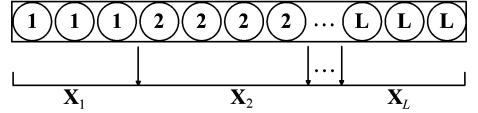


图 2 子阵划分结果

Fig. 2 Model of subarray partition result

为了计算差波束,本次模拟添加以下约束:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 X_{ij} &= 24, x_{ij\text{min}} = 1, x_{ij\text{max}} = 20 \\ x_{ij} &= x_{i(6-j)} \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)的约束可知,本次划分采用的是非重叠,不均匀划分,每个阵元只属于一个子阵,另外式(11)约束了子阵结构是一个对称的结构,便于差波束形成的计算。初始速度的设定如下:

$$\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_{\text{max}} * \text{rand}(-1, 1) \quad (12)$$

其中  $\mathbf{v}_{\text{max}}$  表示粒子的最大速度,在参数设置中取值为 1。初始化时,每个粒子的初始速度都是由  $\mathbf{v}_{\text{max}}$  乘以一个取值为  $-1 \sim 1$  的随机数生成。

2. 计算每个粒子当前搜索到的最优解  $P_{\text{best}}$  及粒子群体搜索的最优解  $G_{\text{best}}$ 。

将所有的子阵结构建模成向量后,需要确定适应度函数来计算当前的粒子自身最优解  $P_{\text{best}}$  和群体最优解  $G_{\text{best}}$ 。本次仿真以差波束的最大副瓣电平为优化的适应度函数,本次模拟只优化子阵结构,子阵加权可以通过下式求出:

$$\mathbf{w}_{\text{sub}} = (\mathbf{T}^H * \mathbf{T})^{-1} * \mathbf{T}^H * \mathbf{W}_{\text{ref}} \quad (13)$$

其中  $(\mathbf{T}^H * \mathbf{T})^{-1}$  表示矩阵的逆矩阵,通过式(13)可以看出子阵级加权是由子阵转换矩阵  $\mathbf{T}$  和阵元级参考加权  $\mathbf{W}_{\text{ref}}$  共同决定。再将式(13)代入公式(7)中求出方向图,本次模拟的两个适应度函数分别如下:

$$F_1 = \|\mathbf{T}(\mathbf{T}^H \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^H \mathbf{w}_{\text{ref}}^d - \mathbf{w}_{\text{ref}}^d\|^2 \quad (14)$$

$$F_2 = \max(\text{SLL}) \quad (15)$$

其中,  $F_1$  为权矢量逼近误差,通过子阵加权求出对

应的等效阵元级加权,再求出权矢量逼近误差,  $F_2$  为最大副瓣电平,其具体解法为求解归一化方向图的极大值点,其中非零最大值即为方向图最大副瓣电平。比较每个粒子所有时刻的适应度求出其在不同适应度函数下的最优解  $P_{best1}$ 、 $P_{best2}$ ,比较所有粒子的最优解,求出群体最优解  $G_{best1}$ 、 $G_{best2}$ 。

3. 根据粒子的当前最优解  $P_{best}$  及群体最优解  $G_{best}$ ,更新粒子的速度与位置信息。

通过步骤 2 确定当前的自身最优值和群体最优值后,粒子通过学习改进自身的取值,从而达到优化效果。由于本文采用两个适应度函数,所以对应的最优解不同,在更新的时候同时更新两种最优解,具体的数学表达如下:

$$\begin{aligned} V_i(t+1) &= \omega(t) * V_i(t) + \\ &c_1 * r_1 * (P_{best1} + P_{best2} - 2X_i(t)) + \\ &c_2 * r_2 * (G_{best1} + G_{best2} - 2X_i(t)) \\ X_i(t+1) &= X_i(t) + V_i(t+1) \end{aligned} \quad (16)$$

式中,  $c_1$  和  $c_2$  是粒子对于自身最优解和群体最优解的学习因子,  $r_1$  和  $r_2$  是取值范围为 0~1 的随机数。速度更新的等式主要由三部分组成,第一部分为当前速度,第二部分是对粒子当前搜索到的最优解的学习,第三部分是对群体搜索的最优解的学习,通过这两部分的学习,粒子可以在全局范围内快速收敛到最优解。

由于在粒子群算法开始时,由于需要快速搜索全局内容,因此自身的速度分量占的比重大,而到了算法后期,由于得在最优区域内部搜索,自身的速度分量占的比重应该减少。因此,研究人员在速度更新中引入惯性因子  $\omega$ <sup>[8-9]</sup>,  $\omega$  的取值随着迭代次数的增多而减少。然而,由于粒子速度同时更新两项信息,所以为了避免算法初期快速收敛至局部最优,本次仿真采用分段式的惯性因子,其具体表达如下:

$$\omega(t) = \begin{cases} \omega_{start} & t \leq 10 \\ \frac{\omega_{start} - \omega_{end}}{Iter} (Iter - t - 10) + \omega_{end} & t > 10 \end{cases} \quad (17)$$

本次模拟经过蒙特卡罗法多次仿真得出,当  $\omega$  的取值从 0.9 衰减到 0.4 时,算法的搜索能力最强。

由于粒子的速度和位置都有极值,因此在更新速度和位置信息时,如果值溢出则取相应的极大值

和极小值替代。

4. 重复步骤 2~3,直到群体最优解或者算法迭代次数达到要求,选出此时适应度函数最优的粒子作为此次算法运算的最优解。

经过上述步骤,得出同时优化权矢量逼近误差和差波束副瓣电平的子阵结构,具体的仿真结果分析如下。

## 4 仿真结果分析

图 3 展示了随着迭代次数的增大,两种待优化的性能参数,也就是两个适应度函数的变化情况,其中实线代表差波束最大副瓣电平随迭代次数的变化,虚线代表权矢量逼近误差的变化,由图可知,在迭代次数到 20 代以后,这两个性能参数均达到最优,因此可以得出本次提出的子阵划分方法能够同时优化多个性能参数并快速收敛至最优解。

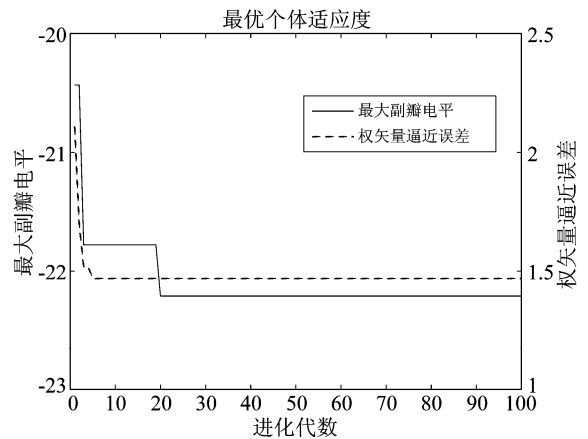


图 3 两种性能指标随迭代次数的变化

Fig. 3 Two kinds of performances change with the number of iterations

为了验证本文采用方法在两项性能指标的优化情况,本文对比了传统的其他方法在两项性能指标的数值,其具体的表如下。

表 2 不同方法的优化结果

Tab. 2 Simulation results of different methods

优化方法	子阵结构	权矢量逼近误差	最大副瓣电平
NEP	[11, 8, 5, 5, 8, 11]	2.7079	-18.8911
GA	[16, 4, 4, 4, 4, 16]	1.4687	-21.2933
PSO	[14, 6, 4, 4, 6, 14]	1.4406	-22.2091

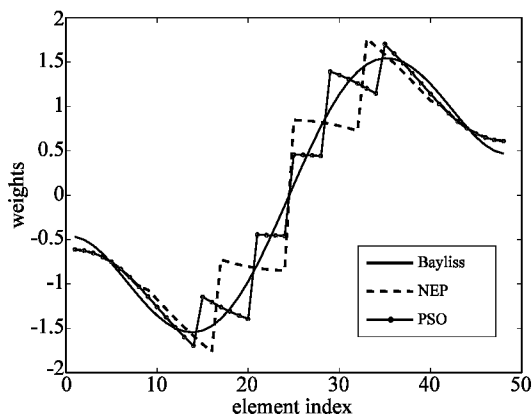


图4 不同划分结果的子阵级加权和参考加权

Fig. 4 The equivalent element weights of different subarray partition methods

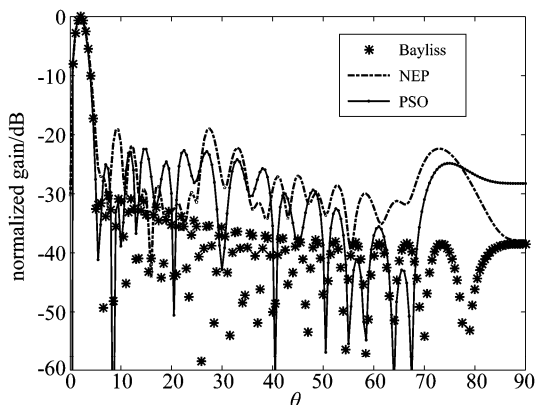


图5 不同划分结果的差波束方向图及参考方向图

Fig. 5 The difference pattern synthesized by different subarray partition methods

NEP表示等噪声功率法,由表2可知,其划分结果的差波束性能较差,而GA表示以最大副瓣电平为适应度函数的遗传算法,和本文采用的基于粒子群算法的子阵划分方法对比可知,其在权矢量逼近误差和最大副瓣电平两项指标上均有所不足,图4也展示了粒子群算法和均匀划分方法的权矢量具体情况,由图可以看出,粒子群算法的权矢量相较于均匀划分方法更接近参考的Bayliss加权<sup>[10]</sup>。

本次仿真还对比了粒子群算法和等噪声功率法的划分结果在差波束最大副瓣上的差距。比较两种划分方式和参考加权可得:

选择Bayliss加权的差波束方向图的最大副瓣SLL=-30 dB,从图5可以看出,采用粒子群算法(PSO)的差波束方向图可以将最大副瓣电平控制在

-20 dB以下,在本次模拟中准确值为-22.21 dB,而采用等噪声功率法得到的最大副瓣电平为-18.89 dB,因此可以得出结论:本文采用的基于粒子群算法的子阵划分优化算法,可以同时优化两项甚至多项性能参数,并且达到最优解。

## 5 结论

本文提出了一种基于改进的粒子群算法的子阵划分优化方法,通过和其他常规方法对比可知,粒子群算法能够在多个适应度函数下达到最优划分,可以得出结论:本文提出的基于粒子群算法的子阵划分方法可以同时优化多项性能指标。由于智能算法具有高的适应性,因此接下来的研究中,希望从两点出发,第一是验证本次提出的子阵划分方法能否同时优化其他性能指标;第二是将线性阵列推广至平面阵列或者共形阵列,希望可以将粒子群算法等智能算法应用到实际的阵面设计之中。

## 参考文献

- [1] Nickel U R O. Subarray configurations for digital beamforming with low sidelobes and adaptive interference suppression[C] // Radar Conference, 1995. Record of the IEEE 1995 International, 1995:714-719.
- [2] Liu E, Meng W, Han S. A dense overlapped linear subarray architecture for interference suppressing in small-scale arrays[J]. International Journal of Communication Systems, 2015, 28(5):990-1000.
- [3] 陈建锋, 吴海. 基于子阵重叠结构的子阵划分技术研究[J]. 舰船电子对抗, 2016, 39(1):95-98.  
Chen J F, Wu H. Research into subarray division technology based on overlapped subarray architecture [J]. Shipboard Electronic Countermeasure, 2016, 39(1):95-98. (in Chinese)
- [4] Isernia T, D'Urso M, Bucci O M. A Simple Idea for an Effective Sub-Arraying of Large Planar Sources[J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2009, 8(4):169-172.
- [5] 于芳, 谢宏. 基于遗传算法的用于线阵差方向图优化[J]. 电脑知识与技术, 2008(15):1107-1108.  
Yu F, Xie H. Optimization of used to linear antenna array difference patterns optimization based on genetic algorithms[J]. DIANNAO ZHISHI YU JISHU, 2008(15):1107-1108. (in Chinese)
- [6] Golino G. Improved genetic algorithm for the design of

the optimal antenna division in sub-arrays: a multi-objective genetic algorithm [C] // Radar Conference, 2005 IEEE International, 2005:629-634.

- [7] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]// IEEE International Conference on Neural Networks, 1995. Proceedings, 1995,4:1942-1948.
- [8] 赵佳鑫, 高岳林. 一种改进的自适应粒子群算法[J]. 宁夏大学学报:自然科学版, 2016, 37(2):125-130.  
Zhao J X, Gao Y L. An improved adaptable particle swarm optimization [J]. Journal of Ningxia University: Nature Science Edition, 2016, 37(2):125-130. (in Chinese)
- [9] Yao Y L, Jin-Rong H E. A Particle Swarm Optimization Algorithm Based on Simulated Annealing[J]. Advanced Materials Research, 2014, 989-994:2301-2305.
- [10] Bayliss E T. Design of Monopulse Antenna Difference Patterns with Low Sidelobes [J]. Bell Labs Technical Journal, 1968, 47(5):623-650.

#### 作者简介



**胡尚坤** 男, 1994 年生, 安徽滁州人。北京理工大学雷达技术研究所硕士研究生。主要研究方向为相控阵雷达阵列子阵划分算法。

E-mail: hsk1994@126.com



**孙雨泽** 男, 1990 年生, 北京理工大学雷达技术研究所硕士博士生。主要研究方向为空时二维自适应处理和信号处理。

E-mail: sunke0332@sina.cn



**杨小鹏** 男, 1976 年生, 河北迁安人。教授, 博士生导师, 主要研究方向为相控阵雷达和自适应阵列信号处理。

E-mail: xiaopengyang@bit.edu.cn



**曾涛** 男, 1971 年生, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向包括雷达系统及雷达信号处理等。

E-mail: zengtao@bit.edu.cn



**龙腾** 男, 1968 年生, 湖北黄冈人。北京理工大学教授, 博士生导师。现任信息与电子学院院长、雷达技术研究所所长。2002 年英国 University College London 电气工程系任高级访问学者。教育部“新体制雷达与实时信息处理”创新团队带头人。

E-mail: longteng@bit.edu.cn