

# 三平行线阵中基于改进传播算子的 二维 DOA 估计方法

杨晋生 孙光涛 陈为刚

(天津大学电子信息工程学院, 天津 300072)

**摘 要:** 提出了一种三平行线阵中基于改进传播算子的二维波达方向估计方法。该方法针对三平行阵列的结构特点, 利用三平行线阵中两个相互垂直的双平行线阵, 分别构造一个扩展传播矩阵, 求得旋转矩阵。然后根据三平行线阵的特性, 对分别得到的旋转矩阵进行配对。最后利用配对后的旋转矩阵, 联合估计信号的方位角和俯仰角。该方法当俯仰角在  $70^\circ \sim 90^\circ$  之间时不会出现角度估计失效问题, 充分利用了所有阵元信息, 提高了角度估计性能, 而且具有更低的计算复杂度。仿真验证了提出方法的有效性。

**关键词:** 二维波达方向估计; 三平行线阵; 传播算子算法

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A      **DOI:** 10.16798/j.issn.1003-0530.2016.12.009

## 2-D DOA Estimation Algorithm for Three-Parallel ULAs Based on Improved Propagator Method

YANG Jin-sheng SUN Guang-tao CHEN Wei-gang

( School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China )

**Abstract:** A two-dimensional direction of arrival estimation method is proposed for three-parallel uniform linear arrays based on improved propagator method. Considering the geometric characteristic of the three-parallel ULAs, we obtain the rotational matrices by constructing an extended propagator matrix respectively for two vertical two-parallel ULAs of the three-parallel ULAs. Then the rotational matrices are paired by utilizing the feature of the three-parallel ULAs. Finally, the azimuth and elevation are jointly estimated by the paired rotational matrices. The proposed method has no estimation failure when the elevation angles are between  $70^\circ$  and  $90^\circ$ , and it makes full use of the elements, which improves the angle estimation performance with lower complexity. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** two-dimensional direction-of-arrival estimation; three-parallel uniform linear arrays; propagator method

### 1 引言

波达方向 (direction of arrival, DOA) 估计被广泛的应用在雷达、声呐、移动通信、天文和地震监测等领域。近年来, 二维 DOA 估计成为阵列信号处理领域一个研究的热点, 其中有基于 MUSIC 的算法<sup>[1]</sup>、基于广义 ESPRIT 的算法<sup>[2]</sup>、基于张量分解的算法<sup>[3]</sup>、基于平行因子的算法<sup>[4]</sup>、基于压缩感知的

算法<sup>[5]</sup>、基于四元数的算法<sup>[6]</sup>和基于传播算子的算法<sup>[7-8]</sup>等。传播算子算法不需要对接收信号矩阵进行奇异值分解或自相关矩阵进行特征值分解<sup>[9]</sup>, 具有较低的计算复杂度, 所以自其提出以来就引起了学者们的广泛研究。文献[10]将传播算子算法应用到二维 DOA 估计中, 但是其提出的方法仍需要进行二维谱峰搜索。文献[11-12], 利用双平行线阵, 分别提出了一种基于传播算子的二维 DOA 估计算

法。但是文献[11]中的算法,需要进行方位角和俯仰角之间的配对,此外还存在角度估计失效问题。和文献[11]中的算法相比,虽然文献[12]中的算法计算更高效,但是其方位角和俯仰角估计性能更差。文献[13-14]中,Tayem 分别针对三平行线阵和 2-L 型阵列提出了一种基于传播算子的二维 DOA 估计算法。但文献[13]中的算法在构造传播矩阵时仅利用了部分天线阵元的信息。而由于文献[14]中的算法分别对矩阵进行奇异值分解,因此需要进行配对<sup>[15]</sup>。文献[16]基于传播算子提出了一种改进的二维 DOA 估计方法,该方法利用了所有阵元的信息,提高了 DOA 估计性能,能够实现自动配对的方位角和俯仰角估计。但由于其采用双平行线阵,所以仍具有角度估计失效问题。

上述算法或需要复杂的配对过程,或没有充分利用阵元信息,或具有角度估计失效问题。为了解决上述问题,本文提出了一种三平行线阵下基于改进传播算子的二维 DOA 估计方法。该方法根据三平行线阵可以看做三个双平行线阵的结构特点,同时为了避免出现角度模糊,选取位于  $xoy$  平面和  $yoz$  平面内的两个相互垂直的双平行线阵分别求解旋转矩阵。然后根据三平行线阵的特性,对旋转矩阵进行快速配对。最后利用配对后的旋转矩阵,联合估计信号的方位角和俯仰角。

该方法充分利用了所有阵元信息,提高了方位角和俯仰角估计性能,同时具有更低的计算复杂度。其配对过程简单,在俯仰角为  $70^\circ \sim 90^\circ$  的实际移动通信俯仰角度范围内也不会出现角度估计失效问题。

## 2 阵列结构和数据模型

本文采用的天线阵列结构如图 1 所示。

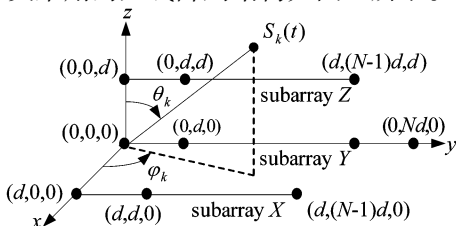


图 1 天线阵列几何结构

Fig. 1 Geometry of the antenna arrays

此阵列由三个相互平行的阵元间距为  $d$  ( $d = \lambda/2$ ,  $\lambda$  为信号波长) 的均匀线阵组成,分别用  $X, Y, Z$  表示。其中子阵  $Y$  由  $N+1$  个阵元组成,子阵  $X, Z$  由  $N$  个阵元组成,子阵  $Y$  和子阵  $X, Z$  的间距均为  $d$ 。假设有  $K$  个窄带非相关远场信号入射到此阵列上,其中第  $k$  个信号的方位角和俯仰角为  $(\varphi_k, \theta_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ )。为了模型的简化,不考虑天线阵元之间的互耦影响。

将位于坐标原点的阵元作为参考阵元,  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$  为子阵  $X$  接收信号矢量,  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_{N+1}(t)]^T$  为子阵  $Y$  接收信号矢量,  $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_N(t)]^T$  为子阵  $Z$  接收信号矢量,则子阵  $X, Y, Z$  在  $t$  时刻的接收数据矢量  $\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{z}(t)$  可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A}_y \Phi_x \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_x(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{A}_x \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_y(t) \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{A}_y \Phi_z \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_z(t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{n}_x(t) \in \mathbf{C}^{N \times 1}$ ,  $\mathbf{n}_y(t) \in \mathbf{C}^{(N+1) \times 1}$ ,  $\mathbf{n}_z(t) \in \mathbf{C}^{N \times 1}$  是均值为 0, 方差为  $\sigma^2$  的加性高斯白噪声,并和  $\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{z}(t)$  相互独立。  $\mathbf{A}_x = [\alpha_x(\varphi_1, \theta_1), \alpha_x(\varphi_2, \theta_2), \dots, \alpha_x(\varphi_K, \theta_K)]$  为子阵  $Y$  的阵列流型矩阵,  $\mathbf{A}_y$  为  $\mathbf{A}_x$  的前  $N$  行,其中  $\alpha_x(\varphi_i, \theta_i) = [1, e^{-j2\pi d \sin \varphi_i \sin \theta_i / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi N d \sin \varphi_i \sin \theta_i / \lambda}]^T$ ,  $\Phi_x, \Phi_z$  为包含信号方位角和俯仰角信息的  $K \times K$  对角矩阵,且具有如下的表达形式,

$$\Phi_x = \text{diag}[e^{-j2\pi d \cos \varphi_1 \sin \theta_1 / \lambda}, e^{-j2\pi d \cos \varphi_2 \sin \theta_2 / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d \cos \varphi_K \sin \theta_K / \lambda}] \quad (2)$$

$$\Phi_z = \text{diag}[e^{-j2\pi d \cos \theta_1 / \lambda}, e^{-j2\pi d \cos \theta_2 / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d \cos \theta_K / \lambda}] \quad (3)$$

则对于  $M$  快拍,子阵  $X, Y, Z$  的接收数据矩阵可表示为  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(M)]$ ,  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(M)]$ ,  $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}(1), \mathbf{z}(2), \dots, \mathbf{z}(M)]$ 。

## 3 提出的算法

该算法主要包括三个步骤:首先利用三平行线阵中的两个双平行线阵,基于改进传播算子分别求解旋转矩阵,然后对由两个双平行线阵分别估计到的旋转矩阵进行配对,最后根据配对后的旋转矩阵联合估计信号的方位角和俯仰角。下面对算法做详细说明。

### 3.1 旋转矩阵求解

大多数 DOA 估计算法的关键就是求解旋转矩阵  $\Phi_x$ ,  $\Phi_y$  和  $\Phi_z$ 。其中  $\Phi_y$  的形式为

$$\Phi_y = \text{diag} \left[ e^{-j2\pi d \sin \varphi_1 \sin \theta_1 / \lambda}, e^{-j2\pi d \sin \varphi_2 \sin \theta_2 / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d \sin \varphi_K \sin \theta_K / \lambda} \right] \quad (4)$$

从式(2)~式(4)可以看出,  $\Phi_x$ ,  $\Phi_y$  和  $\Phi_z$  包含了来波信号的方位角和俯仰角信息。

为求解旋转矩阵, 考虑到三平行线阵特殊的阵列结构, 将其按两个双平行线阵处理, 即位于  $xoy$  平面内的双平行线阵以及位于  $yoz$  平面内的双平行线阵, 并基于改进传播算子, 利用文献[16]中的方法分别求解旋转矩阵  $\Phi_x$ ,  $\Phi_y$  和  $\Phi_z$ 。

首先, 利用  $xoy$  平面内的双平行阵估计旋转矩阵  $\Phi_x$  和  $\Phi_y$ 。将子阵  $X$  和  $Y$  的接收信号数据合成一个新的接收数据矩阵  $W$ , 其形式为,

$$W = \begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = A_\eta S + N_\eta \quad (5)$$

其中  $A_\eta = [A_x^T, (A_y \Phi_x)^T]^T$ ,  $S = [s(1), s(2), \dots, s(M)]$ 。

将  $A_\eta$  按如下形式分块

$$A_\eta = \begin{bmatrix} A_{\eta_1} \\ A_{\eta_2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中  $A_{\eta_1}$  是一个  $K \times K$  的非奇异矩阵,  $A_{\eta_2}$  是一个  $(2N+1-K) \times K$  的矩阵, 则  $A_{\eta_2}$  可由  $A_{\eta_1}$  线性表示, 即存在  $K \times (2N+1-K)$  的传播算子矩阵  $P_\eta$  满足  $P_\eta^H A_{\eta_1} = A_{\eta_2}$ 。

定义接收信号矩阵  $W$  的协方差矩阵为  $R_\eta = E[WW^H]$ , 并将  $R_\eta$  分块表示为

$$R_\eta = [R_{\eta_1}, R_{\eta_2}] \quad (7)$$

其中  $R_{\eta_1} \in C^{(2N+1) \times K}$ ,  $R_{\eta_2} \in C^{(2N+1) \times (2N+1-K)}$ , 在无噪声条件下, 有  $R_{\eta_2} = R_{\eta_1} P_\eta$ 。实际应用中由于噪声的存在, 传播算子矩阵  $P_\eta$  可以利用下式估计

$$\hat{P}_\eta = (R_{\eta_1}^H R_{\eta_1})^{-1} R_{\eta_1}^H R_{\eta_2} \quad (8)$$

为充分利用所有阵元信息, 定义一个如下的扩展传播矩阵

$$P_{e_1} = \begin{bmatrix} I_K \\ \hat{P}_\eta^H \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中  $I_K$  为  $K$  阶单位矩阵。通常基于传播算子的 DOA 估计算法均是基于传播矩阵  $P_\eta$  的, 所以会存在孔径损失, 而扩展传播矩阵充分利用了所有阵元信息, 因此

所提方法能够得到更加准确的旋转矩阵估计值。

下面根据扩展传播矩阵  $P_{e_1}$ , 利用文献[16]中的算法求解旋转矩阵  $\Phi_y$  和  $\Phi_x$  的估计值。在无噪声条件下, 由式(9)可得

$$P_{e_1} A_{\eta_1} = A_{\eta_1} \quad (10)$$

将  $P_{e_1}$  按如下形式分块

$$P_{e_1} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix}, P_x \in C^{(N+1) \times K}, P_y \in C^{N \times K} \quad (11)$$

由式(10)和式(11)可得

$$P_x A_{\eta_1} = A_x \quad (12a)$$

$$P_y A_{\eta_1} = A_y \Phi_x \quad (12b)$$

定义矩阵  $P_1$  为  $P_x$  的前  $N$  行, 则由式(12a)得

$$P_1 A_{\eta_1} = A_y \quad (13)$$

将式(13)代入式(12b)可得

$$P_y A_{\eta_1} = P_1 A_{\eta_1} \Phi_x \quad (14)$$

即有

$$\Psi_x = P_1^+ P_y = A_{\eta_1} \Phi_x A_{\eta_1}^{-1} \quad (15)$$

对  $\Psi_x$  进行特征值分解, 则其特征值即为  $\hat{\Phi}_x$  的对角线分量, 且特征向量矩阵  $\hat{A}_{\eta_1}$  和  $A_{\eta_1}$  满足  $A_{\eta_1} = \hat{A}_{\eta_1} \Pi_1$ 。其中  $\Pi_1$  是一个  $K \times K$  置换矩阵,  $\hat{\Phi}_x$  为  $\Phi_x$  的估计值, 且有  $\Phi_x = \Pi_1 \hat{\Phi}_x \Pi_1$ 。

定义两个矩阵  $B_1 = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_3 \end{bmatrix} \hat{A}_{\eta_1}$ ,  $B_2 = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_4 \end{bmatrix} \hat{A}_{\eta_1}$ , 其中

$P_2$  为  $P_x$  的后  $N$  行,  $P_3$  为  $P_y$  的前  $N-1$  行,  $P_4$  为  $P_y$  的后  $N-1$  行。由式(12a)和式(12b)可分别得

$$P_2 \hat{A}_{\eta_1} = P_1 \hat{A}_{\eta_1} \Phi_y \quad (16a)$$

$$P_4 \hat{A}_{\eta_1} = P_3 \hat{A}_{\eta_1} \Phi_y \quad (16b)$$

则由式(16a)和式(16b)可得  $B_2 = B_1 \Phi_y$ , 即有

$$\hat{\Phi}_{\eta,y} = B_1^+ B_2 \quad (17)$$

其中  $\hat{\Phi}_{\eta,y}$  为  $\Phi_y$  的估计值, 且有  $\Phi_y = \Pi_1 \hat{\Phi}_{\eta,y} \Pi_1$ 。

同理, 可以利用  $yoz$  平面内的双平行线阵估计  $\Phi_y$  和  $\Phi_z$ 。将子阵  $Y$  和  $Z$  的接收信号数据合成一个新的接收数据矩阵  $Q$ , 其形式为

$$Q = \begin{bmatrix} Y \\ Z \end{bmatrix} = A_\kappa S + N_\kappa \quad (18)$$

其中  $A_\kappa = [A_x^T, (A_y \Phi_z)^T]^T$ , 则有接收信号矩阵  $Q$  的协方差矩阵  $R_\kappa = E[QQ^H]$ 。按照式(7)~式(17)所

述的步骤可以求得旋转矩阵  $\Phi_y$  的估计值  $\hat{\Phi}_{\kappa,y}$  以及  $\Phi_z$  的估计值  $\hat{\Phi}_z$ 。

由于将三平行线阵按两个双平行线阵处理,根据子阵  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  的接收信号分别构造了两个接收数据矩阵,所以与文献[16]中直接将子阵接收信号构成一个接收数据矩阵相比,提出算法仅需求解两个维数更小的协方差矩阵,计算量更小。

### 3.2 旋转矩阵配对

尽管文献[16]中算法求得的旋转矩阵  $\hat{\Phi}_x$  和  $\hat{\Phi}_{\eta,y}$  以及  $\hat{\Phi}_z$  和  $\hat{\Phi}_{\kappa,y}$  是自动配对的。但由于在求解  $\hat{\Phi}_x$  和  $\hat{\Phi}_z$  时是分别进行奇异值分解的,所以并不能保证  $\hat{\Phi}_x$  和  $\hat{\Phi}_z$  之间也是自动配对的。考虑到  $\hat{\Phi}_{\eta,y}$  和  $\hat{\Phi}_{\kappa,y}$  均为  $\Phi_y$  的估计值,则可以根据幅角大小关系实现  $\hat{\Phi}_x$  和  $\hat{\Phi}_z$  的配对。

首先按照  $\hat{\Phi}_{\eta,y}$  和  $\hat{\Phi}_{\kappa,y}$  对角线上元素幅角从大到小的顺序,分别对  $\hat{\Phi}_{\eta,y}$  和  $\hat{\Phi}_{\kappa,y}$  对角线上元素重新排列,得到新的矩阵  $\tilde{\Phi}_{\eta,y}$  和  $\tilde{\Phi}_{\kappa,y}$ ,则有

$$\tilde{\Phi}_{\eta,y} = \hat{\Phi}_{\eta,y} \Pi_2 \quad (19)$$

$$\tilde{\Phi}_{\kappa,y} = \hat{\Phi}_{\kappa,y} \Pi_3 \quad (20)$$

其中  $\Pi_2$  和  $\Pi_3$  均为  $K \times K$  的置换矩阵。令  $\tilde{\Phi}_x = \hat{\Phi}_x \Pi_2$ ,  $\tilde{\Phi}_z = \hat{\Phi}_z \Pi_3$ , 则  $\tilde{\Phi}_{\eta,y}$ ,  $\tilde{\Phi}_{\kappa,y}$ ,  $\tilde{\Phi}_x$ ,  $\tilde{\Phi}_z$  即为配对后的旋转矩阵。

考虑到  $\tilde{\Phi}_{\eta,y}$ ,  $\tilde{\Phi}_{\kappa,y}$  均为  $\Phi_y$  的估计值,取它们的平均值作为  $\Phi_y$  的估计值,即

$$\tilde{\Phi}_y = (\tilde{\Phi}_{\eta,y} + \tilde{\Phi}_{\kappa,y})/2 \quad (21)$$

由于最终求得的  $\Phi_y$  的估计值为  $\tilde{\Phi}_{\eta,y}$  和  $\tilde{\Phi}_{\kappa,y}$  的平均值,所以所提方法充分利用了  $xoy$  平面和  $yoaz$  平面内的两个双平行阵来估计  $\Phi_y$ , 提高了阵元利用率,使估计结果更加准确。

### 3.3 方位角和俯仰角计算

设  $\hat{\alpha}_k, \hat{\beta}_k, \hat{\gamma}_k$  分别为  $\tilde{\Phi}_x, \tilde{\Phi}_y, \tilde{\Phi}_z$  的第  $k$  个对角线分量,则方位角和俯仰角的估计值  $\hat{\varphi}_k, \hat{\theta}_k$  分别为

$$\hat{\varphi}_k = \text{atan}(\text{angle}(\hat{\beta}_k)/\text{angle}(\hat{\alpha}_k)) \quad (22a)$$

$$\hat{\theta}_k = \text{atan}(\sqrt{\text{angle}(\hat{\alpha}_k)^2 + \text{angle}(\hat{\beta}_k)^2}/\text{angle}(\hat{\gamma}_k)) \quad (22b)$$

其中  $\text{angle}$  表示取幅角运算。由于正切函数的值域为  $-\infty \sim +\infty$ , 所以由式(22b)知,在利用反正切函数估计俯仰角时不会出现像文献[11]和文献[16]中利用反正弦函数估计俯仰角时由于正弦函数的取值大于 1 而造成的角度估计失效问题。

以上就是针对三平行线阵,提出的基于改进传播算子的 DOA 估计算法,该算法主要包括以下步骤:

(1) 构造式(5)所示的接收数据矩阵  $W$ 。

(2) 求解  $W$  的协方差矩阵  $R_\eta$ , 并按式(7)分块,

由式(8)估计传播矩阵  $\hat{P}_\eta$ 。

(3) 构造如式(9)所示的扩展传播矩阵  $P_{e1}$ , 将其按式(11)分块,由式(15)求得  $\Psi_x$ 。

(4) 对于  $\Psi_x$  进行特征值分解,求得旋转矩阵  $\Phi_x$

的估计值  $\hat{\Phi}_x$  以及  $A_{\eta_1}$  的估计值  $\hat{A}_{\eta_1}$ 。

(5) 构造矩阵  $B_1$  和  $B_2$ , 由式(17)求得旋转矩

阵  $\Phi_y$  的估计值  $\hat{\Phi}_{\eta,y}$ 。

(6) 构造式(18)所示的接收数据矩阵  $Q$ 。

(7) 按照步骤(2)~(5)对  $Q$  执行相同操作,求得旋转矩阵  $\Phi_z$  和  $\Phi_y$  的估计值  $\hat{\Phi}_z$  和  $\hat{\Phi}_{\kappa,y}$ 。

(8) 根据  $\hat{\Phi}_{\eta,y}$  和  $\hat{\Phi}_{\kappa,y}$  对角线上元素幅角大小关系,得到配对后的旋转矩阵  $\tilde{\Phi}_x, \tilde{\Phi}_y$  和  $\tilde{\Phi}_z$ 。

(9) 由式(22a)和式(22b)得到方位角和俯仰角的估计值  $\hat{\varphi}_k$  和  $\hat{\theta}_k$ 。

## 4 计算复杂度分析

本节分析所提算法的计算复杂度,其依据为算法对应的复数乘法计算量。由于在实际运算中有  $M \gg N > K$ , 所以算法的计算复杂度主要取决于求解协方差矩阵时的计算量,其中  $M, N$  和  $K$  分别为采样快拍数、子阵阵元数目和来波信号个数。则在天线阵元总数为  $N_s$  时,本文所提算法以及文献[11]、文献[13]和文献[16]提出算法在构造协方差矩阵时的计算量分别为  $O(2M(2N_s+1)^2/9)$ ,  $O(9M(N_s-1)^2/4)$ ,  $O(16M(N_s-1)^2/9)$ ,  $O(MN_s^2)$ 。图 2 和图 3 分别为对应不同阵元数目和快拍数时算法计算复杂度比较。

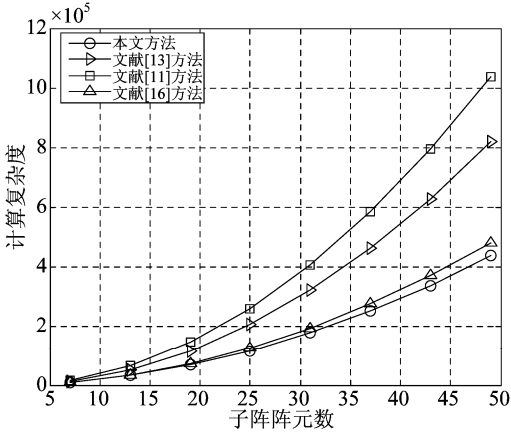


图2 快拍数为200时,不同算法计算复杂度随阵元数目的变化情况

Fig. 2 Complexity comparison against sensor numbers ( $M=200$ )

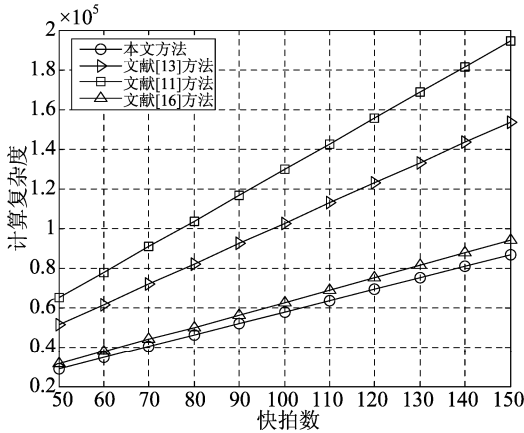


图3 阵元总数为25时,不同算法计算复杂度随快拍数的变化情况

Fig. 3 Complexity comparison against snapshots ( $N_s=25$ )

从图中可以看出相对于文献[11,13,16]中的算法,本文提出算法具有更低的计算复杂度,这是因为文献[11]和文献[13]中的算法在构造接收信号矩阵时,其子阵间存在重叠阵元,导致协方差矩阵维数增加,存在冗余数据,而文献[16]中的算法虽然不存在冗余数据,但是其构造的接收数据矩阵仍具有较大的维数。本文提出算法,通过分别利用 $xoy$ 平面内和 $yoz$ 平面内两个双平行阵,构造了两个维数更小的接收数据矩阵,因此在求解协方差矩阵时会具有更低的计算复杂度。

## 5 仿真与分析

下面通过计算机仿真验证本文提出算法的有效性。算法性能评价标准为角度估计均方误差。方位角和俯仰角均方误差定义为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{(1/M) \sum_{l=1}^M (\hat{\vartheta}_l - \vartheta)^2} \quad (23)$$

其中 $\vartheta$ 表示 $\theta$ 或 $\varphi$ 的真实值, $\hat{\vartheta}_l$ 表示第 $l$ 次蒙特卡洛仿真 $\vartheta$ 的估计值。方位角和俯仰角的联合均方误差定义为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{(1/M) \sum_{l=1}^M (\hat{\varphi}_l - \varphi)^2 + (\hat{\theta}_l - \theta)^2} \quad (24)$$

仿真中除非特殊说明均取 $N=6$ ,即三平行线阵共有19个阵元,阵列间距 $d=0.5\lambda$ ,其中 $\lambda$ 为信号波长,对于每次仿真实验均取快拍数为200,进行 $M=500$ 次蒙特卡洛仿真。

### 仿真实验1

假设有 $K=2$ 个等功率非相关信号入射到天线阵列,其中 $\text{SNR}=15$  dB,信号的方位角和俯仰角为 $(\varphi_1, \theta_1) = (45^\circ, 75^\circ)$ ,  $(\varphi_2, \theta_2) = (55^\circ, 85^\circ)$ 。图4和图5显示了方位角和俯仰角的估计值。从图中可以看出,本文提出算法能够清晰的分辨这两个来波信号。

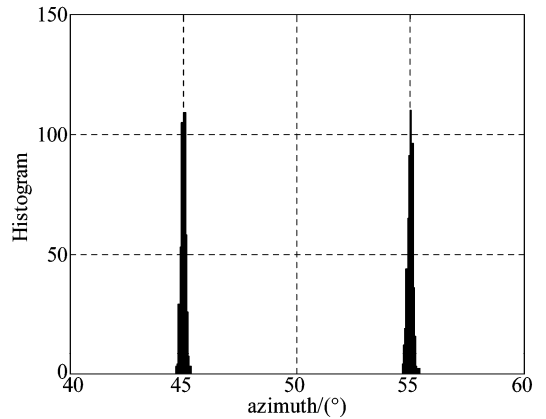


图4 方位角估计性能

Fig. 4 Azimuth estimation performance of the proposed algorithm

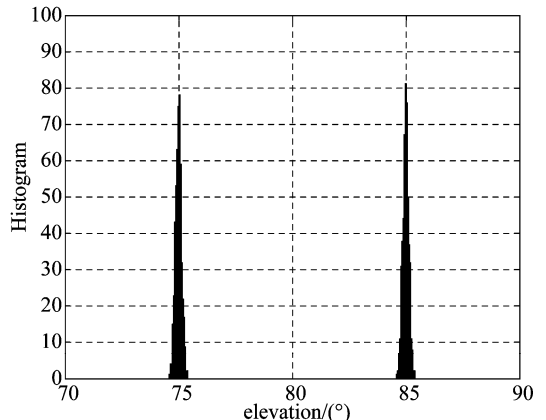


图5 俯仰角估计性能

Fig. 5 Elevation estimation performance of the proposed algorithm

### 仿真实验 2

假设有  $K=1$  个信号入射到天线阵列,  $SNR=10$  dB, 其中信号的方位角和俯仰角均在  $10^\circ \sim 80^\circ$  之间以  $2^\circ$  的步长变化。图 6~9 分别为对于所有的方位角和俯仰角组合, 不同算法的角度估计联合均方误差曲线。

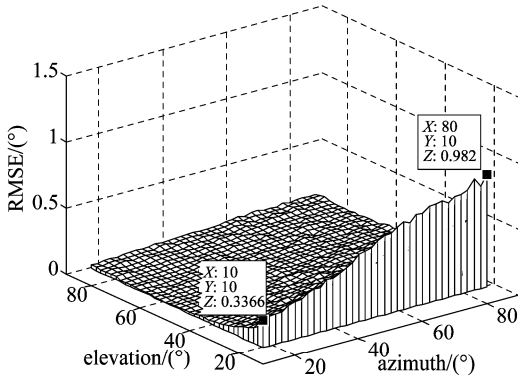


图 6 基于本文算法的不同角度联合均方误差  
Fig. 6 Joint RMSE for a single source at different DOAs based on the proposed algorithm

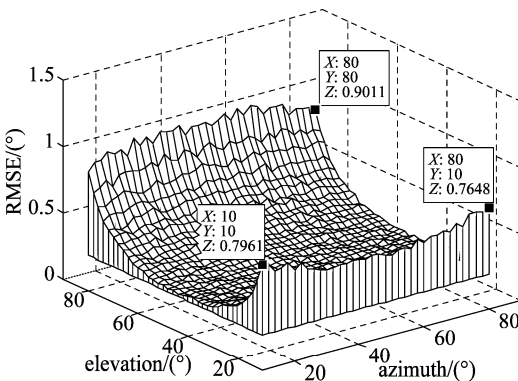


图 7 基于文献[11]中的算法的不同角度联合均方误差  
Fig. 7 Joint RMSE for a single source at different DOAs based on the algorithm in reference [11]

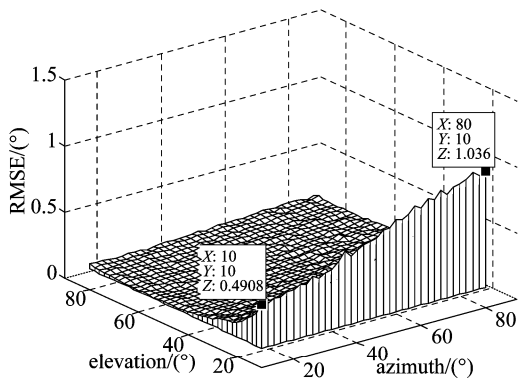


图 8 基于文献[13]中的算法的不同角度联合均方误差  
Fig. 8 Joint RMSE for a single source at different DOAs based on the algorithm in reference [13]

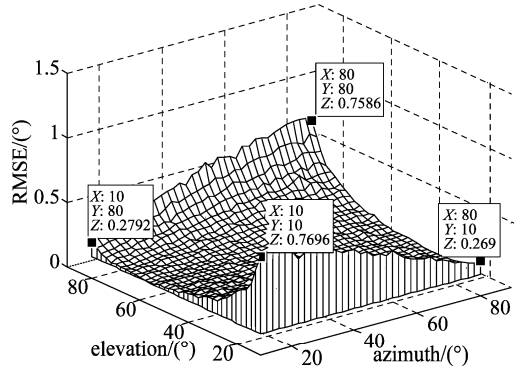


图 9 基于文献[16]中的算法的不同角度联合均方误差  
Fig. 9 Joint RMSE for a single source at different DOAs based on the algorithm in reference [16]

从图中可以看出, 本文提出算法的性能要优于文献[13]中的算法, 因为本文提出算法在构造传播矩阵时利用了所有阵元的信息, 而文献[13]中的算法仅利用了部分阵元信息, 损失了一部分阵列孔径。尽管在俯仰角较小时, 本文提出算法的估计性能稍差于文献[11]和文献[16]中的算法, 但是在俯仰角为  $70^\circ \sim 90^\circ$  的实际移动通信俯仰角度范围, 本文提出算法的性能要显著优于文献[11]和文献[16]中的算法。至于为什么在俯仰角较小时, 提出算法的角度估计均方误差会增大, 这是由于阵列测角误差是与来波信号方向密切相关的。

### 仿真实验 3

假设有  $K=2$  个等功率非相关信号入射到天线阵列, 信号的方位角和俯仰角为  $(\varphi_1, \theta_1) = (35^\circ, 65^\circ)$ ,  $(\varphi_2, \theta_2) = (50^\circ, 85^\circ)$ 。图 10~12 为不同算法的角度估计性能随信噪比的变化情况。需要说明的是由于文献[11]和文献[16]会存在角度估计失效问题, 所以在计算均方误差时仅利用了估计成功的仿真。

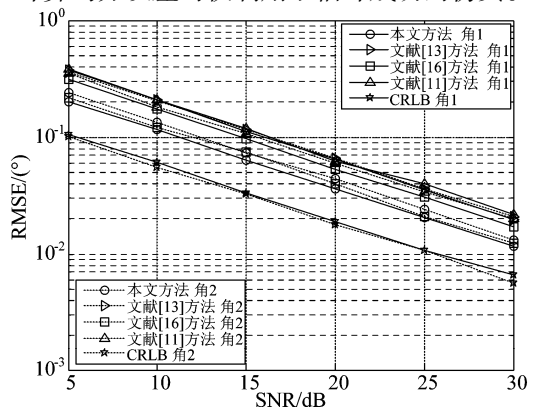


图 10 方位角估计性能比较  
Fig. 10 Azimuth angle estimation performance comparison

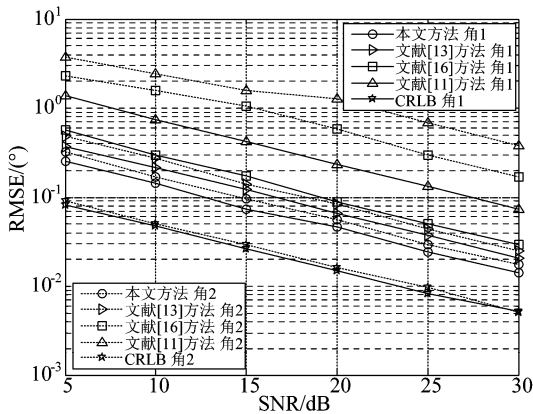


图 11 俯仰角估计性能比较

Fig. 11 Elevation angle estimation performance comparison

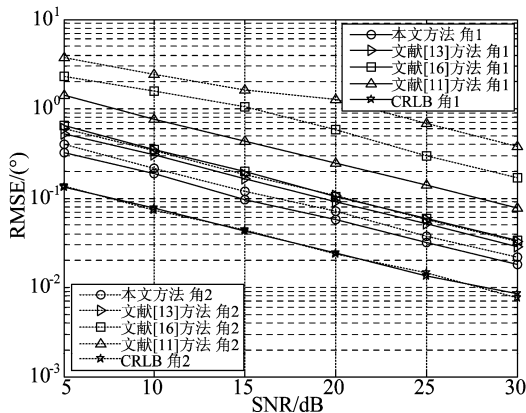


图 12 联合角度估计性能比较

Fig. 12 Joint angle estimation performance comparison

由图 10 可以看出本文提出算法的方位角估计性能要稍差于文献 [16] 中的算法,这是由于文献 [16] 中的天线阵列在水平面内具有更大的阵列孔径。尽管如此,从图 11 和图 12 可以看出本文提出算法的俯仰角和联合角度估计性能要优于文献 [11, 13, 16] 中的算法。这是因为文献 [11] 和文献 [13] 中的算法,在构造传播矩阵时仅利用了部分阵元的信息,而本文提出的算法利用了所有阵元的信息。此外由于文献 [11] 和文献 [16] 采用的是双平行线阵,所以在俯仰角接近  $70^\circ \sim 90^\circ$  时其估计性能会很差。

#### 仿真实验 4

假设有  $K=1$  个信号入射到天线阵列,其中信号的方位角为  $60^\circ$ ,信号的俯仰角在  $72^\circ \sim 87^\circ$  之间以  $3^\circ$  的步长变化。表 1 为不同信噪比时算法的角度分辨概率比较,其中表格中数据为对应 500 次仿真中,成功分辨角度的次数。

从表 1 可以看出,提出算法不存在估计失败的情况。尽管文献 [13] 中算法也不存在估计失败的情况,但由之前的分析知,提出算法相对文献 [13] 中的方法具有更低的计算复杂度和更好的角度估计性能。而文献 [11, 16] 中的算法,在俯仰角为  $70^\circ \sim 90^\circ$  时会出现角度估计失败的情况,尤其是在低信噪比时,其角度估计失败概率接近 50%,估计性能较差。

表 1 角度分辨概率比较

Tab. 1 Probability of successful resolution comparison

$(\varphi, \theta)$	SNR = -5 dB				SNR = 5 dB			
	文献[11]	文献[16]	文献[13]	本文	文献[11]	文献[16]	文献[13]	本文
$(60^\circ, 72^\circ)$	499	499	500	500	500	500	500	500
$(60^\circ, 75^\circ)$	487	490	500	500	500	500	500	500
$(60^\circ, 78^\circ)$	440	472	500	500	500	500	500	500
$(60^\circ, 81^\circ)$	382	410	500	500	493	500	500	500
$(60^\circ, 84^\circ)$	306	325	500	500	428	461	500	500
$(60^\circ, 87^\circ)$	265	287	500	500	308	310	500	500

## 6 结论

基于三平行线阵,通过构造一个扩展的传播矩阵,充分利用了所有阵元的信息。利用三平行线阵中两个相互垂直的双平行线阵求解旋转矩阵,降低

了计算复杂度。用配对后的旋转矩阵联合估计信号方位角和俯仰角,充分利用了三平行线阵的几何结构。仿真分析表明,就角度估计联合均方误差而言,该算法的性能要优于文献 [11, 13, 16] 中的算法,具有更好的估计性能,此外当俯仰角在  $70^\circ \sim$

90°时也不会出现估计失效问题。

## 参考文献

- [1] Zhang X F, Zhou M, Chen H, et al. Two-dimensional DOA estimation for acoustic vector-sensor array using a successive MUSIC [J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2014, 25(3): 583-600.
- [2] Cao R, Wang C, Zhang X. Two-Dimensional Direction of Arrival Estimation Using Generalized ESPRIT Algorithm with Non-uniform L-Shaped Array[J]. *Wireless Personal Communications*, 2015, 84(1): 321-339.
- [3] Gao Y F, Zou L, Wan Q. A two-dimensional arrival angles estimation for L-shaped array based on tensor decomposition [J]. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 2015, 69(4): 736-744.
- [4] Zou Y, Xie H, Wan L, et al. High accuracy frequency and 2D-DOAs estimation of conformal array based on PARAFAC[J]. *Journal of Internet Technology*, 2015, 16(1): 107-119.
- [5] 沈志博, 董春曦, 黄龙, 等. 基于压缩感知的宽频段二维 DOA 估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(12): 2935-2941.
- Shen Z B, Dong C X, Huang L, et al. Broadband 2-D DOA Estimation Based on Compressed Sensing[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2014, 36(12): 2935-2941. (in Chinese)
- [6] 姜家财, 魏平. 四元数在二维波达方向估计中的应用 [J]. *信号处理*, 2015, 31(5): 581-586.
- Jiang J C, Wei P. Application of Quaternions in Two Dimensional DOA Estimation [J]. *Journal of Signal Processing*, 2015, 31(5): 581-586. (in Chinese)
- [7] Yu C, Zhang X, Qiu X, et al. An Improved 2-D DOA Estimation with L-shaped Arrays Based on PM [J]. *Sensors and Transducers*, 2014, 179(9): 207-211.
- [8] Khmou Y, Safi S. Angles of Arrival Estimation with Unitary Partial Propagator [J]. *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, 2014, 8(5): 844-847.
- [9] Marcos S, Marsal A, Benidir M. The propagator method for source bearing estimation [J]. *Signal Processing*, 1995, 42(2): 121-138.
- [10] Li P, Yu B, Sun J. A new method for two-dimensional

array signal processing in unknown noise environments [J]. *Signal Processing*, 1995, 47(3): 319-327.

- [11] Wu Y, Liao G, So H C. A fast algorithm for 2-D direction-of-arrival estimation [J]. *Signal Processing*, 2003, 83(8): 1827-1831.
- [12] Cao H, Yang L, Tan X, et al. Computationally efficient 2-D DOA estimation using two parallel uniform linear arrays [J]. *ETRI Journal*, 2009, 31(6): 806-808.
- [13] Tayem N, Kwon H M. Azimuth and elevation angle estimation with no failure and no eigen decomposition [J]. *Signal Processing*, 2006, 86(1): 8-16.
- [14] Tayem N, Kwon H M. L-shape 2-dimensional arrival angle estimation with propagator method [J]. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 2005, 53(5): 1622-1630.
- [15] Shu T, Liu X, Lu J. Comments on "L-shape 2-dimensional arrival angle estimation with propagator method" [J]. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 2008, 56(5): 1502-1503.
- [16] Li J, Zhang X, Chen H. Improved two-dimensional DOA estimation algorithm for two-parallel uniform linear arrays using propagator method [J]. *Signal Processing*, 2012, 92(12): 3032-3038.

## 作者简介



**杨晋生** 男, 1965 年出生, 河北邢台人, 天津大学电子信息工程学院副教授, 硕士生导师, 天津大学电子信息工程学院副院长, 主要从事无线传播理论与技术研究。

E-mail: jsyang@tju.edu.cn



**孙光涛** 男, 1991 年出生, 山东临沂人, 现为天津大学电子信息工程学院硕士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理。

E-mail: gtsun@tju.edu.cn



**陈为刚** 男, 1980 年出生, 山东临沂人, 天津大学电子信息工程学院副教授, 硕士生导师, 主要从事无线通信、信息理论与编码技术研究。

E-mail: chenwg@tju.edu.cn