

# 运动多平台无源跟踪截尾不敏卡尔曼滤波算法

骆卉子 曲长文 冯 奇

(海军航空工程学院电子信息工程系, 山东烟台 264001)

**摘 要:** 针对已有非线性滤波算法用于运动多平台无源跟踪时精度不高的问题, 提出了一种新的跟踪算法即截尾不敏卡尔曼滤波(TUKF)算法以改善跟踪性能。该算法对状态先验概率密度函数及测量噪声概率密度函数进行截尾处理, 使其变为具有有界支撑集的函数, 并在此基础上结合原始状态先验概率密度函数设计了混合先验概率密度函数, 然后针对其中的两种先验概率密度函数, 分别应用不敏变换计算对应的后验概率密度函数的前两阶矩信息, 并对其进行融合处理得到最终状态估计。仿真结果表明相对于几种典型的非线性滤波算法, TUKF 算法能有效改善跟踪性能。

**关键词:** 多平台; 无源跟踪; 非线性滤波; 截尾不敏卡尔曼滤波; 不敏变换

**中图分类号:** TN958.97      **文献标识码:** A      **DOI:** 10.16798/j.issn.1003-0530.2016.12.007

## Truncated Unscented Kalman Filtering Algorithm for Target Tracking Using Moving Multi-platform

LUO Hui-zi QU Chang-wen FENG Qi

(Dep. Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai, Shandong 264001, China)

**Abstract:** In order to solving the low precision problem of existing nonlinear filtering algorithms when used for moving multi-platform passive tracking, a truncated unscented Kalman filtering (ITUKF) is proposed. The proposed algorithm truncates the probability density function (PDF) of the measurement noise and the prior PDF of the state to make them have a bounded support. Combing with the original prior PDF of the state, a mixture prior PDF of the state is designed. The unscented transformation (UT) is applied to each of the prior PDF to calculate first two moments of the corresponding posterior PDF and then these moments are merged to form the final state estimation. Simulation results indicate that compared with several typical nonlinear filtering algorithms, the TUKF algorithm can effectively improve the tracking performance.

**Key words:** multi-platform; passive tracking; nonlinear filtering; truncated unscented Kalman filtering; unscented transformation

### 1 引言

无源跟踪系统通过接收目标辐射源的电磁信号来获取运动目标的航迹信息,自身不主动发射探测信号,具有生存能力强、探测距离远等优点,已成为世界各军事强国跟踪系统的发展重点。现代无源跟踪系统通常采用运动多平台作为跟踪平台<sup>[1]</sup>,因其兼具运动平台的强机动性及多平台的信息融合能力,从而能

较好满足对时间敏感目标的跟踪需求。

运动多平台无源跟踪问题实质上是对随机状态向量的实时估计问题,通常需要借助非线性滤波算法来递推求解。在众多非线性滤波算法<sup>[2]</sup>中,不敏卡尔曼滤波(UKF)算法<sup>[3]</sup>无需求解雅克比矩阵或海森矩阵,稳定性及精度通常都要优于扩展卡尔曼滤波(EKF)类算法<sup>[4]</sup>,并且其采用固定 sigma 点集,无需像粒子滤波(PF)算法<sup>[5]</sup>那样进行大量粒子

的生成与选择,计算量小。此外,通过点集及其权重的重新设计,UKF 算法定位性能可调节,可以根据不同应用场景选择合适的点集及其权值<sup>[6-7]</sup>。正因为此类算法兼具稳定性、灵活性及精度高等优点,已成为目前非线性滤波算法研究的热点<sup>[8-12]</sup>。此外,尽管算法设计出发点不同,容积卡尔曼滤波(CKF)算法步骤与 UKF 算法相同,实际上是 UKF 算法中心采样点权值为零的形式<sup>[6,13]</sup>。

当将 UKF 算法应用到运动多平台无源跟踪时,由于系统方程通常为线性,只需通过卡尔曼滤波(KF)来完成状态预测,当获得新的观测量时,则需要通过 UKF 算法来完成状态更新。在状态更新阶段,已有研究假设观测量测量噪声符合高斯分布,然后结合状态预测结果,利用 UKF 算法计算后验概率密度函数的前两阶矩作为目标状态的更新估计及其估计误差协方差矩阵。在此阶段,已有研究都假设状态先验概率密度函数及测量噪声是无界支撑的,当观测量非线性程度较高时,基于此假设得到的状态估计精度较差,需要研究新的思路。

本文在文献[14-15]基础上提出了一种新的运动多平台无源跟踪算法,即截尾不敏卡尔曼滤波(TUKF)跟踪算法,首先通过对状态先验概率密度函数及测量噪声概率密度函数进行截尾处理使其变为有界支撑函数,然后在此基础上利用不敏变换(UT)进行状态更新来改善跟踪性能,最后对算法性能进行了仿真验证。

## 2 系统方程

系统方程包括状态方程及测量方程,前者反映不同时刻目标状态之间的关系,后者则反映当前时刻观测量与目标状态的关系。

### 2.1 状态方程

假设目标做带有状态扰动的近似匀速直线运动,其状态方程为

$$\mathbf{X}_k = \Phi \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{v}_{k-1} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{X}_k = [x_k, y_k, v_{x_k}, v_{y_k}]^T$  为  $k$  时刻目标状态向量,  $\mathbf{X}_k$  中前两个元素为目标沿  $X$  轴、 $Y$  轴的位置分量,后两个元素则为相应的速度分量;  $\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & T_s \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$  为状态转移矩阵,  $T_s$  为平台测量周期;  $\mathbf{v}_{k-1} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_k)$  为目

标状态扰动噪声,对其有多种建模方法。本文采用近似常速模型(NCV)来描述目标状态方程<sup>[16]</sup>,此模型中

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} \frac{T_s^4}{3} \mathbf{I}_2 & \frac{T_s^3}{2} \mathbf{I}_2 \\ \frac{T_s^3}{2} \mathbf{I}_2 & T_s^2 \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} q, \text{ 其中, } q \text{ 为过程噪声系数。}$$

### 2.2 测量方程

$k$  时刻运动多平台跟踪系统的测量方程为

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k, \bar{\mathbf{X}}_{sk}) + \mathbf{w}_k \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{Z}_k$  为  $k$  时刻所有运动平台获得的观测量组成的列向量,  $\mathbf{w}_k \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_k)$  为观测量测量噪声向量;  $\bar{\mathbf{X}}_{sk}$  为  $k$  时刻所有运动平台的真实状态组成的列向量;  $\mathbf{h}_k$  为非线性映射组成的向量,反映  $k$  时刻观测量真实值与此时目标状态向量  $\mathbf{X}_k$  及  $\bar{\mathbf{X}}_{sk}$  的非线性关系。

## 3 TUKF 无源跟踪算法

TUKF 算法从状态先验概率密度函数及测量噪声概率密度函数入手来改善跟踪性能,通过对上述两种函数进行截尾处理,使其变为有界支撑函数,进而在此基础上求解目标状态。

### 3.1 先验概率密度函数截尾处理

令  $p_0(\mathbf{X}_k)$  表示  $\mathbf{X}_k$  的先验概率密度函数,将状态向量表示为  $\mathbf{X}_k = [\mathbf{X}_{pk}^T, \mathbf{X}_{vk}^T]^T$ , 其中,  $\mathbf{X}_{pk} = [x_k, y_k]^T$  表示位置分量,  $\mathbf{X}_{vk} = [v_{x_k}, v_{y_k}]^T$  表示速度分量,当观测量为角度或者时差时,易知

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_{pk}, \bar{\mathbf{X}}_{sk}) + \mathbf{w}_k \quad (3)$$

TUKF 的推导基于以下假设:(1)测量函数  $\mathbf{h}_k(\bullet)$  连续,可逆;(2)加性噪声的概率密度函数有一个有界,连通的支撑集,即  $p_{\mathbf{w}_k}(\mathbf{w}_k) = 0$ , 若  $\mathbf{w}_k \notin I_{\mathbf{w}_k} \subset R^{n_z}$ , 其中,  $I_{\mathbf{w}_k}$  为  $n_z$  维连通域,  $n_z$  为观测量维数。在本文场景中当满足可观测性条件时假设(1)成立,后面将会介绍 TUKF 如何对加性噪声进行截尾处理使其满足假设(2)。基于上述两个假设应用贝叶斯准则可求得修正后的先验概率密度函数  $p_1(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k)$  为<sup>[14]</sup>

$$p_1(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k) = \frac{1}{\varepsilon_1} p_0(\mathbf{X}_k) \chi_{I_{\mathbf{X}_k}(\mathbf{Z}_k)}(\mathbf{X}_k) \quad (4)$$

其中,  $\varepsilon_1$  为正则化常数,用以保证概率密度函数积分为 1;  $\chi_{I_{\mathbf{X}_k}(\mathbf{Z}_k)}$  为指示函数,且

$$I_{\mathbf{X}_k}(\mathbf{Z}_k) = \{ \mathbf{X}_k \mid \mathbf{X}_k = [(\mathbf{h}_k^{-1}(\mathbf{Z}_k - \mathbf{w}_k))^T, \mathbf{X}_{vk}^T]^T, \mathbf{w}_k \in I_{\mathbf{w}_k}, \mathbf{X}_{vk}^T \in R^{n_v} \} = I_{\mathbf{X}_{pk}}(\mathbf{Z}_k) \times R^{n_v}$$

由式(4)可知  $p_1(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k)$  与  $k$  时刻观测量  $\mathbf{Z}_k$  有关, 是根据  $\mathbf{Z}_k$  的取值对  $p_0(\mathbf{X}_k)$  进行截尾处理得到的有界函数, 采用该修正先验概率密度函数可以降低先验概率密度函数的方差来减小观测方程非线性的影响。

### 3.2 测量噪声概率密度函数截尾处理

在运动多平台无源跟踪中, 已有研究假设高斯测量噪声支撑集是无界的, 而在实际测量中, 测量噪声支撑集肯定是有界的, 因为不可能出现取值无穷大的噪声, 只是在建模时为了方便起见假设是无界的。TUKF 通过如下近似来得到具有有界支撑集的测量噪声分布: (1)  $\mathbf{h}_k(\mathbf{X}_{pk}, \bar{\mathbf{X}}_{sk})$  是局部线性化的; (2) 边缘先验概率密度函数  $p_0(\mathbf{X}_{pk})$  在区间  $I_{X_k}(\mathbf{Z}_k)$  内为常数; (3)  $\mathbf{w}_k \sim U_{I_{w_k}}$ ,  $U$  表示均匀分布,  $I_{w_k}$  为使截尾测量噪声与实际假设高斯噪声分布具有相同前两阶矩的区域即此时仍满足  $E\{\mathbf{w}_k\} = \mathbf{0}$ ,  $\text{cov}\{\mathbf{w}_k\} = \mathbf{R}_k$ 。

### 3.3 TUKF 算法先验概率密度函数

为了增强算法对不同场景的适应能力, 在上述假设的基础上, TUKF 算法对状态先验分布进行了进一步修正, 最终采用的先验概率密度函数  $p_2(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k)$  为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_0^0 = \mathbf{X}_{k|k-1}, \\ \mathbf{x}_0^l = \mathbf{X}_{k|k-1} + \left( \sqrt{(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_i, \\ \mathbf{x}_0^{l+n_x} = \mathbf{X}_{k|k-1} - \left( \sqrt{(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k|k-1}} \right)_i, \end{cases}$$

其中,  $n_x$  为目标状态变量维数, 本文中  $n_x = 4$ ;  $(\sqrt{(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k|k-1}})_i$  表示对矩阵  $(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k|k-1}$  进行 Cholesky 分解<sup>[17]</sup> 得到的矩阵的第  $i$  列, 满足  $\sqrt{(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k|k-1}} (\sqrt{(n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k|k-1}})^T = (n_x + \kappa) \mathbf{P}_{k|k-1}$ ;  $\kappa$  为可调参数。

(2) 通过式(9)来传播这些 sigma 点, 即求得在这些 sigma 点处的观测量计算值

$$\mathbf{Z}_0^i = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_0^i, \bar{\mathbf{X}}_{sk}), \quad i = 0, 1, \dots, 2n_0 \quad (9)$$

(3) 通过式(10) ~ 式(12)计算观测量预测值  $\hat{\mathbf{Z}}_{0k}$ 、观测量估计协方差矩阵  $\mathbf{S}_0$  及观测量与状态估计的互协方差矩阵  $\Psi_0$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{0k} = \sum_{i=0}^{2n_0} w_i \hat{\mathbf{Z}}_0^i \quad (10)$$

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{R}_k + \sum_{i=0}^{2n_x} w_i (\mathbf{Z}_j^i - \hat{\mathbf{Z}}_{0k}) (\mathbf{Z}_j^i - \hat{\mathbf{Z}}_{0k})^T \quad (11)$$

$$\Psi_j = \sum_{i=1}^{2n_a} w_i (\mathbf{x}_0^j - \mathbf{X}_{k|k-1}) (\mathbf{Z}_0^i - \hat{\mathbf{Z}}_{0k})^T \quad (12)$$

$$p_2(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k) = \alpha_0 p_1(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k) + (1 - \alpha_0) p_0(\mathbf{X}_0) \quad (5)$$

其中,  $\alpha_0 \in [0, 1]$ , 当  $\alpha_0 = 0$  时,  $p_2(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k)$  即为已有非线性滤波算法使用的状态先验概率密度函数  $p_0(\mathbf{X}_0)$ 。分别以  $p_0(\mathbf{X}_0)$  及  $p_1(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k)$  为先验概率密度函数进行状态更新, 并按式(5)所示关系式融合更新结果即可得 TUKF 算法的状态估计。

### 3.4 TUKF 算法

下面提出适合本文应用场景的 TUKF 算法, 并给出具体步骤, 假设已经求得  $k-1$  时刻的状态估计  $\mathbf{X}_{k-1|k-1}$  及其估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ 。

#### 步骤1 状态预测。

由式(1)可得运动多平台无源跟踪的状态方程为线性, 因此可直接通过 KF 进行状态预测, 如式(6)及式(7)所示。

$$\mathbf{X}_{k|k-1} = \Phi \mathbf{X}_{k-1|k-1} \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi \mathbf{P}_{k-1|k-1} \Phi^T + \mathbf{Q}_k \quad (7)$$

#### 步骤2 对 $p_0(\mathbf{X}_0)$ 应用 UT<sup>[3]</sup> 进行状态更新。

(1) 利用式(8)生成 sigma 点集  $\mathbf{x}_0^0, \mathbf{x}_0^1, \dots, \mathbf{x}_0^{2n_x+1}$ 。

$$\begin{cases} w_0 = \frac{\kappa}{n_x + \kappa} \\ w_l = \frac{1}{2(n_x + \kappa)}, \quad l = 1, 2, \dots, n_x \\ w_{l+n_x} = \frac{1}{2(n_x + \kappa)} \end{cases} \quad (8)$$

(4) 通过式(13) ~ 式(14)计算对当前时刻的状态估计  $\mathbf{X}_{u,0}$  及其估计协方差矩阵  $\mathbf{P}_{u,0}$

$$\mathbf{X}_{u,0} = \mathbf{X}_{k|k-1} + \Psi_0 \mathbf{S}_0^{-1} (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{0k}) \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{u,0} = \mathbf{P}_{k-1|k-1} - \Psi_0 \mathbf{S}_0^{-1} \Psi_0^T \quad (14)$$

#### 步骤3 对 $p_1(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k)$ 应用 UT 进行状态更新。

(1) 对  $\mathbf{X}_{k|k-1}$  及  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  按位置及速度分量进行划

分, 得到  $\mathbf{X}_{k|k-1} = [\mathbf{X}_{p,0}^T, \mathbf{X}_{v,0}^T]^T$ ,  $\mathbf{P}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{p,0} & \mathbf{P}_{pv,0} \\ \mathbf{P}_{pv,0}^T & \mathbf{P}_{v,0} \end{bmatrix}$ 。

此外, 令  $\mathbf{X}_{p,1} = \mathbf{X}_{p,0}$ , 将式(3)在  $\mathbf{X}_{p,1}$  处进行一阶泰勒展开, 由 3.2 节所做的近似可求得  $\mathbf{P}_{p,1} = \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{R}_k$

( $\mathbf{H}_k^{-1}$ )<sup>T</sup>, 其中,  $\mathbf{H}_k = \nabla_{\mathbf{X}_{pk}}^T \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_{pk}^T, \bar{\mathbf{X}}_{sk})|_{\mathbf{X}_{pk} = \mathbf{X}_{p,1}}$  为在  $\mathbf{X}_{p,1}$  处计算的雅克比矩阵。将 TUKF 算法应用到本文场景中时无需像文献[13-14]那样先求解最大似然估计然后在该估计处进行一阶泰勒展开, 因为运动多平台无源跟踪系统已经通过状态预测阶段得到了状态的一步预测值, 计算可得对  $p_1(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k)$  的前两阶矩

估计  $\mathbf{X}_1$  及  $\mathbf{P}_1$  为

$$\mathbf{X}_1 = [\mathbf{X}_{p,1}^T, \mathbf{X}_{v,1}^T]^T \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{p,1} & \mathbf{P}_{pv,1} \\ \mathbf{P}_{pv,1}^T & \mathbf{P}_{v,1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中,

$$\mathbf{X}_{v,1} = \mathbf{X}_{v,0}, \mathbf{P}_{pv,1} = \mathbf{P}_{p,1} (\mathbf{P}_{p,0}^{-1})^T \mathbf{P}_{pv,0},$$

$$\mathbf{P}_{v,1} = \mathbf{P}_{v,0} - \mathbf{P}_{pv,0}^T \mathbf{P}_{p,0}^{-1} \mathbf{P}_{pv,0} + \mathbf{P}_{pv,0}^T \mathbf{P}_{p,0}^{-1} \mathbf{P}_{p,1} (\mathbf{P}_{p,0}^{-1})^T \mathbf{P}_{pv,0}$$

因为  $\mathbf{X}_{p,1} = \mathbf{X}_{p,0}$ , 式(15)及式(16)与文献[13-14]计算方式不同,无需对两者差向量进行运算。

(2) 利用  $\mathbf{X}_1$  及  $\mathbf{P}_1$  生成 sigma 点,生成方式与式(8)类似。此处生成 sigma 点的方式也与文献[13-14]不一样,因为由  $\mathbf{X}_{p,1} = \mathbf{X}_{p,0}$  得到  $\mathbf{X}_{v,1} = \mathbf{X}_{v,0}$ , 即速度分量估计与位置分量估计不存在解析关系,无需通过首先生成位置分量 sigma 点再根据速度与位置关系生成速度分量 sigma 点的方式得到状态分量的 sigma 点。此外,利用  $\mathbf{X}_1$  及  $\mathbf{P}_1$  生成 sigma 点也可以充分利用位置与速度分量的互协方差信息。

(3) 利用类似式(9)~式(14)的方式计算得到对当前时刻的状态估计  $\mathbf{X}_{u,1}$  及  $\mathbf{P}_{u,1}$ 。

**步骤 4** 融合上述状态估计结果得到  $k$  时刻状态估计  $\mathbf{X}_{k|k}$  及其估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k|k}$ , 如式(17)及式(18)所示。

$$\mathbf{X}_{k|k} = \alpha \mathbf{X}_{u,1} + (1 - \alpha) \mathbf{X}_{u,0} \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \alpha [\mathbf{P}_{u,1} + (\mathbf{X}_{u,1} - \mathbf{X}_{k|k})(\mathbf{X}_{u,1} - \mathbf{X}_{k|k})^T] + (1 - \alpha) [\mathbf{P}_{u,0} + (\mathbf{X}_{u,0} - \mathbf{X}_{k|k})(\mathbf{X}_{u,0} - \mathbf{X}_{k|k})^T] \quad (18)$$

其中,  $\alpha = \frac{\gamma \text{tr}(\mathbf{P}_{p,0})}{\gamma \text{tr}(\mathbf{P}_{p,0}) + (1 - \gamma) \text{tr}(\mathbf{P}_{p,1})}$ ,  $\gamma \in [0, 1]$ , 且当  $\gamma = 0$  时  $\alpha = 0$ , 此时 TUKF 算法退化为 UKF 算法。

至此,我们已经给出了完整的 TUKF 算法步骤。通过上述算法的设计过程可知, TUKF 算法本质上是以两种先验分布  $p_0(\mathbf{X}_0)$  及  $p_1(\mathbf{X}_k; \mathbf{Z}_k)$  为基础分别应用 UT 进行状态更新后,再对其结果进行加权融合处理,从而得到目标最终状态估计,与已有非线性滤波算法最大的不同之处在于 TUKF 算法对  $p_0(\mathbf{X}_0)$  及测量噪声概率密度函数进行了截尾处理。理论上进行截尾处理可以使信息量更大的观测量在状态更新中占比增大,改善跟踪精度;而实际上测量噪声不可能产生无穷大的噪声值,对假设的无界测量噪声进行截尾处理也符合观测量实际特点。虽然推导过程较繁琐,但最终算法的核心只需对两组 sigma 点集分别进行 UT,并对变化后的结果进行融合处理,算法复杂度较低。需

要说明的是 TUKF 算法的雅克比矩阵只是用于计算  $\mathbf{P}_{p,1}$ , 与 EKF 算法的工作机理不同。

本章所提 TUKF 算法有其适用条件:(1) 根据算法推导中的假设,单次测量方程需要满足可逆而不能为超定方程,如在本例中每个时刻两个运动观测站测得两个方位角,而目标状态向量中的位置向量也为二维,否则无法确定截尾处理所需的连域。当将 TUKF 算法应用到三维空间时,可以只利用俯仰角信息来满足此条件;(2) 目标状态方程分解为位置及速度分量后测量方程对位置分量仍成立,这就要求观测量为角度或者时差。上述场景在运动多平台无源跟踪中是经常出现的,如双机只测角定位是很常见的定位方式。下面对本文所提 TUKF 算法的性能进行仿真验证。

## 4 仿真分析

考虑 2 个运动平台利用测得的方位角跟踪近似匀速直线运动的目标,各平台初始状态如表 1 所示。假设各平台测量周期  $T_s = 1$  s, 连续观测 100 s; 各平台方位角测量误差为  $0.5^\circ$ 。目标初始状态为 (60 km, 80 km, -200 m/s, -100 m/s) 及 (200 km, 300 km, -200 m/s, -100 m/s), 分别对应近场及远场目标的情况,目标状态方程中过程噪声系数。

表 1 各平台初始状态

Tab. 1 Initial state of each platform

平台编号	$\bar{x}_{ik}$	$\bar{y}_{ik}$	$\bar{v}_{xi}$	$\bar{v}_{yi}$
1	-15	0	0	300
2	0	0	0	300

为比较算法性能,定义  $\text{RMSE}(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \|\mathbf{X}_{pk}^j - \mathbf{X}_{p,k|k}^j\|$  为  $k$  时刻对目标位置估计的均方根误差。其中,  $N = 5000$  为蒙特卡洛实验次数;  $\mathbf{X}_{pk}$  为目标真实位置向量,  $\mathbf{X}_{p,k|k}^j$  为  $k$  时刻第  $j$  次蒙特卡洛实验中各跟踪算法得到的目标估计位置向量。

将本文所提 TUKF 算法与 EKF 算法、UKF 算法及 CKF 算法进行比较,各算法初始状态估计均由 TLS 算法根据前两时刻的方位角观测量求出,求解时假设目标固定; TUKF 及 UKF 所使用 sigma 点中  $\kappa = 0$ , TUKF 中  $\gamma = 0.1$ ; 目标状态估计的协方差矩阵  $\mathbf{P}_{0|0} = \text{blkdiag}(10^6 \mathbf{I}_2, 500^2 \mathbf{I}_2)$ 。

### 仿真 1 算法跟踪性能比较

各算法对近场目标及远场目标的跟踪性能如图 1 及图 2 所示。由图可知, EKF、UKF 及 CKF 在

本章场景中跟踪性能相同,说明在状态先验概率密度函数及测量噪声概率密度函数无界的假设下,这些算法对前两阶矩的估计能力相同,而通过对上述函数进行截尾处理,降低了其方差,能有效降低观测方程非线性的影响,改善跟踪性能。

跟踪性能也较好。

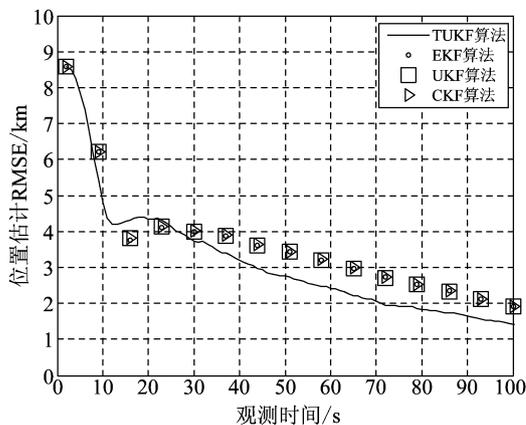


图1 跟踪算法性能比较(近场目标)

Fig.1 Performance comparison of various tracking algorithms (near-field target)

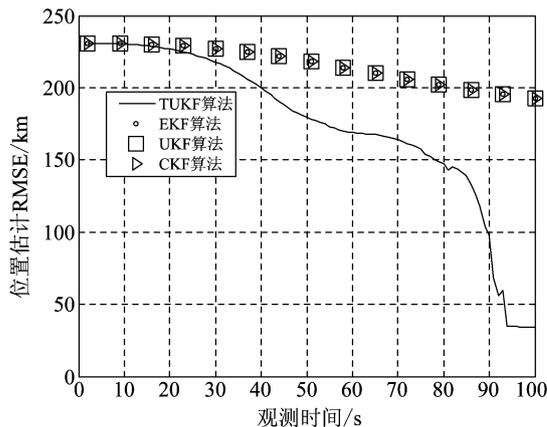


图2 跟踪算法性能比较(远场目标)

Fig.2 Performance comparison of various tracking algorithms (far-field target)

### 仿真2 $\gamma$ 对 TUKF 算法性能影响

$\gamma$  决定着 TUKF 算法融合估计里两种经 UT 后的状态估计占比,取  $\gamma=0.05$ 、 $\gamma=0.1$ 、 $\gamma=0.5$  及  $\gamma=0.8$  四种情况,目标为近场目标,其余仿真条件如前所述。对每种取值运行 TUKF 算法,结果如图3所示。

由图可知, $\gamma$  的选取对 TUKF 算法性能影响较大,在本章场景中  $\gamma$  取较小值时融合估计精度较高,这是因为 TUKF 算法对概率密度函数及测量噪声概率密度函数进行截尾处理,能有效降低无源跟踪测量方程强非线性的影响, $\gamma$  取较小值时原始 TUKF 算法估计结果在融合估计中占比较大,因此

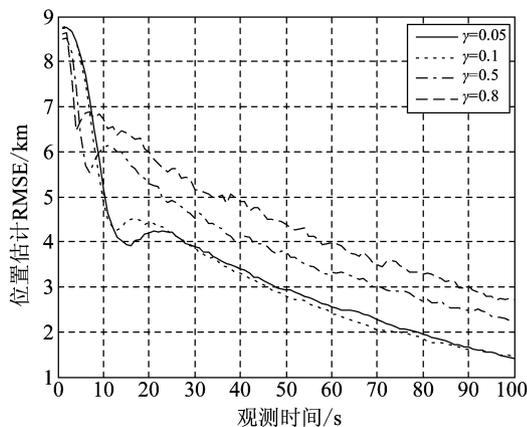


图3  $\gamma$  对 TUKF 算法跟踪性能的影响

Fig.3 The effect of  $\gamma$  on the TUKF algorithm's tracking performance

### 仿真3 算法计算量比较

为了对各算法计算量有直观的认识,以近场目标跟踪为例,取第10个观测时刻的算法耗时进行比较,因为上述跟踪算法都是递推算法,各个观测时刻耗时相近。在CPU为1.73GHz,内存为1GB的笔记本上用MATLAB R2008a软件运行各算法,各算法都在一个主函数里,采用相同的初始化子函数,其余仿真条件如前所述,取蒙特卡洛实验的耗时平均值作为各算法的耗时,结果如表2所示。

表2 算法耗时比较

Tab.2 Comparison of consumed time for algorithms

算法	TUKF 算法	EKF 算法	UKF 算法	CKF 算法
耗时/ms	1.8	0.48	1.2	1.2

从各算法的耗时可以看出上述算法耗时均较少,这是递推算法的特点决定的。相比于其他几种经典算法,本文所提 TUKF 算法耗时最高,这是因为 TUKF 算法需要两次 UT 来分别计算两种状态估计并进行融合。尽管耗时略高,但 TUKF 算法耗时为毫秒级,仍能很好的满足实时性要求。

## 5 结论

本文提出了一种新的运动多平台无源跟踪算法即 TUKF 算法。该算法与 UKF 算法的主要区别在于 UKF 算法在模型中假设状态先验概率密度函数及测量噪声的概率密度函数无界,而 TUKF 算法通过对上述函数进行截尾处理来获得具有有界支撑集的函数,并在此基础上设计一种混合先验概率

密度函数,用 UT 依次求解混合分量的前两阶矩信息,并将其融合得到最终状态估计,通过此种处理方式能加大含信息量大的观测量在状态估计中的作用,改善跟踪精度,仿真结果验证了 TUKF 算法的有效性。该算法的截尾思想还可以与很多非线性算法结合用于处理不同场景下的无源跟踪问题<sup>[18]</sup>。

### 参考文献

- [1] 郁春来,张元发,万方. 无源定位技术体制及装备的现状与发展趋势[J]. 空军雷达学院学报, 2012, 26(2): 79-85.  
Yu C L, Zhang Y F, Wan F. Actuality and development trend of passive location technical system and equipment [J]. Journal of Air Force Radar Academy, 2012, 26(2): 79-85. (in Chinese)
- [2] Datta Gupta S, Yu J Y, Mallick M, et al. Comparison of angle-only filtering algorithms in 3D using EKF, UKF, PF, PFF, and ensemble KF[C] // International Conference on Information Fusion. Washington, DC: IEEE, 2015:1649-1656.
- [3] Julier S, Uhlmann J, Durrantwhyte H. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.
- [4] 张文,孙瑞胜. EKF 与 UKF 的性能比较及应用[J]. 南京理工大学学报, 2015(5): 614-618.  
Zhang W, Sun R S. Research on performance comparison of EKF and UKF and their application [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2015(5): 614-618. (in Chinese)
- [5] 赵知劲,吴斌. OFDM 时变信道的粒子流滤波估计算法[J]. 信号处理, 2016, 32(2): 244-251.  
Zhao Z J, Wu Y. The estimation algorithm of OFDM time-varying channel using particle flow filtering [J]. Journal of Signal Processing, 2016, 32(2): 244-251. (in Chinese)
- [6] Duník J, Šimandl M, Straka O. Unscented Kalman filter: aspects and adaptive setting of scaling parameter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(9): 2411-2416.
- [7] Wang Y, Liu J, Yang W, et al. A heuristic for sigma set selection of UKF [C] // 2014 12th International Conference on Signal Processing (ICSP). Hangzhou: IEEE, 2015:72-77.
- [8] Menegaz H M T, Ishihara J Y, Borges G A, et al. A systematization of the unscented Kalman filter theory[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(10): 1-1.
- [9] Chang L B, Hu B Q, Qin F J. Transformed unscented Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(1): 252-257.
- [10] 刘江,王玉金,段建雷,等. 基于高斯分布的多层无迹卡尔曼滤波算法[J]. 控制与决策, 2016, 31(4): 609-615.  
Liu J, Wang Y J, Duan J L, et al. Multi-layer unscented Kalman filtering algorithm based on Gaussian distribution [J]. Control and Decision, 2016, 31(4): 609-615. (in Chinese)
- [11] 徐征,曲长文,陈俊. 多机无源跟踪迭代 UKF 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(2): 220-223.  
Xu Z, Qu C W, Chen J. Iterated unscented Kalman filter algorithm for multi-plane passive tracking [J]. System Engineering and Electronics, 2014, 36(2): 220-223. (in Chinese)
- [12] Li L, Xia Y. UKF-based nonlinear filtering over sensor networks with wireless fading channel [J]. Information Sciences, 2015, 316: 132-147.
- [13] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [14] García-Fernández Á F, Morelande M R, Grajal J. Non-linear filtering update phase via the single point truncated unscented Kalman filter [C] // IEEE International Conference on Information Fusion, Chicago: IEEE, 2011: 1-8.
- [15] García-Fernández Á F, Morelande M R, Grajal J. Truncated unscented Kalman filtering [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(7): 3372-3386.
- [16] Li X R, Jilkov Vesselin P. Survey of maneuvering target tracking. Part I: Dynamic models [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics System, 2003, 39(4): 1333-1364.
- [17] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
Zhang X D. Matrix analysis and application [M]. Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [18] Li L Q, Xie W X, Liu Z X. Bearings-only maneuvering target tracking based on truncated quadrature Kalman filtering [J]. International Journal of Electronics and Communications, 2015, 69(1): 281-289.

### 作者简介



骆卉子 女, 1985 年生, 山东烟台人, 博士研究生, 主要从事无源定位跟踪技术研究。

E-mail: jessica\_lhz@163.com

曲长文 男, 1963 年生, 山东泰安人, 教授, 博士生导师, 主要从事无源定位跟踪技术、合成孔径雷达成像及目标检测与识别技术研究。

E-mail: qcwby@sohu.com

冯奇 男, 1990 年生, 河南焦作人, 博士研究生, 主要从事无源定位跟踪技术。

E-mail: fengqi1109@163.com