

阵列方向矩阵 Moore-Penrose 逆的波达方向估计

黄紧德^{1,2} 孙 洪²

(1. 广西教育学院数学与信息科学学院, 广西南宁 530023; 2. 武汉大学电子信息学院, 湖北武汉 430072)

摘 要: 针对弱信号且源数未知情况下的波达方向估计问题, 传统方法是先估计源数目再进行波达方向估计, 但源数目估计的误差会造成波达方向估计精度下降。本文提出一种阵列方向矩阵的 Moore-Penrose 逆和 MUSIC (Multiple Signal Classification) 算法的联合波达方向估计方法, 充分利用 Moore-Penrose 逆的盲源数波达方向估计和 MUSIC 算法的高精度的优势。该方法无需预先估计源数目就可进行波达方向估计。通过仿真实验并与传统方法比较, 表明本文提出的方法具有更高的精度, 特别是在低信噪比情况下, 具有更强的鲁棒性。

关键词: 波达方向估计; Moore-Penrose 逆; 独立分量分析; 多重信号分类

中图分类号: TN911 文献标识码: A DOI: 10.16798/j.issn.1003-0530.2016.07.012

Direction-of-Arrival Estimation of Array Steering Matrix Moore-Penrose Inverse

HUANG Jin-de^{1,2} SUN Hong²

(1. Mathematics and Information Science Department, Guangxi College of Education, Nanning, Guangxi 530023, China; 2. Electronic Information School, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

Abstract: To estimate the DOA of weak signals and unknown source number, the traditional methods were to find the direction of arrival after estimated the source number, which led to the performance deterioration caused by incorrect source number estimation. In this paper, a direction of arrival estimation algorithm combined with the array steering matrix Moore-Penrose inverse and MUSIC (Multiple Signal Classification) was proposed, made full use of advantage of the Moore-Penrose inverse that could estimate the direction of arrival of unknown source number and MUSIC algorithm with high accuracy. This method did not need source number for direction finding, thus avoided to suffer performance degradation because of incorrect source number. To verify the performance of the algorithm, we has a mass of simulation testify. The results demonstrate: compared with the traditional methods that need source number estimation before find the direction of arrival, the propose method has higher accuracy, stronger robustness especially in low signal-to-noise ratio.

Key words: direction of arrival estimation; Moore-Penrose inverse; independent component analysis; multiple signal classification

1 引言

波达方向 (DOA) 估计是阵列信号处理的一个重要研究领域, 被广泛应用于雷达、通信、无源目标定向和信号分离等方面。它利用远场信号的波前到达各阵元的相位差来计算目标方向。MUSIC 是

DOA 估计的经典算法, 具有精度高、容易实现和能适应不同阵列结构的优点^[1], 但需预先提供源信号数目。在实际应用中, 如战场声目标 DOA 估计, 源信号数目是未知的。常用的源信号数目估计方法有假设验证法^[2]、基于信息论检验法^[3]、广义似然估计法和最大后验概率法^[4]。存在弱信号时, 这些

源数目估计方法会错误地将弱信号误判为噪声,使估计值少于真实值,造成基于 MUSIC 的 DOA 估计出现错误。

近年来出现一些基于独立分量分析(ICA)的、无需源数目估计的 DOA 估计方法。如 ICA 与零点波束相结合的方法^[5]、基于 ICA 分离向量元素之间关系的方法^[6-7]。[5]方法只在阵元数目和源数目都等于 2 时,才能正确估计 DOA。该要求限制算法的实际应用范围。[6-7]方法从分离向量中任取一对元素进行 DOA 估计,估计结果可能会出现复数角度。

为避免上述的不足,[8-9]在波束形成的框架下提出 DOA 估计方法,无需源数目就可估计波达方向,具有实际的应用价值。然而,[8]是 MSUIC-Like 方法,精度不如以正确源数目的 MUSIC 方法,[9]需要人为的确定阈值。

本文提出基于方向矩阵 Moore-Penrose 逆的 DOA 估计方法(MP 方法)。该方法用 Moore-Penrose 逆矩阵的行向量定义一种与 MUSIC 方法不同的空间谱函数。求各行向量的谱函数的最大值,得到对应的 DOA。MP 方法无需预先知道源信号数目,也不受[5]所提出的要求限制和不会出现[6-7]复数角度的情况。由于方向矩阵是未知的,不能用代数方法直接求 Moore-Penrose 逆,而是用基于概率统计的 ICA 方法^[10-12]盲估计,因此 MP 方法也受到精度不高的限制。同时,Moore-Penrose 逆矩阵的每个行向量对应一个 DOA,在未知源数目的情况下,会多出一些伪 DOA。为了提高 MP 方法精度和去除伪 DOA,利用 MUSIC 方法对其进行局部修正。本文提出的 DOA 估计方法有如下的特点:(1)扩展了 ICA 在 DOA 估计中的应用(因为 Moore-Penrose 逆是由 ICA 方法得到的,所以 MP 方法也是属于基于 ICA 的 DOA 估计方法,只是实现方式与[5-7]不同);(2)算法收敛时可估计出目标的 DOA,同时也得到源数目;(3)对噪声和弱信号具有很好的鲁棒性。本文最后,进行了仿真实验,验证算法性能。

2 阵列信号模型

如图 1 所示的均匀圆阵,有 M 个阵元均匀分布在圆环上,圆环半径不大于信号波长一半,保证每个波前到达各阵元的时间差不超过一个信号周期,

不出现混叠而导致 DOA 估计错误现象^[13-14]。同时假设阵列是各向同性。

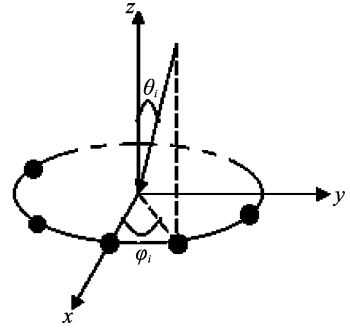


图 1 均匀圆阵

Fig. 1 Uniform circular array

N 个中心频率为 f_c 的信号向量 $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_N(k)]^H$ 入射到阵列,入射角为 (θ_i, φ_i) , θ_i 是第 i 个入射信号的俯仰角, φ_i 是方位角。则观测向量为 $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)]^H$, 可以表示为

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N]$ 是 $M \times N$ 方向矩阵,其中第 i 列向量为

$$\mathbf{a}_i = [\exp(-j2\pi f_c \tau_{1i}), \exp(-j2\pi f_c \tau_{2i}), \dots, \exp(-j2\pi f_c \tau_{Mi})]^T \quad (2)$$

$\tau_{ki} = \frac{r}{c} \cos\left(\frac{2\pi(k-1)}{M} - \theta_i\right) \cos \varphi_i$ 是第 i 信号在阵元 k

上相对于阵列中心的时延; $\mathbf{n}(k)$ 是阵元叠加的噪声; $r = c/2f_c$ 是阵列的半径。

3 基于方向矩阵 Moore-Penrose 逆的 DOA 估计方法实现

3.1 求方向矩阵的 Moore-Penrose 逆

为了用 Moore-Penrose 逆估计 DOA,先讨论如何求解方向矩阵 Moore-Penrose 逆的问题。

如已知各入射信号的 DOA,可以用代数方法对方向矩阵 \mathbf{A} 求解 Moore-Penrose 逆,

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^H(\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1} \quad (3)$$

然而实际应用中, \mathbf{A} 只是一个受阵列结构约束的未知矩阵,不能对未知的 \mathbf{A} 用式(3)求 Moore-Penrose 逆。

从 ICA 的基本理论得到启发,可以用概率统计方法盲估计未知 \mathbf{A} 的逆^[12]。盲估计方法关键步骤

是对 $\mathbf{x}(k)$ 进行独立分量分析,使得

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{D}\mathbf{x}(k) \quad (4)$$

尽可能独立。其中 \mathbf{D} 是独立分量的分离矩阵, $\mathbf{y}(k)$ 是独立分量。假设式(1)的源信号之间是相互独立的,则有

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{D}\mathbf{x}(k) = \mathbf{D}\mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{D}\mathbf{n}(k) \quad (5)$$

当算法对噪声具有较好的鲁棒性时,式子的最后一部分可以忽略,于是有

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{D}\mathbf{x}(k) \approx \mathbf{D}\mathbf{A}\mathbf{s}(k) = \mathbf{s}(k) \quad (6)$$

即 $\mathbf{D}\mathbf{A} = \mathbf{I}$, \mathbf{D} 是 \mathbf{A} 的逆。

本文选择[12]所提出的 ICA 算法盲求 \mathbf{A} 的 Moore-Penrose 逆,该算法对噪声具有良好鲁棒性。迭代形式为

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_e(l+1) &= (\mathbf{I} + \eta\mathbf{F}/2)^{-1}(\mathbf{I} - \eta\mathbf{F}/2)\mathbf{D}_e(l) + \\ &\eta[S_4(\mathbf{y})C_{3,1}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) - C_{1,3}(\mathbf{y}, \mathbf{y})S_4(\mathbf{y})\mathbf{D}_e(l)] \end{aligned} \quad (7)$$

其中,

$$\mathbf{F} = (\mathbf{T} - \mathbf{T}^H)/2$$

$$\mathbf{T} = S_4(\mathbf{y})C_{1,3}(\mathbf{y}, \mathbf{y}) - C_{1,3}(\mathbf{y}, \mathbf{y})S_4(\mathbf{y})\mathbf{D}_e(l)\mathbf{D}_e^H(l) \quad (8)$$

$C_{1,3}$ 表示四阶累积量符号; e 是分离分量的数目,也是 Moore-Penrose 逆 \mathbf{D}_e 的行数目,可以取 $1 \sim M$ 的任意值。在未知方向矩阵的情况下,通过式(7)可以估计方向矩阵 \mathbf{A} 中 e 列的 Moore-Penros 逆。

在此,讨论 e 的选择对 \mathbf{D}_e 与 \mathbf{A} 关系的影响(N 为真实源数目):

(1) 当 $e < N$, \mathbf{D}_e 是 \mathbf{A}_e 的 Moore-Penros 逆(\mathbf{A}_e 是 \mathbf{A} 中 e 列的任意可能排列);

(2) 当 $e = N$ 时, \mathbf{D}_e 是 \mathbf{A} 的 Moore-Penros 逆;

(3) 当 $e > N$ 时, \mathbf{D}_e 是 \mathbf{A}_e 的 Moore-Penros 逆(\mathbf{A}_e 是 \mathbf{A} 中 N 列的任意可能排列和 $e-N$ 冗余列)。

从以上讨论中可以看出,利用式(7)求 Moore-Penrose 逆,无论 e 取多少, \mathbf{D}_e 都包含 \mathbf{A} 部分列或全部列的 Moore-Penrose 逆。

下一小节将利用 \mathbf{D}_e 来求 DOA。

3.2 基于方向矩阵 Moore-Penrose 逆的 DOA 估计

一方面, \mathbf{D}_e 是独立分量的分离矩阵,则 \mathbf{D}_e 的第 i 行对应的独立分量为

$$y_i(k) = \mathbf{D}_e(i, :)\mathbf{x}(k) \quad (9)$$

考虑源信号相互独立,根据 ICA 理论, $y_i(k)$ 是某一

源信号的估计,即 $y_i(k) = \hat{s}_i(k)$ 。

另一方面, $\mathbf{a}(\theta, \varphi)$ 是角度为 (θ, φ) 的方向向量, \mathbf{R} 是 $\mathbf{x}(k)$ 协方差矩阵,则有

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{R} &= \mathbf{a}^H(\theta, \varphi)E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)] = \\ E\{[\mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{a}_{1s_1}(k) + \mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{a}_{2s_2}(k) + \dots + \\ \mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{a}_{Ns_N}(k)]\mathbf{x}^H(k) + \mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{n}(k)\mathbf{x}^H(k)\} \end{aligned} \quad (10)$$

用 $\mathbf{D}_e^H(i, :)$ 右乘式(10),考虑源信号独立于噪声,并根据式(9)得

$$\mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{R}\mathbf{D}_e^H(i, :) = E\{\mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{a}_{is_i}(k)\hat{s}_i(k)\} \quad (11)$$

当 $\mathbf{a}^H(\theta, \varphi) = \mathbf{a}_i^H$ 时, $\mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{R}\mathbf{D}_e^H(i, :)$ 最大。于是,可以定义 Moore-Penros 逆矩阵 \mathbf{D}_e 的第 i 行向量的空间谱为

$$P_{MP(i)}(\theta, \varphi) = \mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{R}\mathbf{D}_e(i, :)^H\mathbf{D}_e(i, :)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta, \varphi) \quad (12)$$

改变方向 (θ, φ) , $P_{MP(i)}(\theta, \varphi)$ 会有一个最大的谱峰。该谱峰对应的角度 (θ_i, φ_i) 就是 \mathbf{D}_e 的第 i 行对应的 DOA。即基于方向矩阵 Moore-Penros 逆的 DOA 估计(MP 方法)可以表示为

$$\begin{aligned} \max_{(\theta, \varphi)} \{P_{MP(i)}(\theta, \varphi)\} = \\ \max_{(\theta, \varphi)} \{\mathbf{a}^H(\theta, \varphi)\mathbf{R}\mathbf{D}_e(i, :)^H\mathbf{D}_e(i, :)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta, \varphi)\} \\ (i = 1, 2, \dots, e) \end{aligned} \quad (13)$$

通过式(13),无需源信号数目就可以估计 \mathbf{D}_e 每一行对应的 DOA。原因是无论 $e < N$ 、 $e = N$ 或 $e > N$, \mathbf{D}_e 的行向量都是 \mathbf{A} 的部分或全部列的 Moore-Penros 逆。因此, \mathbf{D}_e 各行都可以用式(13)估计对应的 DOA。需要说明的是当 $e < N$ 时, \mathbf{D}_e 求得 e ($e < N$) 个真实的 DOA; $e = N$ 时,求得全部的 DOA; $e > N$ 时,求得全部的 DOA,同时多出 $e - N$ 个伪 DOA。例如,有 3 个信号从 $(100^\circ, 30^\circ)$ 、 $(200^\circ, 50^\circ)$ 和 $(300^\circ, 10^\circ)$ 入射到 8 元均匀圆阵,信噪比为 5 dB,快拍数为 200。假设进行 DOA 估计前真实的源数目是未知,用 MUSIC 和 MP 方法分别进行 DOA 估计,两种方法数值比较如表 1。

表 1 中“误差”项是所有目标的 DOA 估计值与真实值差距的平均,表明估计的精度;“差距”项是两种方法估计出对应 DOA 的距离的平均,它表明两种方法估计值的相互吻合度。

表 1 在不同的源数目条件下, MUSIC 和 MP 方法对 DOA 估计(真实源数目为 3)

Tab. 1 MUSIC and MP methods for DOA estimation under different number of sources(real source number is 3)

	$e=1$		$e=2$		$e=3$		$e=4$	
真实/(°)	MUSIC/(°)	MP/(°)	MUSIC/(°)	MP/(°)	MUSIC/(°)	MP/(°)	MUSIC/(°)	MP/(°)
(100,30)	(92,32)	-	-	-	(99,30)	(98,30)	(101,30)	(97,30)
(200,50)	-	-	(200,59)	(202,56)	(200,50)	(200,52)	(201,50)	(200,54)
(300,10)	-	(299,10)	(307,10)	(305,11)	(296,10)	(303,11)	(303,11)	(302,11)
伪峰	-	-	-	-	-	-	(28,42)	(69,89)
误差/(°)	10	1	8	7	1.6	2.6	2.3	3.3
差距/(°)	185		4		2.3		28	

表 1 中,当假设源数目为 1 时, MUSIC 谱的最高尖峰对应的角度为 $(92^\circ, 32^\circ)$, MP 用 D_e 唯一行向量最高尖峰对应的角度为 $(299^\circ, 10^\circ)$ 。显然,它们估计的不是同一个目标, MUSIC 方法误差 10° , MP 误差 1° 。这说明当 $e < N$ 时, MP 方法能较好的估计 DOA, 而 MUSIC 出现“欠估计现象”, 误差很大。当假设源数目为 3, 与真实源数目相同, MUSIC 是以空间谱中 3 个最高尖峰对于的角度为 DOA, MP 是以 D_e 的 3 个行向量各自最高谱尖峰对应角度为 DOA。两种方法都能较好的估计 3 个目标的 DOA。当假设源数目为 4, 这时两种方法都能较好估计 DOA, 同时都多了 1 个伪 DOA。这说明 MP 方法无论假设源数目是多少都能估计存在目标的 DOA。

从表 1 中的“误差”项看, MUSIC 方法随着假设的源数目与真实源数目接近, 误差变小, 而 MP 方法没有这种规律, 这说明 MP 方法的误差不依赖于所假设源数目。另外观察“差距”项, 当假设的源数目与真实源数目相同时, 两种方法“差距”值最小。下一小节将利用该特点对 MP 方法进行修正。

3.3 稳健 MP 方法的实现

观察表 1, 发现当假设的源数目与真实源数目相同时, MP 方法估计的精度没有 MUSIC 方法高。另外, 当 $e < N$ 时, 虽然 DOA 精度不受“欠估计现象”的影响, 但是有些目标被漏掉。同时存在弱信号时, 即便是 e 等于真实源数目, 结果中可能有强信号 DOA 的重复, 而弱信号的 DOA 被丢失。

为了不丢失弱信号的 DOA, 令源数目为 $e = M - 1$ (M 是阵元数目), 利用式(13)估计出 $M - 1$ 个波达方向, 记为 DOA_{MP} 。当真实源数目小于 $M - 1$ 时,

DOA_{MP} 存在一些伪 DOA。为去除 DOA, 假设源数目为 $i = 1, 2, \dots, e$, 每个假设的 i , 都利用 MUSIC 进行一次 DOA 估计, 记为 $DOA_{MS(i)}$, 并且计算与 DOA_{MP} 差距, 检查两种方法之间的重合度。当 i 与真实的源数目相等时, DOA_{MP} 和 $DOA_{MS(i)}$ 相互重合更准确。即当某个 i 的值使得 DOA_{MP} 和 $DOA_{MS(i)}$ 重合得更准确时, 该 i 的值就是源信号数目的值, 这时候的 $DOA_{MS(i)}$ 就是所要估计的 DOA。为了达到“当 DOA_{MP} 与 $DOA_{MS(i)}$ 重合最好时, 可得到好的 DOA”的目标, 可用下式实现,

$$\min_i J(i) = \min_i \left(\frac{1}{i} \sum_{i=1}^e |DOA_{MP} - DOA_{MS(i)}| \right) \quad (14)$$

常规 $DOA_{MS(i)}$ 估计是在每个 i 值的条件下, 都要对整个空间进行 MUSIC 谱的搜索, 计算量大。为了减少计算量, 式(14)的最小化过程采用 MUSIC 局部搜索。于是得到基于局部修正的 MP 方法。

局部修正的 MP 方法步骤如下:

1) 令 $e = M - 1$;

2) 利用式(7)、(8)和(13)计算 D_e 各行对应的谱, 并求各自的谱尖峰的值:

$$[\max(P_{MP(1)}(\theta, \varphi)), \max(P_{MP(2)}(\theta, \varphi)), \dots, \max(P_{MP(e)}(\theta, \varphi))]$$

3) 从大到小排列谱尖峰的值, 得

$$P'_{MP(1)}(\theta, \varphi) > P'_{MP(2)}(\theta, \varphi) > \dots > P'_{MP(e)}(\theta, \varphi)$$

对应的 DOA_{MP} 为

$$[(\theta_{MP(1)}, \varphi_{MP(1)}), (\theta_{MP(2)}, \varphi_{MP(2)}), \dots, (\theta_{MP(e)}, \varphi_{MP(e)})]$$

4) 假设源数目为 $i = 1$;

5) 噪声空间为 $U_i = [c_1 \ \dots \ c_{M-i}]_{M \times (M-i)}$, 利用

步骤3)得到的 DOA_{MP} , 对 MUSIC 的空间谱进行局部搜索。即

$$P_{\text{MS}}(\theta_i, \varphi_i) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta_i, \varphi_i) \mathbf{U}_i \mathbf{U}_i^H \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)} \quad (15)$$

其中 $(\theta_i, \varphi_i) \in [(\theta_{\text{MP}(i)} - \delta, \theta_{\text{MP}(i)} + \delta), (\varphi_{\text{MP}(i)} - \delta, \varphi_{\text{MP}(i)} + \delta)]$ 。局部谱的尖峰对应的角度就是 $[(\theta_{\text{MS}(1)}, \varphi_{\text{MS}(1)}), (\theta_{\text{MS}(2)}, \varphi_{\text{MS}(2)}), \dots, (\theta_{\text{MS}(i)}, \varphi_{\text{MS}(i)})]$, 其中每个角度的取值为,

$$(\theta_{\text{MS}(i)}, \varphi_{\text{MS}(i)}) =$$

$$\begin{cases} \text{取谱峰对应的角度,} \\ \text{(if 在 } (\theta_{\text{MP}(i)}, \varphi_{\text{MP}(i)}) \text{ 局部范围内有谱峰)} \\ (\theta_{\text{MP}(i)} + 2 * \delta, \varphi_{\text{MP}(i)} + 2 * \delta), \\ \text{(if 在 } (\theta_{\text{MP}(i)}, \varphi_{\text{MP}(i)}) \text{ 局部范围内无谱峰)} \end{cases}$$

(16)

δ 为搜索范围;

6) DOA_{MP} 与 $\text{DOA}_{\text{MS}(i)}$ 差距是否最小, 如果是, 算法结束, i 就是源数目, $\text{DOA}_{\text{MS}(i)}$ 就是要估计的 DOA; 否则, $i = i + 1$, 重复步骤 5。

上述步骤中, 基于 MP 与 MUSIC 局部搜索得到的 $\text{DOA}_{\text{MS}(i)}$, 可以看作是 MP 的 DOA 估计结果通过 MUSIC 方法进行修正。当存在弱信号时, 步骤 2) 会出现多个强信号的谱尖峰的重复, 从而使步骤 3) 中弱信号谱尖峰排在重复的强信号谱尖峰的后面。这样, 最后估计出的 N 个 DOA 中有些是强信号的重复, 而丢失了弱信号的 DOA。上述方法估计的 DOA, 还必须再次验证和修正。即在 MP 和 MUSIC 局部搜索之间进行反复相互修正, 才会得到稳健的 MP 算法。稳健的 MP 算法流程如图 2。

图 2 中, 步骤 1) 令初始的 DOA 均匀分布在整个空间, 从而使得式(7)迭代收敛更快。步骤 2) 是为了能将 DOA 作为式(7)的初始值而进行的操作, 过程可利用式(2)求出方向矩阵 \mathbf{A} , 对 \mathbf{A} 求 Moore-Penrose 逆, 得到 $\mathbf{D}_e(0) = \mathbf{A}^+$ 。 $\mathbf{D}_e(0)$ 是 $e \times M$ 复数矩阵, 代入步骤 3) 中的式(7)进行计算。在步骤 4) 中如果没收敛, 为了算法的稳健, 在上一次得到的 DOA 基础上, 多加 1 个干扰项, 其值为上一步的 DOA 均值 ($\theta_r = \sum_{k=1}^i \theta_k / i, \varphi_r = \sum_{k=1}^i \varphi_k / i$)。利用上一次的 DOA 值和干扰项的 DOA 值, 重复步骤 2) ~ 4) 直到 DOA 收敛为止。

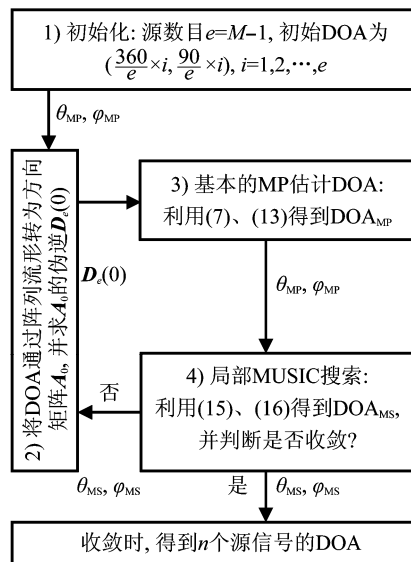


图 2 稳健的 MP 算法流程

Fig. 2 Robust MP algorithm process

在稳健 MP 方法进行过程中, 基本 MP 方法是基于信号振幅统计独立, MUSIC 方法是基于信号空间位置独立, 两种方法利用不同的信息修正对方的值, 使算法收敛到更好的 DOA 值上。

4 算法仿真实验

为了比较稳健 MP 方法与传统方法的性能, 进行如下仿真实验。传统方法需先估计源数目, 再进行基于 MUSIC 的 DOA 估计。本实验选择 Akaike 信息准则(AIC)和最小描述长度(DML)两种方法估计源数目, 接着再进行基于 MUSIC 的波达方向估计, 分别记为 AIC-M 和 DML-M。仿真实验用到的窄带信号为:

$$s_1 = \sin(2\pi f(0.1 \text{sawtooth}(10\pi t) + 0.2))$$

$$s_2 = \sin(2\pi f(0.1 \text{sawtooth}(9\pi t) + 0.2))$$

$$s_3 = \sin(2\pi f(0.1 \text{sawtooth}(7\pi t) + 0.2))$$

$\text{sawtooth}(2\pi f_a t)$ 是频率为 f_a 的锯齿波, 中心频率 $f = 1000$ Hz, 采样率为 2000 Hz。

实验 1 未知源数目的 DOA 估计

为了比较本文方法与传统方法对未知源信号数目 DOA 估计的正确率, 考虑 s_1, s_2 和 s_3 分别以 $(300^\circ, 10^\circ)$ 、 $(100^\circ, 30^\circ)$ 和 $(200^\circ, 50^\circ)$ 入射到 8 均匀圆阵中, 信噪比相同, 快拍数为 500, 假设源信号数目是未知。用下式判断估计是否正确,

$$\begin{cases} \text{correct, } abs(\theta - \hat{\theta}) + abs(\varphi - \hat{\varphi}) \leq 5 \\ \text{error, } abs(\theta - \hat{\theta}) + abs(\varphi - \hat{\varphi}) > 5 \end{cases}$$

在每个信噪比(SNR)值下,进行 100 次蒙特卡洛实验,各方法的正确率曲线如图 3 所示。

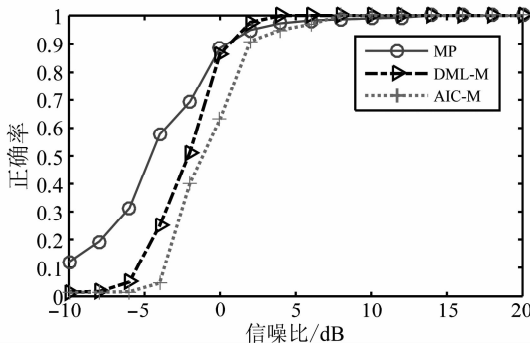


图 3 未知源数目的 DOA 估计的正确率
Fig. 3 The correct rate of DOA estimation of unknown source number

观察图 3 发现,当 SNR 大于 0 时,3 种方法正确率都很高;在 SNR 小于 0 时,MP 正确率高于其他方法,如在 SNR = -4 时 MP 方法仍有 57.4% 的正确率,DML-M 正确率是 24.7%,而 AIC-M 只有 0.8%。这是由于在低信噪比和少阵元的情况下,DML 和 AIC 估计源数目的能力变差,使得 MUSIC 出现欠估计,而导致 MDL-M 和 AIC-M 的正确率低。而稳健的 MP 方法在利用 D_e 求得 DOA 的基础上进行 MUSIC 局部修正,使算法收敛到 MUSIC 估计中最精确的 DOA 值中。因此在低信噪比和少阵元的情况下,MP 方法比 DML-M、AIC-M 性能更好。

实验 2 噪声对算法精度影响

阵元数目为 8,入射信号为 s_1, s_2 和 s_3 ,入射角度分别为 $(300^\circ, 20^\circ), (100^\circ, 30^\circ)$ 和 $(200^\circ, 50^\circ)$,信噪比相同,快拍数为 200。分别在 -4 dB、-2 dB 和 0 dB 噪声下,进行 100 次蒙特卡洛实验,得到算法均方误差如表 2。定义第 i 个 DOA 估计均方误差 (root-mean-square-error, RMSE) 为

$$RMSE(i) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K [(\hat{\theta}_{ij} - \theta_i)^2 + (\hat{\varphi}_{ij} - \varphi_i)^2]}$$

MDL-M 和 AIC-M 方法需要预先估计源数目,可能会出现比真实源数目多或少的情况,用 Lack 表示出现欠估计次数,Over 表示出现过估计次数。欠估计时,RMSE(i)中的 K 小于 100,即漏估计的 DOA 不计入误差计算中。过估计时,取与真实 DOA 误差最小的值计算 RMSE(i)。

表 2 不同噪声下算法精度

Tab. 2 Algorithms accuracy under different noise

信噪比/ dB	真实 DOA/(°)	MDL-M			AIC-M			MP
		RMSE /(°)	Lack	Over	RMSE /(°)	Lack	Over	RMSE /(°)
	(100,30)	8.02			10.36			5.45
-4	(200,50)	9.13	56	0	11.07	23	43	5.66
	(300,20)	7.10			10.42			6.04
	(100,30)	6.14			9.10			3.30
-2	(200,50)	5.03	32	0	9.56	16	34	2.89
	(300,20)	5.16			8.84			2.79
	(100,30)	3.11			5.12			0.58
0	(200,50)	2.05	10	3	5.53	6	30	0.31
	(300,20)	2.26			5.85			0.43

在表 2 中,MDL-M 和 AIC-M 方法出现了明显的欠估计和过估计值,而 MP 方法由于不需要估计源数目,没有出现欠估计和过估计;MDL-M 和 AIC-M 方法出现欠估计或过估计时,都会导致 DOA 估计值有误差,因此精确度低于 MP 方法。

实验 3 弱信号的 DOA 估计

阵列结构和阵元数目如实验 1,3 个人射信号为 s_1, s_2 和 s_3 ,入射的角度分别为 $(300^\circ, 10^\circ), (100^\circ, 30^\circ)$ 和 $(200^\circ, 50^\circ)$ 。固定 s_2 的信噪比为 -4 dB, s_1 和 s_3 从 4 dB ~ 16 dB 变化。图 4 是对弱信号 s_2 进行 DOA 估计的正确率。

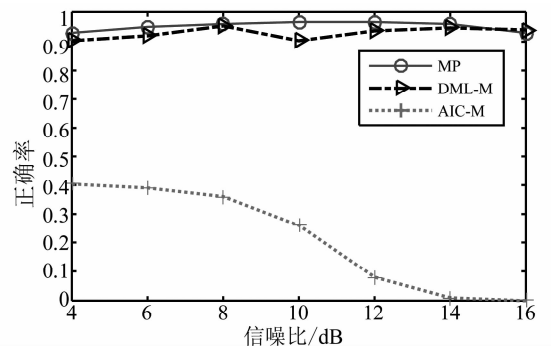


图 4 弱信号 s_2 的 DOA 估计的正确率: s_2 的信噪比固定为 -4 dB,其他信号信噪比从 4 dB ~ 16 dB 变化
Fig. 4 The correct rate of DOA estimation of weak signal s_2 :The SNR of s_2 is fixed to -4 dB, and the SNR of other signals is changed from 4 dB to 16 dB

从图4中可以看出,当 s_1, s_3 的SNR从4 dB到6 dB变换时,MP和DML-M方法的正确率都在90%以上,而AIC-P正确率小于50%。相比较,MP正确率更高。因为 DOA_{MP} 首次进行被估计时,会对 $M-1$ 个目标进行估计,其中包含弱信号,这样避免弱信号漏估计。而AIC-M算法把弱信号的特征值作为噪声的特征值,使得源数目的估计会出错,造成弱信号DOA丢失。

5 结论

本文在均匀圆阵信号模型下,提出了以Moore-Penrose逆的行向量为基础的空间谱函数,并结合MUSIC局部修正,得到稳健的MP方法。该方法充分利用信号振幅统计独立和信号空间位置独立的特性,根据MP方法和MUSIC方法相互修正来获得更精确的DOA估计值。仿真实验表明,本文方法可以估计未知源数目的DOA,并且在低信噪比和存在弱信号情况下,也有良好的鲁棒性。同时本文的方法也扩展了ICA在DOA估计中的应用。

参考文献

- [1] Schmidt R O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3):276-280.
- [2] 梁国龙,陶凯,范展. 声矢量阵自适应波束域广义似然比检测算法[J]. 电子学报,2015,43(1):135-139.
Liang Guolong, Tao Kai, Fan Zhan. Adaptive Beam Space Transformation Generalized Likelihood Ratio Test Algorithm Using Acoustic Vector Sensor Array [J]. Acta Electronica Sinica, 2015,43(1):135-139. (in Chinese)
- [3] 樊荣,徐保根,万义和,等. 利用信源先验特征的混合测向算法[J]. 电子科技大学学报,2014,34(4):514-518.
Fan Rong, Xu Baogen, Wan Yihe, et al. Hybrid Direction Finding Approach Using Prior of Sources [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2014,34(4):514-518. (in Chinese)
- [4] Jérôme Bobin, Jérémy Rapin, Anthony Larue, et al. Sparsity and Adaptivity for the Blind Separation of Partially Correlated Sources [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(5):1199-1213.
- [5] Satoshi Ukai, Tomoya Takatani, Tsuyoki Nishikawa, et al. Blind source separation combining SIMO-model-based ICA and adaptive beamforming [C] // IEEE International Conference on Acoustics, 2005:85-88.
- [6] Lalan Kumar, Kushagra Singhal, Rohit Sinha, et al. Significance of the MUSIC-group delay method in an ICA-Beamforming framework for speech separation in multi source environments [C] // National Conference on Communications (NCC), 2013:1-5.
- [7] Hiroshi Sawada, Ryo Mukai, Shoji Makino. Direction of Arrival Estimation for Multiple Source Signals Using Independent Component Analysis [C] // International Symposium on Signal Processing and ITS Applications, 2003, 2:411-414.
- [8] Ying Zhang, Boon Poh Ng. MUSIC-like DOA Estimation without estimating the number of sources [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3):1668-1676.
- [9] Qi Chongying, Zhang Yongshun, Han Ying, et al. An algorithm on high resolution DOA estimation with unknown number of signal sources [C] // Proc. 4th. conf. Microw. Millimeter Wave Technol. (ICMMT), 2004, 8:227-230.
- [10] Jeffery C Chan, Hui Ma, Tapan K Saha, et al. Adaptive blind equalization for automatic partial discharge signal processing and pattern classification [C] // Electrical Insulation and Dielectric Phenomena CEIDP, 2013:1197-1200.
- [11] Zhang Lanyong, Liu Fanning, Liu Sheng. Multichannel blind signal adaptive separation algorithm based on polyspectra analysis [C] // Control Conference (CCC), 2013:4586-4591.
- [12] Sergio Cruces, Andrzej Cichocki, Shun-ichi Amari. On a new blind signal extraction algorithm: different criteria and stability analysis [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(8):233-236.
- [13] 杜政东,魏平,赵菲,等. 圆阵二维谱快速计算方法研究[J]. 信号处理,2015,31(7):849-859.
Du Zhengdong, Wei Ping, Zhao Fei, et al. Fast Computation Methods Research for Two Dimensional MUSIC Spectrum Based on Circular Array [J]. Journal of Signal Processing, 2015, 31(7):849-859. (in Chinese)
- [14] 黄中瑞,郑志东,刘春生. 约束阵元最少化的圆阵列方向图综合[J]. 信号处理,2013,29(7):846-856.
Huang Zhongrui, Zheng Zhidong, Liu Chunsheng. Pattern Synthesis of the Circular array with the Constraint of minimal arrays [J]. Journal of Signal Processing, 2013, 29(7):846-856. (in Chinese)

作者简介



黄紧德 男,1976年生,广西百色人,2009年于西北工业大学获工学硕士学位,2015-2016年到武汉大学访学,现为广西教育学院数学与信息科学学院副教授。主要研究方向为盲信号处理和波达方向估计。

E-mail: h_jinde@tom.com



孙洪 女,1954年生,湖北武汉人,华中理工大学(现名:华中科技大学)获得工学博士学位,现为武汉大学电子信息学院教授,博士生导师。主要研究方向为统计信号处理、自适应信号处理和智能信号处理。

E-mail: hongsun@whu.edu.cn