

MEMS 陀螺仪随机序列趋势项提取算法

商志刚¹ 马晓川² 刘 宇² 袁东玉²

(1. 中国电子科技集团公司电子科学研究院, 北京 100041; 2. 中国科学院水下航行器信息技术重点实验室, 北京 100190)

摘 要: MEMS 陀螺仪目前广泛应用于水下航行器中, 但由于在测量数据中含有趋势项, 导致序列非平稳, 无法应用 ARMA 模型等时间序列分析方法对其进行分析, 因此, 需要探究有效的趋势提取方法提取序列趋势项。本文提出了应用平滑先验算法提取 MEMS 陀螺数据趋势算法, 同时介绍了多项式趋势拟合及经验模态分解趋势提取算法, 应用三种算法分别对同一实测数据进行趋势提取, 选用正态性检验方法, 对趋势提取后残余数据的平稳性进行判断, 以此判定其趋势提取效果。数据处理结果证明, 三种方法均可实现对 MEMS 陀螺数据的趋势提取, 但是各种方法均有其应用的优劣性, 需根据其不同应用条件进行优化选择。

关键词: MEMS 陀螺仪; 趋势项; 平滑先验算法; 多项式拟合; 经验模态分解

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **DOI:** 10.16798/j.issn.1003-0530.2016.07.010

Trend Extraction of Random Sequences of MEMS Gyroscopes

SHANG Zhi-gang¹ MA Xiao-chuan² LIU Yu² YUAN Dong-yu²

(1. Chinese Academy of Electronics and Information Technology, Beijing 100041, China; 2. Key Laboratory of Information Technology for Autonomous Underwater Vehicles, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: MEMS gyroscopes are widely applied in the underwater vehicles. Since the random sequences contain the trend terms, which are non-stationary. We cannot use ARMA model to analyze the gyroscopes' data. Thus, exploring an effective method of the trend extraction is extremely important. This paper proposes the method of the trend extraction based on smoothness prior approach. The polynomial trend fitting method and the empirical mode decomposition method are also introduced. These algorithms are applied in analyzing the experimental data. Normality test for the residual data is selected as the judgment conditions. The results verify that these methods can extract the trend. However, various methods have their advantages and disadvantages. Thus, we need choose the optimal method based on the different applications' conditions.

Key words: MEMS gyroscope; trend extraction; smoothness prior approach; polynomial trend fitting; empirical mode decomposition

1 引言

MEMS 陀螺仪由于其质量轻, 安装方便, 价格低廉等优点, 正在逐渐取代传统的转子型陀螺, 被广泛地应用于水下航行器中, 测量航行器的角速度信息^[1]。但是, MEMS 陀螺仪中常包含多种误差信息^[2], 为了对传感器噪声性能及其参数进行建模分析, 我们常对其时间序列进行 ARMA 模型(Auto Re-

gression Moving Average models, 自回归-滑动平均模型)建模分析^[3], 但该时间序列分析方法应用前提是, 待处理时间序列是平稳序列。因此, 对于非平稳序列若应用该方法进行分析, 我们需要先对其进行平稳化处理。对于 MEMS 陀螺仪来讲, 温度变化是测量值存在误差的重要因素, 在 MEMS 陀螺仪工作时, 温度逐渐升高, 陀螺数据会随温度变化产生一定的趋势性变化^[4], 因此, 趋势项提取是其非常

重要的数据预处理方法。

Mika P. 等学者首次提出应用平滑先验方法 (Smoothness Prior Approach, SPA) 提取心脏跳动趋势^[5], 收到了较好的效果。本文尝试将该方法应用于 MEMS 陀螺仪趋势项的提取分析, 同时为了分析该方法的性能, 我们同时介绍了多项式拟合方法、经验模态分解 (Empirical Mode Decomposition, EMD)^[6-7] 两种趋势提取方法, 分别利用三种趋势提取方法对同一陀螺实测数据进行分析, 选用正态性判定条件^[8], 对其趋势提取效果进行判决, 比较了三种方法的计算量等参数指标, 确定了各个方法的使用优缺点。

2 趋势提取算法原理

本节分别介绍了平滑先验算法、多项式拟合、经验模态分解算法三种趋势提取方法的原理, 同时介绍了三种方法的发展趋势提取具体实现流程。

2.1 平滑先验算法

对于待处理测试数据 y , 假设包括两部分: 平稳项 y_{sta} , 非线性趋势项 u_{trend} , 其趋势项可写为,

$$u_{trend} = H\theta + \nu \quad (1)$$

上式中, H 为观测矩阵, θ 为未知的待辨识参数, ν 表示测试的误差项, 显然若能辨识得到 θ , 也就可以得到待分析数据的趋势项。

对于平滑先验方法辨识, 常选用正则化最小二乘法对 θ 进行估计, 其估计表达式如下,

$$\hat{\theta}_\lambda = \arg \min_{\theta} \{ \| H\theta - y \|^2 + \lambda^2 \| D_d(H\theta) \|^2 \} \quad (2)$$

式中, λ 表示正则化参数, 参数 D_d 即为第 d 阶微分算子的离散表达式。

基于正则化最小二乘法, 我们利用先验信息, 对趋势 $H\theta$ 进行预测估计, 其估计表达式为^[9],

$$\hat{\theta}_\lambda = (H^T H + \lambda^2 H^T D_d^T D_d H)^{-1} H^T y \quad (3)$$

$$\hat{u}_{trend} = H\hat{\theta}_\lambda \quad (4)$$

式中, D_d 表示 d 阶微分算子, λ 与通带截止频率直接相关, 文献[4]提出该方法时, 是将其应用于心脏趋势的提取, 由于作者了解心脏的先验知识, 找到了适合的 λ , 而对于未知系统来讲, λ 的选择较为困难。

2.2 多项式趋势拟合算法

利用多项式对时间序列进行趋势项拟合是较为常用的方法, 其 n 次多项式拟合模型如下,

$$u(k) = a_0 + a_1 k + \cdots + a_n k^n \quad (5)$$

基于 Allan 方差分析法分析可知, MEMS 陀螺仪中常含有多种时间指数形式变化的趋势, 因此我们可以选用以下拟合函数对 MEMS 变化趋势进行拟合,

$$u(k) = a_0 + a_1 k + a_2 k^2 + a_3 k^4 + a_4 k^{-4} + a_5 k^{-2} + a_6 k^{-1} + a_7 k^{\frac{1}{2}} + a_8 k^{-\frac{1}{2}} + a_9 e^{-k} + a_{10} \ln k \quad (6)$$

根据麦克劳林展开, 若某函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 n 阶连续可导, 则 $f(x)$ 可用多项式进行表示; 并且根据 MEMS 陀螺仪测量精度的要求, 利用多项式进行拟合已完全满足要求。因此, 在实际应用中, 式(5)的应用更为广泛一些。

2.3 EMD 算法

EMD 算法原则上可以处理任意平稳及非平稳信号, 将待分析的信号 $x(t)$ 分解为, 一系列本征模态函数 (Intrinsic Mode Functions, IMF) 分量 imf_i 和余量的集合, 如图 1 给出了其算法执行框图^[10]。

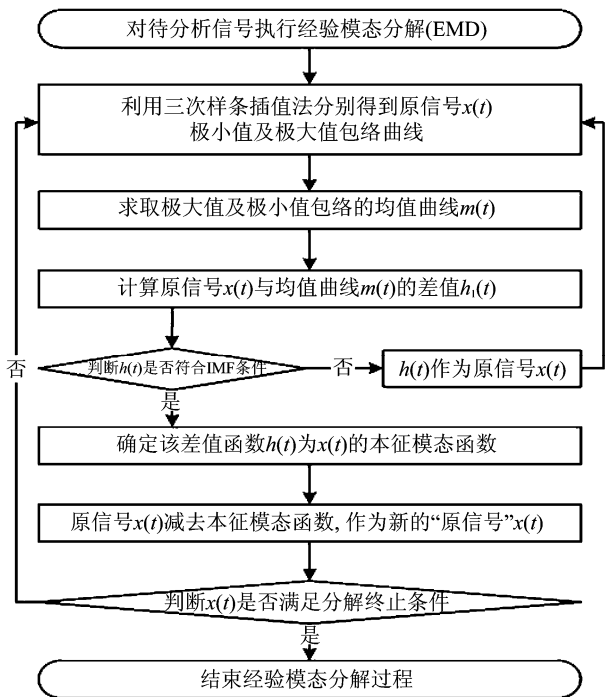


图1 EMD 算法执行框图

Fig. 1 The block diagram of EMD algorithm

在该算法执行框图中, 关键即为 IMF 的分解及判决, 其中有两个较为重要的判决条件, 一是 IMF 判决条件, 另一个即为终止分解判决条件。我们设定 IMF 函数满足如下两个条件:

(1)函数的极点数目与零点数目相同或至多相差 1;

(2)由极值点包络加和新构成的曲线均值为零。

满足这两个条件,我们即认为该函数为 IMF,否则继续进行迭代分解。对于终止判决条件,有两种不同的判决方法,一是判决 IMF 分量或余项小于某一个设定值,另一种方法是判决余项是否为单调函数,满足任何一项即结束其分解过程,本文以其余项单调性作为结束分解判决条件。最终待分析信号可以分解为一系列本征模态函数 imf_i 及余项 r_n 的加和形式,其具体表达式如下,

$$x(t) = \sum_{i=1}^n \text{imf}_i + r_n \quad (7)$$

其单调的余项函数 r_n 即可直观反映其变化趋势,为了能够更精确的刻画其变化趋势,我们常选用余项函数 r_n 与若干 imf_i 的组合方式,由于越早分解出来的本征模态函数 imf_i 频域越高,较晚分解出来的 imf_i 频率较低,我们常使用编号较大的 imf_i 与 r_n 进行组合。

3 趋势项优度判决—正态性检验

我们提取 MEMS 陀螺仪趋势项,主要是为了将非平稳信号进行平稳化处理,进而对其进行 ARMA 模型建模分析,因此我们可对提取趋势项后的时间残差序列进行正态性分析,通过分析结果判断趋势提取的优劣,下面我们介绍正态性检验的具体实现方法。

若对于某时间序列既满足平稳性检验,又满足正态性检验,那么该时间随机过程必将是各态遍历的平稳随机过程,目前最为常用的序列正态性检测方法,是通过对序列 χ^2 的拟合优度进行检验来判断其正态性。对于时间序列样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_N$,其检测具体实现流程如下:

1)求观测频数。假定在该序列中, $a = \max\{x_n\}$, $b = \min\{x_n\}$,我们将序列分为 k 个子空间,各子空间宽度为 $\frac{b-a}{k}$,假设 N_i 为第 i 区间的观测频数。

2) χ^2 的拟合优度检验。我们假设存在 $x \sim N(\mu, \sigma^2)$,其概率分布函数满足 $P(x < X) \equiv \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$,在 α

与 β 之间的随机变量概率满足 $\Phi\left(\frac{\beta-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha-\mu}{\sigma}\right)$ 。

若时间序列是正态分布的,我们可计算落在第 j 区间的数据个数为 $F_j = N \left\{ \Phi\left(\frac{d_j - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) - \Phi\left(\frac{d_{j-1} - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) \right\}$,式中均值、方差为待处理样本均值和方差。

3)正态性检测。我们利用观测频数 N_j 可构造如下统计量,

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(N_j - F_j)^2}{F_j} \quad (8)$$

假设统计量渐近服从自由度为 $k-1$ 的 χ^2 分布,设定显著水平参数为 α ,可求得其临界参数为 $\chi_{k-1, \alpha}^2$ 。若满足 $\chi^2 \leq \chi_{k-1, \alpha}^2$,则认定序列 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_N$ 满足正态分布,否则就不满足正态分布。

4 实测 MEMS 陀螺测试数据趋势提取

我们利用基于 MEMS 陀螺仪的 IMU 设备,采集了一组时长为 185 s 的角速度数据,数据采样频率为 50 Hz,如图 2 给出了数据时序图,直观观测该数据含有明显趋势项,直接对该数据进行 ARMA 模型建模,显然是不可行的。在本节我们分别利用 SPA 方法、多项式拟合及 EMD 三种方法,对实测数据进行趋势项分析并提取,然后利用处理后数据的正态性判断其趋势项提取的优劣效果,并对各种方法的计算优劣进行评判。

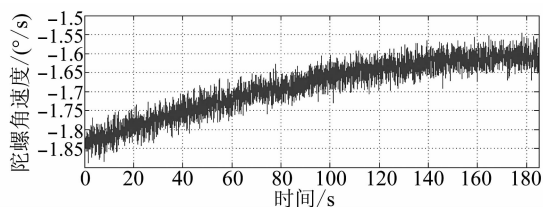


图 2 MEMS 陀螺仪实测数据

Fig. 2 Measurements of MEMS gyros

设定置信区间为 0.95,将数据均分为 15 组,则自由度是 14,利用 matlab 工具箱中函数“chi2inv(0.95,14)”,判定其拟合度的临界值为 23.6848,对应数据小于该临界值,可认为其满足正态性,反之则不满足。原始数据拟合度为 2092,远大于临界值,证明原始数列是非正态的。

4.1 SPA 趋势提取

基于式(1)至式(4),经 SPA 趋势估计后,原始

数据平稳项表示为^[8],

$$\hat{z}_{sta} = z - H\hat{\theta}_{\lambda} = (I - (I + \lambda^2 D_2^T D_2)^{-1})z \quad (9)$$

在上式中,令 $L = I - (I + \lambda^2 D_2^T D_2)^{-1}$, 则 $\hat{z}_{sta} = LZ$ 。根据信号处理知识可知, L 相当于一个离散时间序列的高通滤波器,对 L 进行傅里叶变换就可求得各离散时间点上的频率响应,在时变频率特性曲线的低频段出现了明显的衰减,可知低频段所代表的非线性趋势被有效地去除。

对不同的正则化参数 λ 可以得到不同的频率响应曲线,也就是说其滤波效果因 λ 的不同而存在较大差异,如表 1 给出了正则化参数与相对截止频率之间的关系。

表 1 正则化参数与相对截止频率之间的关系

Tab. 1 Regularization parameter and the corresponding cut-off frequency

正则化参数	1	2	4	10	50	160	300
相对截止频率	0.214	0.145	0.1	0.062	0.031	0.02	0.016

MEMS 陀螺仪趋势辨识关注的频率范围是 0.5 ~ 50 Hz,因此,参考表 1,在采样率为 25 Hz 时,取 $\lambda = 160$ 对应的截至频率为 $0.02 \times 25 \text{ Hz} = 0.5 \text{ Hz}$,基本可以有效除去原始数据中低于 0.5 Hz 非线性化趋势。

应用平滑先验算法,可提取 MEMS 陀螺仪的变化趋势,如图 3 给出了应用该方法提取趋势项,然后得到提取趋势项后的数据序列,直观观测该序列不含趋势项。

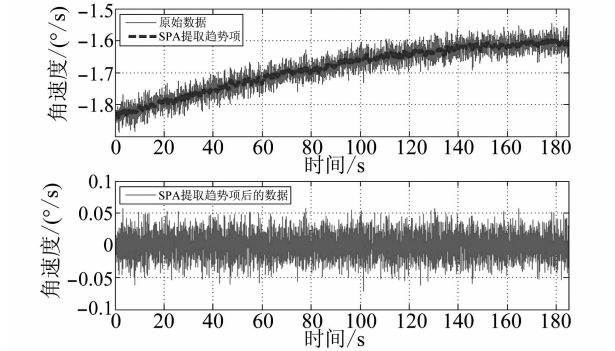


图 3 SPA 提取趋势项及提取趋势项后数据序列
Fig. 3 The trend sequence obtained by SPA

为了进一步检测该趋势提取方法的有效性,我们进行正态性检验,如图 4 给出了标准正态分布与趋势提取后数据频数分布对比图,二者基本重合,进一步计算 χ^2 拟合度为 12.6703,小于临界值,满足正态性,证明该方法可完成 MEMS 陀螺仪趋势提取。

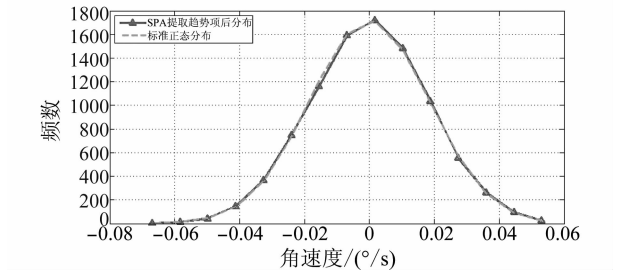


图 4 SPA 提取趋势项及提取趋势项后数据序列
Fig. 4 Comparison between the trend sequence obtained by SPA and standard normal distribution

4.2 多项式趋势提取

对于多项式拟合趋势算法,我们选式(5)或式(6),但综合考虑拟合效果、计算复杂性,我们选用式(5)的多项式进行拟合,拟合阶次设定为四阶,其趋势拟合表达式为,

$$\hat{u}(t) = -1.837 + 0.002278t - 5.249 \times 10^{-6}t^2 + 6.123 \times 10^{-10}t^3 - 1.244 \times 10^{-11}t^4 \quad (10)$$

如图 5 给出了 4 阶多项式拟合得到的趋势项,并且进一步得到了提取趋势项后的数据序列,直观观察所得序列不含趋势项。为了进一步进行正态性检验,验证该方法的有效性,如图 6 给出了,提取趋势后数据频数分布与标准正态分布对比图,二者基本重合,进一步计算 χ^2 拟合度为 10.1868,小于临界值,满足正态性,证明多项式拟合算法同样可以完成 MEMS 陀螺仪趋势提取。

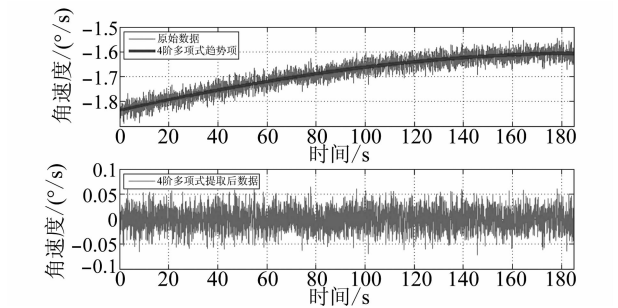


图 5 4 阶多项式拟合趋势项及提取趋势项后数据序列
Fig. 5 The trend sequence obtained by 4-order polynomial

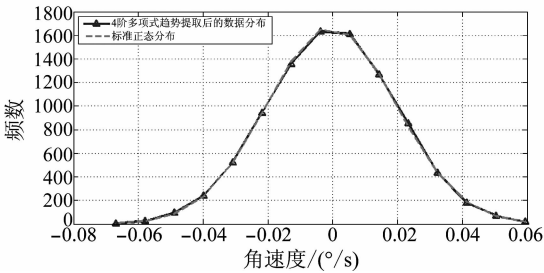


图 6 提取 4 阶多项式拟合趋势项后数据频数分布
Fig. 6 Comparison between the trend sequence obtained by 4-order polynomial and standard normal distribution

4.3 EMD 趋势提取

利用 EMD 算法对 MEMS 陀螺数据进行趋势提取的前提,是对数据进行经验模态分解,得到其本征模态函数,利用如图 1 的经验模态分解算法,对 MEMS 陀螺数据进行分解,如图 7 给出了对原始数据

进行 EMD 分解得到的本征函数。

基于图 7 可看到,原数据共含有 9 个本征函数,其中编号小的本征函数变化频率明显较大,编号越大,其变化频率越发变小,最终分解结束的余项反映了数据的变化趋势。如表 2 所示给出了,选用不同本征模态函数进行组合作为趋势项时,剔除趋势项时,对剩余数据求解 χ^2 拟合度的结果。基于其正态性判决可知,不同的组合形式所得的数据的正态性是不相同的;将 IMF9 与 r_n 函数组合作为趋势项,所得到数据的正态性最好;将 IMF2 ~ IMF9+ r_n ,全部组合叠加在一起作为趋势项, χ^2 拟合度大于临界值,所得数据不是正态的。因此,我们选用 IMF9 与 r_n 组合的形式,如图 8 给出了该组合方式拟合得到的趋势项,并且进一步得到了提取趋势项后的数据序列。

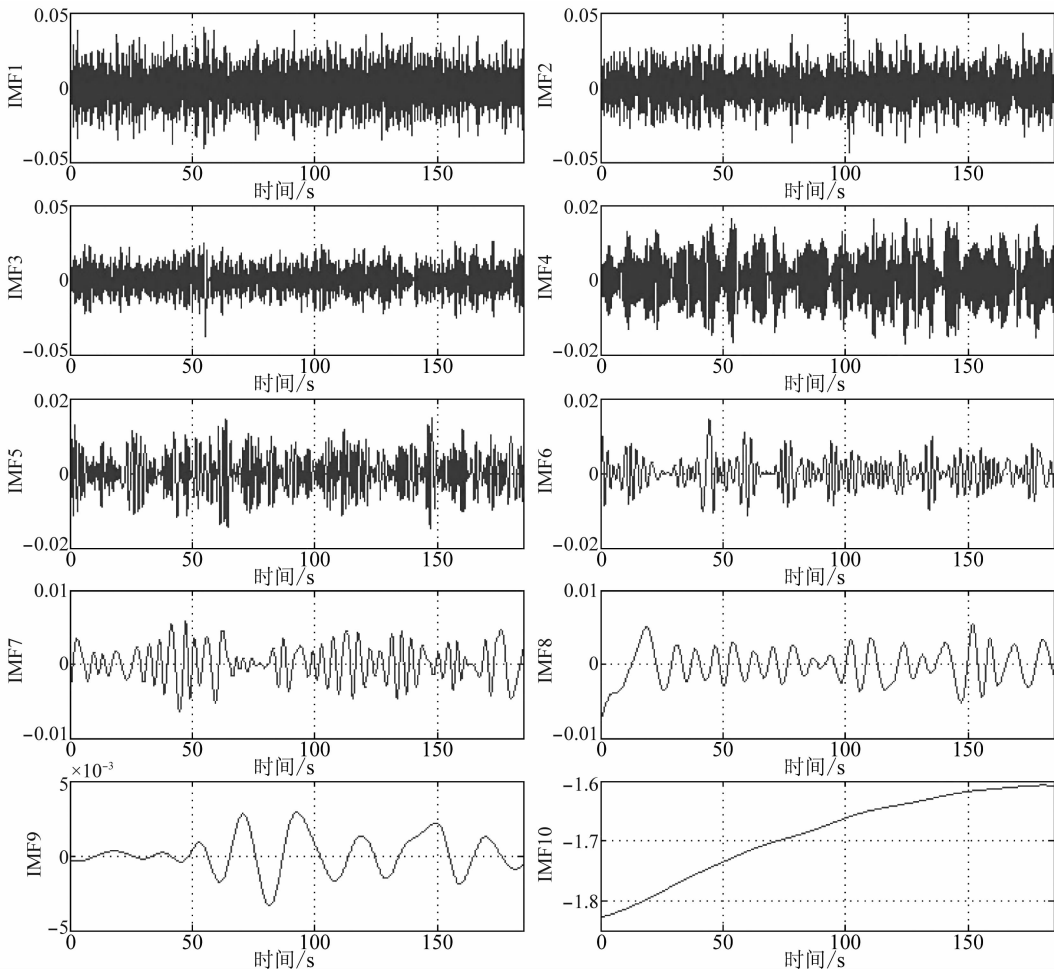


图 7 EMD 分解得到的本征模态函数
Fig. 7 IMF obtained by EMD

表 2 选用不同的本征模态函数作为趋势项后对应的 χ^2 拟合度
Tab.2 Comparing the combined effect of different mode functions

IMF 组合	χ^2 拟合度	正态性
r_n	14. 0398	是
IMF9+ r_n	9. 6927	是
IMF8 ~ IMF9+ r_n	12. 2874	是
IMF7 ~ IMF9+ r_n	14. 4304	是
IMF6 ~ IMF9+ r_n	18. 4958	是
IMF5 ~ IMF9+ r_n	16. 0879	是
IMF4 ~ IMF9+ r_n	17. 6669	是
IMF3 ~ IMF9+ r_n	16. 9813	是
IMF2 ~ IMF9+ r_n	46. 2403	否

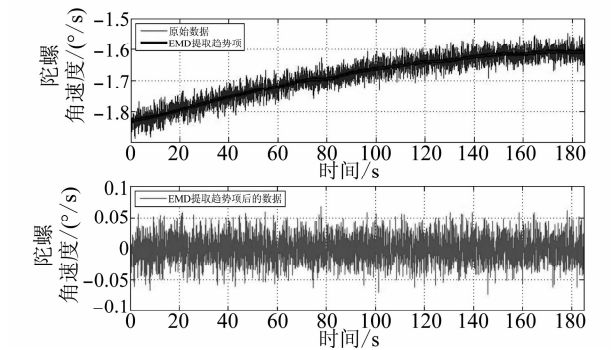


图 8 EMD 提取趋势项及提取趋势项后数据序列
Fig. 8 The trend sequence obtained by EMD

基于表 2,该组合方式 χ^2 拟合度为 9. 6927,小于临界值,满足正态性;如图 9 给出了,提取趋势后数据频数分布与标准正态分布对比图,二者基本重合。因此,综上验证了 EMD 算法可以完成 MEMS 陀螺仪趋势提取。

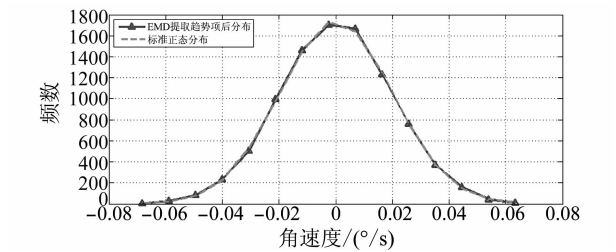


图 9 EMD 提取趋势项后数据频数分布
Fig. 9 Comparison between the trend sequence obtained by EMD and standard normal distribution

4.4 三种方法趋势提取效果讨论

上面我们分别选用平滑先验方法、多项式拟合

及经验模态分解三种方法,对同一 MEMS 陀螺数据进行趋势提取,经过残差数据的正态性分析结果可知,三种数据分析方法均可以有效提取数据趋势项。

基于三种方法 χ^2 拟合度,并结合 MEMS 陀螺仪数据特点,三种方法均可用于数据预处理中的趋势项提取,且三种方法处理效果基本相同,但是平滑先验算法性能略差,经验模态分解效果最好,多项式拟合居中;选用同一 PC 机进行计算,平滑先验算法计算时间最长,约是另外两种方法的十倍,计算复杂度最高,当数据量太大时,占用计算机内存较大,另外两种方法计算时间近似;平滑先验方法需要知道序列的一些先验知识,对于未知序列来讲,该方法调整适当的 λ 较困难;对于平滑先验方法、多项式拟合算法,只需要按照算法顺序执行即可得到其趋势项,但是经验模态分解法需要进一步讨论其本征函数的组合形式,存在判断最优组合的问题,对于多项式拟合同样存在最优阶次选择的问题,大多是计算复杂度及拟合效果的折中。

因此,三种方法各有优劣,需要根据具体的情况进行优化筛选,在实际中,综合考虑模型的简化及计算时间等因素,我们可选择多项式拟合;若不想考虑优化筛选,且存在先验的概率信息,我们可直接选择平滑先验算法;若除了其趋势项,还想对数据的频率成分有深入了解,也可选择经验模态分解算法。

5 结论

本文针对 MEMS 陀螺数据趋势提取问题,提出了应用平滑先验算法进行数据趋势提取,同时介绍了多项式趋势拟合算法、经验模态分解算法进行趋势提取的原理,介绍了利用正态性判定其趋势提取的优劣;然后针对同一 MEMS 陀螺数据分别应用 SPA、多项式拟合、EMD 进行趋势提取,最后比较其残余序列正态拟合度,实验结果证明三种方法均可进行趋势项提取,且性能效果近似,但是三种方法各自具有其优劣性,针对不同问题,常应用不同的方法。

参考文献

[1] Zhu R. A linear fusion algorithm for attitude determination using low cost MEMS-based sensors[J]. Measure-

- ment, Jun. 2007, 40(3): 322-328.
- [2] Leland R P. Mechanical-thermal noise in MEMS gyroscopes [J]. Sensors Journal, IEEE, 2005, 5(3): 493-500.
- [3] Li X, Chen J, Shangguan Y A. Method to Analyse and Eliminate Stochastic Noises of FOG Based on ARMA and Kalman Filtering Method [C] // Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, 2014 Sixth International Conference on. IEEE, 2014, 2: 325-328.
- [4] 魏泽松, 张嘉易, 郝永平, 等. 温度对IMU微机械陀螺仪零偏影响及标定补偿[J]. 理论与方法, 2011, 30(1): 9-14.
- Wei Z S, Zhang J Y, Hao Y P, et al. Impact of temperature on zero bias of IMU MEMS gyroscope and its calibration compensation [J]. Theory and Methods, 2011, 30(1): 9-14. (in Chinese)
- [5] Mika P. Tarvainen, Perttu O. Ranta-aho, Pasi A. Karjalainen. An Advanced Detrending Method With Application to HRV Analysis [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Feb. 2002, 49(2).
- [6] 甘雨, 隋立芬. 基于经验模分解的陀螺信号消噪[J]. 测绘学报, 2011, 40(6): 745-750.
- Gan Y, Sui L F. De-noising Method For Gyro Signal Based on EMD [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2011, 40(6): 745-750. (in Chinese)
- [7] 王明阳, 周一宇, 姜文利. 基于固有模态函数域滤波方法[J]. 信号处理, 2007, 23(2): 306-308.
- Wang M Y, Zhou Y Y, Jiang W L. Intrinsic mode function domain filtering method [J]. Signal Processing, 2007, 23(2): 306-308. (in Chinese)
- [8] 梁小筠. 正态性检验[J]. 数学的实践与认识, 1988, 1: 009.
- Liang X. Normality Test [J]. Mathematics in Practice and Theory, 1988, 1: 009. (in Chinese)
- [9] 周念成, 王予疆, 陈刚, 等. 低频振荡模式辨识中信号非线性去趋的平滑先验方法[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(11): 1-5.
- Zhou N C, Wang Y J, Chen G, et al. Smoothness prior approach to removing nonlinear trends from signals in identification of low frequency oscillation mode [J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(11): 1-5. (in Chinese)
- [10] 王婷. EMD算法研究及其在信号去噪中的应用[D]. 黑龙江: 哈尔滨工程大学博士论文, 2010.
- Wang T. Research on EMD algorithm and its application in signal denoising [D]. Heilongjiang: Harbin Engineering University, 2010. (in Chinese)

作者简介



商志刚 男, 中国电子科技集团公司电子科学研究院工程师。2010年获得哈尔滨工程大学水声工程学院电子信息工程学士学位, 于2015年在中国科学院声学研究所获信号与信息处理专业博士学位。主要研究方向为水下航行器组合导航系统、超导量子干涉仪。

E-mail: shangzhigang513@163.com



马晓川 男, 中国科学院声学所研究员、副所长。分别于1991年、1994年、1997年在西北工业大学获得学士、硕士及博士学位。主要研究方向为水下航行器组合导航系统、水声信号处理等。

E-mail: maxc@mail.ioa.ac.cn



刘宇 男, 中国科学院声学所研究员。于1997年在南开大学计算机与系统科学系获自动控制专业学士学位, 于2006年6月在中国科学院声学研究所获信号与信息处理专业博士学位。主要研究方向为水下航行器组合导航系统、控制系统

设计、目标跟踪等。

E-mail: liuyu2010@mail.ioa.ac.cn



袁东玉 男, 中国科学院声学研究所博士研究生。2011年获得山东建筑大学电子信息工程学士学位。主要研究方向为水下航行器组合导航系统。

E-mail: sdyuandongyu@sina.cn