

利用 LMS 的频谱感知算法

王 凡 卢光跃

(西安邮电大学无线网络安全技术国家工程实验室, 陕西西安 710121)

摘 要: 针对低信噪比下的频谱感知问题, 提出一种基于最小均方算法(LMS)的不受噪声不确定度影响的频谱感知算法。本文利用 LMS 算法对原始发送信号的幅度进行实时估计, 并以其估计值作为检验统计量, 判断主用户是否存在, 实现频谱感知。理论和仿真结果均表明, 此方法对微弱信号的检测能力较强, 且性能明显优于能量检测算法, 通过对噪声方差的实时估计, 可以有效克服噪声不确定度的影响。

关键词: 认知无线电; 频谱感知; 最小均方算法; 信号幅度估计

中图分类号: TN92 **文献标识码:** A **DOI:** 10.16798/j.issn.1003-0530.2016.05.006

Spectrum Sensing Method Using LMS

WANG Fan LU Guang-yue

(National Engineering Laboratory for Wireless Security, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China)

Abstract: In order to fulfill the spectrum sensing in low SNR environment, the based LMS spectrum sensing method that free of noise uncertainty is proposed. In this paper, LMS algorithm is applied to estimate the amplitude of transmitted signal in real time, and the estimation is employed as the test statistic to detect the existence of primary user. Both the theoretical and simulation results show that the proposed method has better performance for weak signal detection, which also greatly outperforms the classical energy detection method and effectively overcome the influences of noise uncertainty by estimating the noise variance.

Key words: cognitive radio; spectrum sensing; least mean square algorithm; signal amplitude estimation

1 引言

可用频谱是一种非常珍贵的有限资源, 尤其是在无线设备和多媒体应用日益增长的今天, 可用频谱已经非常贫乏。目前的频谱资源分配机制已经不能满足现实的需求, 所以寻求一种高效利用频谱资源的技术迫在眉睫, 而认知无线电(Cognitive Radio, CR)技术的提出给出了很好的解决方案。

频谱感知是 CR 技术的核心, 要求能够准确、高效发现主用户(Primary User, PU)的空闲频谱(频谱空洞), 在不对 PU 造成影响的前提下, 次用户(Secondary User, SU)动态接入进行通信, 当 PU 再次使用授权频段时, SU 要能够及时释放资源, 保证主用户

的优先使用权, 从而实现频谱的高效利用。

目前已有的频谱感知算法比较繁杂, 比较经典的算法有能量检测算法^[1-2](Energy Detection, ED)、循环平稳特征检测算法^[3](Cyclostationary Feature Detection, CFD)、匹配滤波检测算法^[4](Matched-Filtering, MF)和基于特征结构的感知算法^[5-10]。ED 算法由于其简单易实现性受到青睐, 无需知道先验信息, 但对微弱信号检测能力差, 且易受噪声不确定度影响。CFD 算法在低信噪比下检测性能可靠, 但算法复杂度大, 检测时间长, MF 算法感知结果较好, 但须知 PU 信号的先验知识, 系统实现复杂, CFD 算法和 MF 算法都能克服噪声不确定度影响。基于特征结构这类算法对微弱信号的检测能力较好, 且

能消除噪声不确定度的影响,缺点是复杂度大。鉴于在实际环境中的多变因素,尤其是在信噪比极低的情况下,怎样能够更好的实现频谱感知是一个重要的问题。

本文利用 LMS 算法对原始发送信号的幅度进行实时估计,用幅度估计值作为感知算法的检验统计量;同时,通过对噪声方差的实时估计,以有效克服噪声不确定度的影响。本文其他部分组织如下:第2节给出信号模型,并介绍能量检测算法;第3节给出本文的感知算法;第4节通过仿真结果分析算法性能;第5节对本文进行总结。

2 信号模型与能量检测算法简介

2.1 信号模型

频谱感知问题是一个二元假设问题,本文使用文献[11]中的信号模型为:

$$H_1 : d(k) = \sqrt{\rho}m + n(k) \quad (1)$$

$$H_0 : d(k) = n(k)$$

其中, $d(k)$ 表示接收信号, m 表示 PU 的发送信号, $\sqrt{\rho}$ 表示信道增益, $n(k)$ 表示均值为 0、方差 σ_n^2 的加性高斯白噪声。 H_1 表示频段被占用, SU 不可以接入该频段; H_0 表示频段空闲, 可以被 SU 使用。为了方便起见, 本文假设在一个检测周期内发送信号 m 与信道增益 $\sqrt{\rho}$ 保持不变。

2.2 能量检测算法

能量检测算法是一种非相干检测方法, 将一段时间内接收信号的能量之和与预先设定的门限相比较, 从而判断 PU 信号是否存在。

若对接收信号进行 N 点采样, 则能量检测算法检验统计量 T_{ED} 和判决过程可表示为:

$$T_{ED} = \sum_{k=1}^N |d(k)|^2 \begin{matrix} H_1 \\ > \\ H_0 \\ \leq \end{matrix} \gamma_{ED} \quad (2)$$

其中 γ_{ED} 为判决门限。在噪声为高斯分布时, γ_{ED} 可由下式确定^[1]:

$$\gamma_{ED} = N\sigma_n^2 + \sigma_n^2\sqrt{2N}Q^{-1}(P_f) \quad (3)$$

其中, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\omega^2/2} d\omega$, P_f 是虚警概率。

可见, 传统能量算法的检验统计量可以看做是信号能量和噪声能量之和, 且其判决门限与噪声方差有

关。事实上, 如果能直接估计出发送信号的幅度, 就可以直接得到可能存在的主用户信号的能量, 能更精确的实现频谱感知(尤其在低信噪比下)。

3 利用 LMS 的频谱感知算法

3.1 检验统计量及其概率分布

LMS 算法^[12]是一种简单且有效的自适应算法, 是实现未知参数估计的理想选择之一。在本文中, 将利用 LMS 算法对发送信号的幅度进行估计, 并用估计值作为频谱感知的检验统计量。具体算法结构如下:

$$e(k) = d(k) - \sqrt{\rho}x(k-1) \quad (4)$$

$$x(k) = x(k-1) + \mu\sqrt{\rho}e(k) \quad (5)$$

其中 $x(k)$ 表示 SU 对发送信号 m 在第 k 次迭代时的估计值, $e(k)$ 表示本地估计误差, μ 表示步长, 它控制着信号估计的准确性和收敛速度, 其收敛条件为:

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}}$$

其中 λ_{\max} 为 $\sqrt{\rho}$ 的自相关矩阵的最大特征值^[13]。

直接取 $x(k)$ 为检验统计量, 于是, 当 $x(k)$ 大于等于门限 γ 时, 判断 H_1 成立, 反之 H_0 成立, 即:

$$x(k) \begin{matrix} H_1 \\ \geq \\ H_0 \\ < \end{matrix} \gamma \quad (6)$$

为了分析方便起见, 令 $x(k)$ 的初始值为 0。为了得出算法的统计性能, 需要得到其检验统计量的理论分布以及检测算法门限 γ 的确定方法。

由于噪声 $n(k) \sim N(0, \sigma_n^2)$, 其估计值 $x(k)$ 服从正态分布(见附录), 即

$$x(k) \sim \begin{cases} N(a_0, \sigma_0^2) & H_0 \\ N(a_1, \sigma_0^2) & H_1 \end{cases} \quad (7)$$

其中 $a_0 = 0$, $a_1 = \sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{(i-1)} \mu\rho m$, $\sigma_0^2 = \sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{2(i-1)} \mu^2 \rho \sigma_n^2$

根据式(7), 可以得到虚警概率 P_f 和检测概率 P_d 与给定门限 γ 的关系分别为

$$P_f = Q\left(\frac{\gamma}{\sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{2(i-1)} \mu^2 \rho \sigma_n^2}\right) \quad (8)$$

$$P_d = Q\left(\frac{\gamma - \sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{(i-1)} \mu\rho m}{\sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{2(i-1)} \mu^2 \rho \sigma_n^2}\right) \quad (9)$$

由式(8)可得,给定某一 P_f 时,其判决门限为

$$\gamma = \left(\sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{2(i-1)} \mu^2 \rho \sigma_n^2 \right) Q^{-1}(P_f) \quad (10)$$

3.2 噪声方差的估计

由式(10)可以看出,计算门限 γ 需要知道噪声方差 σ_n^2 ,而在实际中,噪声方差会在一定范围内波动,从而使得门限 γ 也将发生变化,算法性能必然会受到影响。噪声的这种波动性可以用噪声不确定度描述,为了解决这个问题,本文将利用矩估计法对噪声方差进行实时估计。具体估计方法如下。

由辛钦大数定理可知^[14],当 $N \rightarrow \infty$ 时,样本 m 阶矩依分布收敛于总体 m 阶矩,样本矩的连续函数收敛于相应的总体矩的连续函数,因此可用样本 m 阶矩作为总体 m 阶矩的估计,用样本方差的无偏估计 $\hat{\sigma}_n^2$ 代替 σ_n^2 :

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (d(k) - \hat{m}_d)^2 \quad (11)$$

其中

$$\hat{m}_d = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N d(k)$$

3.3 算法步骤

综上所述,本文算法步骤如下:

(1)若噪声信息已知,则根据式(10)计算出门限 γ ;若噪声信息未知,根据式(11)估计噪声方差 σ_n^2 ,后代入式(10)求出门限 γ ;

(2)根据式(4)和(5)迭代求出检验统计量 $x(k)$;

(3)通过式(6)进行判决。

4 仿真分析

为了验证上述分析,下面将给出本文算法的仿真结果。根据文献[11]中假设发送信号 $m=1$,噪声方差 $\sigma_n^2=1$,则 ρ 表示接收信号的信噪比,虚警概率 $P_f=0.01$,噪声不确定度用 α 表示,LMS算法步长 $\mu=0.01$ 。

图1给出了 H_1 条件下信噪比为-25 dB,采样点数 $N=3200$,不存在噪声不确定度($\alpha=0$)时,本文算法的检验统计量概率密度函数的理论和仿真曲线。从图中可以看出, H_0 和 H_1 情况下理论和仿真曲线完全重合,验证了理论推导的正确性。并且,在-25 dB时,本文算法的概率密度函数在 H_0 和 H_1 情况下有良好的分离度,重叠部分很少,此时,设置合

理的門限可以保证虚警概率 P_f 很小的同时可以获得很高的检测概率 P_d 。

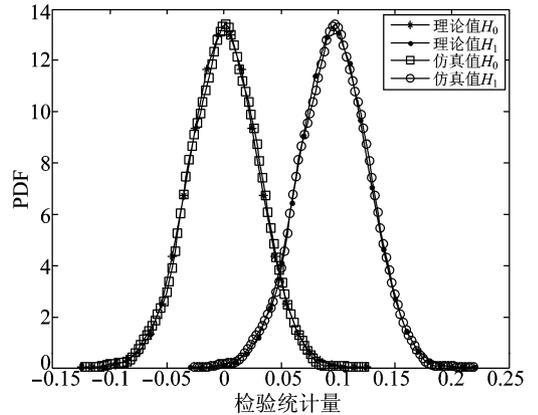


图1 本文算法检验统计量的概率密度函数曲线

Fig.1 Probability density function of the statistic of proposed algorithm

图2给出了已知噪声信息情况下,采样点数 $N=3200$ 、 $\alpha=0$ 时ED算法和本文算法的检测性能曲线。由图2可以看出本文算法的 P_d 与 P_f 理论和仿真曲线完全重合,进一步验证了算法与理论推导的正确性。在已知噪声信息的情况下,本文算法性能在低信噪比下要远优于ED算法性能,如在信噪比为-25 dB时,本文算法的检测性能达到了0.8,而ED算法的检测性能几乎为0,说明本文算法对微弱信号检测能力较强。

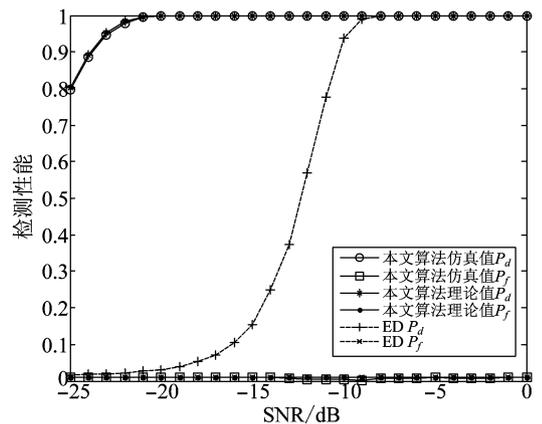


图2 噪声信息已知时本文算法与ED算法的性能比较

Fig.2 Comparison of detection performance between proposed algorithm and ED algorithm under the known noise variance

图3给出了噪声信息未知,采样点数 $N=3200$ 时,本文算法在 $\alpha=0$ dB和 $\alpha=1$ dB情况下的检测性能曲线。从图中可以看出,当 $\alpha=0$ dB和 $\alpha=1$ dB,本文算法性能几乎不变,在低信噪比下仍然

维持着较高的检测概率,从而说明本文算法几乎不受噪声不确定度的影响,而 ED 算法由于受到噪声不确定度的影响,其虚警概率 P_f 跃升为 0.44 (远大于设定的 0.01),导致算法失效。

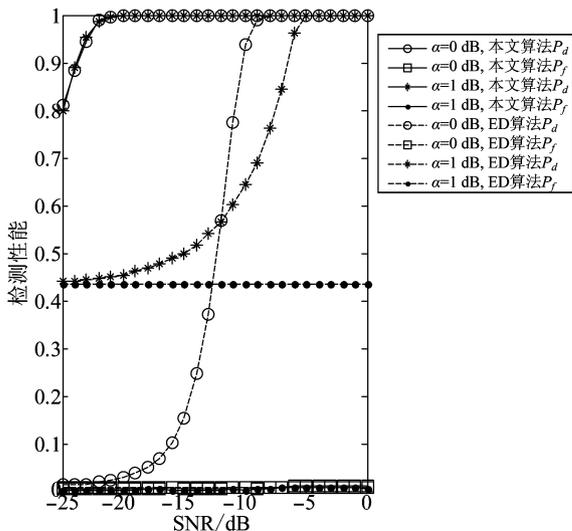


图3 存在噪声不确定度时本文算法和 ED 算法的检测性能比较
Fig. 3 Comparison of detection performance between proposed algorithm and ED algorithm under the existence of noise uncertainty

图4为 $\alpha=0$ dB 时本文算法在不同采样点数 N 下的检测性能曲线。可以看出算法 P_f 始终能满足给定的要求,而 P_d 的性能随 N 的增加而增加。如在 -25 dB 时, $N=3200$ 的检测性能比 $N=800$ 时的性能增加了四倍左右。当 $N=100$ 和 $N=300$ 的小采样情况下,本文算法仍有较佳的性能,而且小采样时本文算法的运算量也将大大减小。

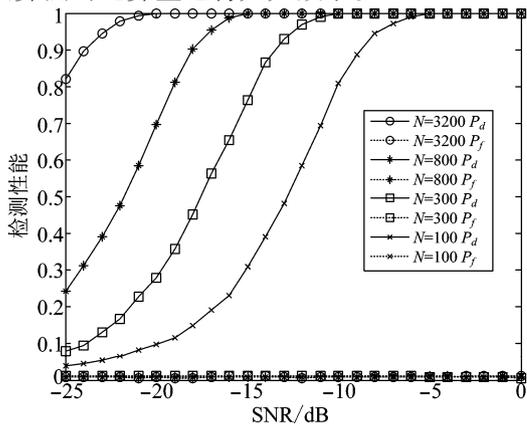


图4 采样点不同时本文算法的检测性能比较
Fig. 4 The comparison of detection performance of proposed algorithm with different number of data sample

图5是信噪比为 0 dB,采样点数为 10 和 50,不同 μ 值时,本文算法的检测性能曲线。由图2可以看出,当 μ 值增大时,检测概率总体呈下降趋势。当 $\mu \leq 0.1$ 时,检测性能随 μ 值变化不大,当 $\mu > 0.1$ 时,检测概率下降速度增大。因为 μ 值不仅影响 LMS 算法的收敛速度和估计的准确性,由式(10)可知,还影响检测门限,所以当 $\mu \leq 0.1$ 时,此时本文算法估计的准确性和门限的变化对检测概率的影响不大,当 $\mu > 0.1$ 时,由于信号估计值在目标信号值左右波动太大和门限的变化,导致检测性能急剧下降。

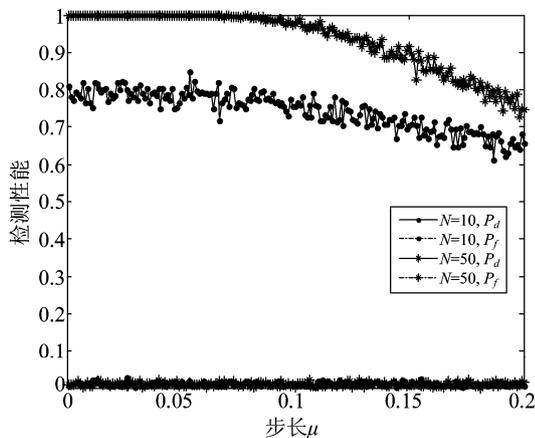


图5 不同 μ 值时,本文算法的检测性能
Fig. 5 The detection performance of proposed algorithm with different step size μ

5 结论

本文利用 LMS 算法对发送信号幅度进行实时估计,提出了以信号幅度估计值为检验统计量的频谱感知算法;同时,利用矩估计法对噪声实时估计,从而有效克服噪声不确定度的影响。仿真结果表明,本文算法在相同条件下的检测性能远优于 ED 算法,且在低信噪比时对微弱信号的检测能力强,同时对噪声不确定度不敏感,而且在小采样的情况下,算法能够以较小的感知时延而保持较理想的性能。

附录: $x(k)$ 的理论分布(式(7))推导

下面根据式(4)和(5)的迭代过程,推导出随着采样点数 N 变化时,检验统计量 $x(k)$ 的理论分布。

当采样点数 $N=1$ 时,估计值

$$x(1) = \mu\sqrt{\rho}d(1) \quad (\text{A-1})$$

H_0 和 H_1 情况下,其均值与方差分别为:

H_0 情况下:

$$E[x(1)] = \mu\sqrt{\rho}E[n(1)] = 0 \quad (\text{A-2})$$

$$D[x(1)] = \mu^2\rho D[n(1)] = \mu^2\rho\sigma_n^2 \quad (\text{A-3})$$

H_1 情况下:

$$E[x(1)] = \mu\sqrt{\rho}E[\sqrt{\rho}m + n(1)] = \mu\rho m \quad (\text{A-4})$$

$$D[x(1)] = \mu^2\rho D[n(1)] = \mu^2\rho\sigma_n^2 \quad (\text{A-5})$$

当 $N=2$ 时,估计值

$$\mathbf{x}(2) = (1 - \mu\rho)x(1) + \mu\sqrt{\rho}d(2) \quad (\text{A-6})$$

H_0 和 H_1 情况下,其均值与方差分别为:

H_0 情况下:

$$E[x(2)] = (1 - \mu\rho)E[x(1)] + \mu\sqrt{\rho}E[n(2)] = 0 \quad (\text{A-7})$$

$$D[x(2)] = (1 - \mu\rho)^2 D[x(1)] + \mu^2\rho D[n(2)] \\ = (1 - \mu\rho)^2 \mu^2\rho\sigma_n^2 + \mu^2\rho\sigma_n^2 \quad (\text{A-8})$$

H_1 情况下:

$$E[x(2)] = (1 - \mu\rho)E[x(1)] + \mu\sqrt{\rho}E[\sqrt{\rho}m + n(2)] \\ = (1 - \mu\rho)\mu\rho m + \mu\rho m \quad (\text{A-9})$$

$$D[x(2)] = (1 - \mu\rho)^2 D[x(1)] + \mu^2\rho D[n(2)] \\ = (1 - \mu\rho)^2 \mu^2\rho\sigma_n^2 + \mu^2\rho\sigma_n^2 \quad (\text{A-10})$$

.....

类似地,当 $N=k$ 时,估计值

$$\mathbf{x}(k) = (1 - \mu\rho)x(k-1) + \mu\sqrt{\rho}d(k) \quad (\text{A-11})$$

H_0 和 H_1 情况下,其均值与方差分别为:

H_0 情况下:

$$E[x(k)] = (1 - \mu\rho)E[x(k-1)] + \mu\sqrt{\rho}E[n(k)] = 0 \quad (\text{A-12})$$

$$D[x(k)] = (1 - \mu\rho)^2 D[x(k-1)] + \mu^2\rho D[n(k)] \\ = \sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{2(i-1)} \mu^2\rho\sigma_n^2 \quad (\text{A-13})$$

H_1 情况下:

$$E[x(k)] = (1 - \mu\rho)E[x(k-1)] + \\ \mu\sqrt{\rho}E[\sqrt{\rho}m + n(k)] = \sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{(i-1)} \mu\rho m \quad (\text{A-14})$$

$$D[x(k)] = (1 - \mu\rho)^2 D[x(k-1)] + \mu^2\rho D[n(k)] \\ = \sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{2(i-1)} \mu^2\rho\sigma_n^2 \quad (\text{A-15})$$

由以上可以得出检验统计量的分布为

$$x(k) \sim \begin{cases} x \sim N(a_0, \sigma_0^2) & H_0 \\ x \sim N(a_1, \sigma_0^2) & H_1 \end{cases} \quad (\text{A-16})$$

其中

$$a_0 = 0 \\ a_1 = \sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{(i-1)} \mu\rho m \\ \sigma_0^2 = \sum_{i=1}^k (1 - \mu\rho)^{2(i-1)} \mu^2\rho\sigma_n^2$$

参考文献

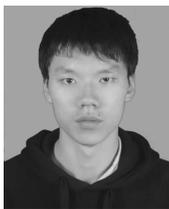
- [1] Digham F F, Alouini M-S, Simon M K. On the Energy Detection of Unknown Signals Over Fading Channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2007, 55(1): 21-24.
- [2] Cabric D, Tkachenko A, Brodersen R W. Experimental Study of Spectrum Sensing Based on Energy Detection and Network Cooperation[C]//Proceedings of The First International Workshop on Technology and Policy for Accessing Spectrum. New York: ACM, 2006:230-234.
- [3] Cabric D, Mishra S M, Brodersen R W. Implementation issues in spectrum sensing for cognitive radios[C]//Proc Asilomar Conference on Signals Systems & Computers. Monterey: IEEE, 2004: 772-776.
- [4] Dandawate A, Giannakis G. Statistical tests for presence of cyclostationarity[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(9): 2355-2369.
- [5] 卢光跃, 弥寅, 包志强, 等. 基于特征结构的频谱感知算法[J]. 西安邮电大学学报, 2014, 19(2): 1-12. Lu Guangyue, Mi Yin, Bao Zhiqiang, et al. The Cooperative Spectrum Sensing Algorithms Based on Eigenvalue Structure of the Received Signal[J]. Journal of Xi'an University of Posts and Telecommunications, 2014, 19(2): 1-12. (in Chinese)
- [6] 弥寅, 卢光跃, 关璐. 特征值类频谱感知算法的仿真分析[J]. 西安邮电大学学报, 2014, 19(5): 27-33. Mi Yin, Lu Guangyue, Guan Lu. Simulation and analysis of eigenvalue-based cooperative spectrum sensing algorithms[J]. Journal of Xi'an University of Posts and Telecommunications, 2014, 19(5): 27-33. (in Chinese)
- [7] Zeng Y, Liang Y. Maximum-minimum eigenvalue detection for cognitive radio [C] // IEEE 18th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Com-

- munications (PIMRC). Athens: IEEE, 2007:1-5.
- [8] 王颖喜, 卢光跃. 基于最大最小特征值之差的频谱感知技术研究[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(11): 2572-2574.
Wang Yingxi, Lu Guangyue. DMM Based Spectrum Sensing Method for Cognitive Radio Systems[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(11): 2572-2574. (in Chinese)
- [9] Zhang P, Qiu R. Spectrum sensing based on blindly learned signal feature[J]. arXiv Preprint arXiv:1102.2840, 2011.
- [10] 孙宇, 卢光跃, 弥寅. 子空间投影的频谱感知算法研究[J]. 信号处理, 2015, 31(4): 483-489.
Sun Yu, Lu Guangyue, Mi Yin. The Research of Spectrum Sensing Method Based on Subspace Projection[J]. Journal of Signal Processing, 2015, 31(4): 483-489. (in Chinese)
- [11] Wang H, Yang E H, Zhao Z, et al. Spectrum sensing in cognitive radio using goodness of fit testing[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(11): 5427-5430.
- [12] Sayed A H. Diffusion adaptation over networks[J]. Academic Press Library in Signal Processing, 2013:323-453.
- [13] 靳翼, 邵怀宗. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法及其仿真[J]. 信号处理, 2010, 26(9): 1385-1388.

Jin Yi, Shao Huaizong. A Novel Variable Step Size LMS Adaptive Filtering Algorithm and Its Simulation[J]. Signal Processing, 2010, 26(9): 1385-1388. (in Chinese)

- [14] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 第四版. 北京: 高等教育出版社, 2008: 150-151.
Sheng Zhou, Xie Shiqian, Pan Chengyi. Probability and Mathematical Statistics[M]. 4nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2008: 150-151. (in Chinese)

作者简介



王凡 男, 1990 年生, 陕西渭南人, 西安邮电大学在读硕士研究生, 主要研究方向为认知无线电频谱感知技术。
E-mail: wangfandj@126.com



卢光跃 男, 1971 年生, 河南信阳人, 博士, 西安邮电大学教授、博士生导师, 主要研究方向为现代移动通信中信号处理。
E-mail: tonylugy@163.com